

تاریخ امتحان:  
ساعت امتحان:  
مدت امتحان : دقیقه

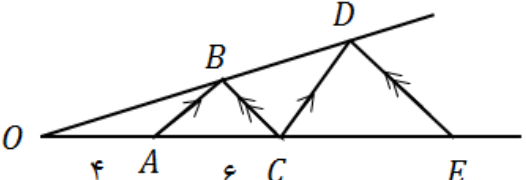
نام و نام خانوادگی: .....  
مقطع و رشته: یازدهم - .....  
نام پدر: .....  
شماره داوطلب: .....  
تعداد صفحه سؤال: ..... صفحه

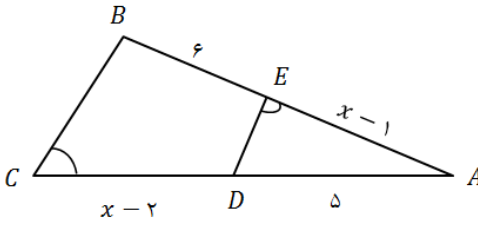
|              |  |                |  |
|--------------|--|----------------|--|
| نمره به عدد: |  | نمره به حروف:  |  |
| نام دبیر:    |  | تاریخ و امضاء: |  |
| نمره به عدد: |  | نمره به حروف:  |  |
| نام دبیر:    |  | تاریخ و امضاء: |  |

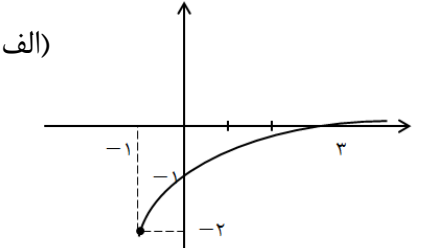
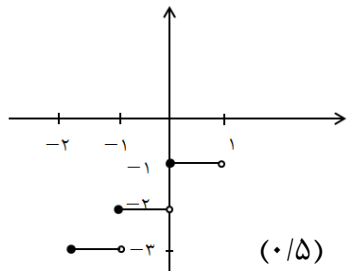
| ردیف | سؤالات                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ردیف |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱    | <p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>(الف) اگر نمودار تابع <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math> به صورت بالا باشد، <math>bc &gt; 0</math> است.</p> <p>(ب) انتهای کمان زاویه <math>\frac{2\pi}{5}</math> رادیان در ربع چهارم دایره مثلثاتی قرار دارد.</p> <p>(پ) مرکز دایره محیطی مثلث، نقطه هم‌رسمی نیم‌سازهای داخلی آن است.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ۱    |
| ۱/۷۵ | <p>جاهای خالی را با اعداد یا عبارات مناسب تکمیل کنید.</p> <p>(الف) <math>\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{2} \rightarrow \frac{a+b+c}{.....} = \frac{b}{.....}</math></p> <p>(ب) اگر دو مثلث <math>A'B'C'</math> و <math>ABC</math> متشابه بوده و <math>\frac{AB}{A'B'} = 3</math> باشد، آن گاه <math>\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}} = .....</math> و <math>\frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta A'B'C'}} = .....</math> می‌باشد.</p> <p>(پ) حاصل <math>[-\pi] + [3/2] + [-5/1]</math> برابر ..... است.</p> <p>(ت) تابع <math>f</math> با ضابطه <math>f(x) =  x - 3 </math> روی بازه <math>(+\infty, x]</math> تابعی یک به یک است. بزرگ‌ترین مقدار <math>x</math> برابر ..... است.</p> | ۲    |
| ۰/۵  | <p>گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>(الف) شکل زیر مربوط به سهمی <math>f(x) = x^2 + bx + c</math> است. حاصل ضرب صفرهای تابع <math>f</math> کدام است؟</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p style="text-align: right;">(۱) ۷      (۲) ۸      (۳) ۹      (۴) ۶</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | ۳    |

صفحه ی ۱ از ۳

|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |   |
|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| ۰/۵           | <p>(ب) در دوزنقه <math>ABCD</math>، نقطه‌ای از دو سر قاعده <math>CD</math> به یک فاصله و همچنین از ساق <math>AD</math> و قاعده <math>CD</math> به یک فاصله است. این نقطه حاصل برخورد کدام است؟</p> <p>(۱) نیمسازهای زوایای <math>C</math> و <math>D</math> (۲) عمودمنصف‌های دو ساق</p> <p>(۳) عمودمنصف <math>CD</math> و نیمساز زاویه <math>D</math> (۴) دو دایره با شعاع یکسان و به مرکز وسط‌های قاعده‌ها</p> <p>(پ) در اثبات قضیه‌ی «در مثلث <math>ABC</math>، اگر <math>AB \neq AC</math> باشد، آن گاه <math>\hat{B} \neq \hat{C}</math>» به کمک برهان خلف، با کدام فرض اثبات را شروع می‌کنیم؟</p> <p>(۱) <math>\hat{B} &gt; \hat{C}</math> یا <math>\hat{B} &lt; \hat{C}</math> (۲) <math>AB &gt; AC</math> یا <math>AB &lt; AC</math></p> <p>(۳) <math>\hat{B} = \hat{C}</math> (۴) <math>AB = AC</math></p> <p>(ت) مثال نقض حدس کلی زیر کدام گزینه است؟</p> <p>«چهارضلعی‌ای که دو ضلع آن برابر و دو ضلع دیگر آن موازی باشند، متوازی‌الاضلاع است.»</p> <p>(۱) مستطیل (۲) دوزنقه متساوی‌الساقین (۳) دوزنقه قائم‌الزاویه (۴) لوزی</p> |   |
| ۱             | <p>به سؤالات زیر کوتاه پاسخ دهید.</p> <p>(الف) معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌های آن <math>2 + \sqrt{3}</math> و <math>2 - \sqrt{3}</math> باشند.</p> <p>(ب) تمام نقاطی که به فاصله ثابت از یک نقطه مشخص قرار دارند چه شکلی را تشکیل می‌دهند؟</p> <p>(پ) مثلث <math>ABC</math> متشابه با مثلث <math>A'B'C'</math> با نسبت تشابه ۲ و مثلث <math>A'B'C'</math> متشابه با مثلث <math>A''B''C''</math> با نسبت تشابه ۳ می‌باشد. مثلث <math>ABC</math> با مثلث <math>A''B''C''</math> با چه نسبت تشابه‌ی، متشابه است؟</p> <p>(ت) اگر <math>f = \{(1,3), (2,5)\}</math> و <math>g = \{(2,3), (5,1)\}</math> باشد، مجموعه <math>f + 2g</math> را بیابید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | ۴ |
| ۱/۲۵          | <p>مثلث <math>ABC</math> با رأس‌های <math>A(-2,2)</math> و <math>B(3,5)</math> و <math>C(1,-1)</math> مفروض است.</p> <p>(الف) طول میانه <math>AM</math> را به دست آورید.</p> <p>(ب) معادله عمودمنصف ضلع <math>BC</math> را بیابید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | ۵ |
| ۰/۷۵          | <p>یک ضلع مربعی منطبق بر خط به معادله <math>3x = 4y + 1</math> و نقطه <math>A(-2,2)</math> یک رأس آن است. ضلع مربع را بیابید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ۶ |
| ۱             | <p>اگر <math>\alpha</math> و <math>\beta</math> ریشه‌های معادله <math>x^2 + mx + 2 = 0</math> باشند و رابطه <math>\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4</math> برقرار باشد، مقدار <math>m</math> را محاسبه کنید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | ۷ |
| ۲             | <p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>(الف) <math>\frac{x-1}{x} - \frac{2x-1}{x^2+x} = \frac{1}{x+1}</math></p> <p>(ب) <math>2 + \sqrt{1+x} = x - 3</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | ۸ |
| ۱             | <p>در شکل زیر <math>AB \parallel CD</math> و <math>BC \parallel DE</math>، <math>OA = 4</math> و <math>AC = 6</math> است. اندازه <math>CE</math> را بیابید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | ۹ |
| صفحه ی ۲ از ۳ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |   |

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ۱/۲۵ | <p>در شکل زیر <math>\hat{E} = \hat{C}</math> است.</p> <p>الف) ثابت کنید مثلث‌های <math>ABC</math> و <math>AED</math> متشابه‌اند.</p> <p>ب) مقدار <math>x</math> را بیابید.</p>  | ۱۰ |
| ۱    | <p>در مثلث قائم‌الزاویه <math>ABC</math> (<math>\hat{A} = 90^\circ</math>) طول ارتفاع <math>AH</math> برابر ۸ و <math>CH = 4</math> می‌باشد. مساحت مثلث <math>ABC</math> را به دست آورید.</p>                                                                   | ۱۱ |
| ۰/۷۵ | <p>آیا دو تابع <math>f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}</math> و <math>g(x) = x + 3</math> با هم برابرند؟ چرا؟</p>                                                                                                                                                    | ۱۲ |
| ۱/۷۵ | <p>نمودار توابع زیر را رسم کنید.</p> <p>الف) <math>y = \sqrt{x+1} - 2</math> (به کمک انتقال)</p> <p>ب) <math>y = [x-1]</math> در بازه <math>[-2, 1)</math></p>                                                                                                  | ۱۳ |
| ۱    | <p>ابتدا نشان دهید تابع <math>f(x) = \frac{2x}{x+1}</math> وارون‌پذیر است. سپس ضابطه تابع وارون را به دست آورید.</p>                                                                                                                                            | ۱۴ |
| ۱/۵  | <p>اگر <math>f(x) = \sqrt{x+1}</math> و <math>g(x) = \frac{x+1}{x-2}</math> باشند:</p> <p>الف) دامنه <math>\frac{f}{g}</math> را بیابید.</p> <p>ب) مقدار <math>(2f \times g)(3)</math> را به دست آورید.</p>                                                     | ۱۵ |
| ۱/۵  | <p>در دایره‌ای به مرکز <math>O</math>، اندازه زاویه مرکزی <math>AOB</math> برابر <math>135^\circ</math> و طول کمان <math>AB</math> برابر <math>3\pi</math> می‌باشد، مساحت دایره را بیابید.</p>                                                                  | ۱۶ |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | محل مهر یا امضاء مدیر                                                                                                                                            | بارم |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱    | الف) نادرست (۰/۲۵)      ب) درست (۰/۵)      پ) نادرست (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                  | ۱    |
| ۲    | الف) $\frac{a+b+c}{10} = \frac{b}{5}$ (۰/۵)      ب) ۳، ۹ (۰/۵)      پ) ۷- (۰/۵)      ت) ۳ (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                  | ۱/۷۵ |
| ۳    | الف) گزینه ۱<br>ب) گزینه ۳ (۰/۵)      پ) گزینه ۳ (۰/۲۵)      ت) گزینه ۲ (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | $x_s = -\frac{b}{2a} \Rightarrow -\frac{b}{2} = 3 \rightarrow b = -6$ $9 - 18 + c = -2 \rightarrow c = 7$ $P = \frac{c}{a} = 7$                                  | ۱/۵  |
| ۴    | الف) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (۰/۲۵)      ب) دایره (۰/۲۵)      پ) ۶ (۰/۲۵)      ت) $f + 2g = \{(2, 1)\}$ (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                  | ۱    |
| ۵    | الف) $M(2, 2)$ (۰/۲۵) $AM = \sqrt{(-2-2)^2 + (2-2)^2} = 4$ (۰/۲۵)      ب)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $m_{BC} = 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m_{\text{عمود منصف}} = -\frac{1}{3}$ (۰/۲۵)<br>$y - 2 = -\frac{1}{3}(x - 2) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$ (۰/۲۵) | ۱/۲۵ |
| ۶    | $d = \frac{ 3(-2) - 4(2) - 1 }{\sqrt{9+16}} = \frac{15}{5} = 3$ (۰/۲۵)      (۰/۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                  | ۰/۷۵ |
| ۷    | $\begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -m & \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4 \Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 4 \Rightarrow \\ P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = 2 & -\frac{m}{2} = 4 \Rightarrow m = -8 \end{cases}$ (۰/۲۵)      (۰/۵)                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                  | ۱    |
| ۸    | الف) $x(x+1)\left(\frac{x-1}{x} - \frac{2x-1}{x(x+1)} = \frac{1}{x+1}\right) \Rightarrow$<br>$x^2 - 1 - 2x + 1 = x \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0$<br>$\begin{matrix} \nearrow x=0 \text{ غ.ق.ق} \times \\ \searrow x=3 \checkmark \end{matrix}$ (۰/۵)<br>ب) $(\sqrt{1+x})^2 = (x-5)^2 \Rightarrow 1+x = x^2 - 10x + 25 \Rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0$ (۰/۲۵)<br>$\Rightarrow (x-3)(x-8) = 0$<br>$\begin{matrix} \nearrow x=3 \text{ غ.ق.ق} \\ \searrow x=8 \checkmark \end{matrix}$ (۰/۵) |                                                                                                                                                                  | ۲    |

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                   |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| ۱    | $\left. \begin{array}{l} AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD} \\ BC \parallel DE \Rightarrow \frac{OC}{CE} = \frac{OB}{BD} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{OA}{AC} = \frac{OC}{CE} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{10}{CE} \Rightarrow CE = 15$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>                                                                                                                                                                               | ۹                 |
| ۱/۲۵ | $\left. \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{E} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AED \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{5}{5+x} = \frac{x-1}{x+3} \Rightarrow x^2 - x - 20 = 0 \Rightarrow x = 5$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)      (۰/۲۵)      (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: center;">تساوی دو زاویه</p>                                                                                                                                                                 | ۱۰                |
| ۱    | $AH^2 = BH \cdot HC \Rightarrow 64 = BH \times 4 \Rightarrow BH = 16 \quad BC = 16 + 4 = 20 \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \times AH = \frac{1}{2} \times 20 \times 8 = 80 \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                                                                                             | ۱۱                |
| ۰/۷۵ | $D_f = R - \{3\} \quad (۰/۲۵) \quad D_g = R \quad (۰/۲۵) \quad D_f \neq D_g \Rightarrow$ دو تابع برابر نیستند (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | ۱۲                |
| ۱/۷۵ | <p>الف)  (۰/۷۵)</p> <p>ب) <math>y = [x] - 1</math></p> <p><math>-2 \leq x &lt; -1 \rightarrow [x] = -2 \rightarrow y = -3</math></p> <p><math>-1 \leq x &lt; 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = -2</math></p> <p><math>0 \leq x &lt; 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = -1</math></p> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>  (۰/۵) | ۱۳                |
| ۱    | $\frac{2x_1}{x_1+1} = \frac{2x_2}{x_2+1} \Rightarrow 2x_1x_2 + 2x_1 = 2x_1x_2 + 2x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> <p style="text-align: center;">یک به یک بوده پس وارون پذیر است (۰/۲۵)</p> $y = \frac{2x}{x+1} \Rightarrow yx + y = 2x \rightarrow x(2-y) = y \rightarrow x = \frac{y}{2-y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{2-x}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>                                                                                                 | ۱۴                |
| ۱/۵  | <p>الف) <math>D_f = [-1, +\infty) \quad D_g = R - \{2\} \quad D_{\frac{f}{g}} = ([-1, +\infty) \cap R - \{2\}) - \{-1\} = (-1, 2) \cup (2, +\infty)</math></p> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)      (۰/۲۵)      (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>2f(3) \times g(3) = 2 \times 2 \times 4 = 16 \quad (۰/۵)</math></p>                                                                                                                                                                                                  | ۱۵                |
| ۱/۵  | $\alpha = 135^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{3\pi}{4} \quad (۰/۵) \quad r = \frac{L}{\alpha} \rightarrow r = \frac{3\pi}{\frac{3\pi}{4}} = 4 \quad S = \pi r^2 = 16\pi$ <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                | ۱۶                |
|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | جمع بارم: ۲۰ نمره |