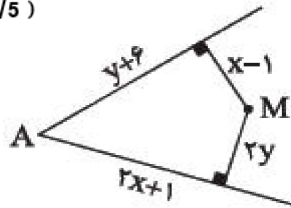


محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:

(1/5 نمره)



۱- در شکل مقابل نقطه M روی نیمساز زاویه A قرار دارد. حاصل x و y را بیابید .

۲- نقطه ی M خارج از خط d قرار دارد. عمود وارد بر خط d را که از نقطه ی M عبور می کند رسم کنید. (1/5 نمره)

۳- اگر $x + 5$ ، $x - 2$ و $x + 1$ طول اضلاع مثلثی باشند، حدود x را بیابید . (1/5 نمره)

۴- قضیه: ثابت کنید عمود منصف های ضلع های هر مثلث هم رأس اند. (1/5 نمره)

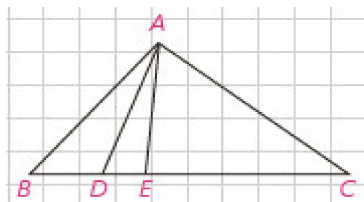
۵- قضیه: با استفاده از برهان خلف ثابت کنید که اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی بزرگ‌تر، بزرگ‌تر از ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی کوچک‌تر است. (1/5 نمره)

۶- عکس قضیه زیر را بنویسید و سپس آن را به صورت یک قضیه دو شرطی بنویسید (1/5 نمره)
اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهايش عمودمنصف یکدیگرند.

۷- الف) اگر $\frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-2}{4}$ ، آن‌گاه $\frac{x+y+4}{x+y+z+2}$ را حساب کنید. (1 نمره)

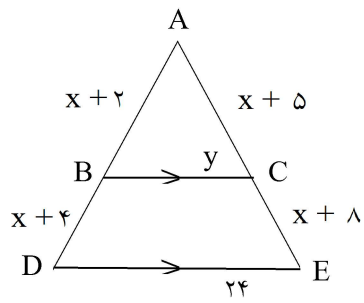
$$6\sqrt{2} \text{ و } 3\sqrt{2}$$

ب) میانگین هندسی بین جفت عدد مقابل را پیدا کنید.



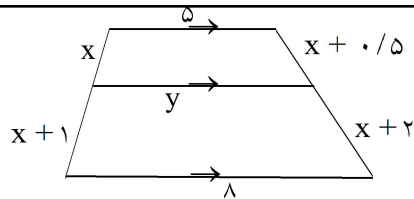
۸- در شکل مقابل مساحت مثلث ACE سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر مساحت مثلث ABD است. نسبت‌های $\frac{BC}{DE}$ و $\frac{BD}{DE}$ را به دست آورید. (1 نمره)

۹- اگر $BC \parallel DE$ باشد مقدار x و y را حساب کنید. (1/5 نمره)

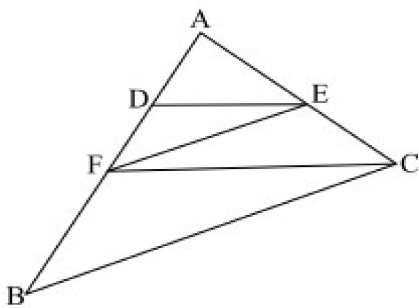


۱۰- عکس قضیه‌ی تالس را بیان و آنرا اثبات کنید. (1/5 نمره)

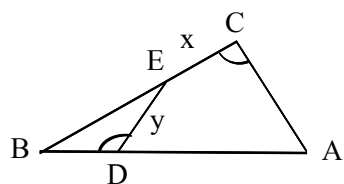
۱۱- در شکل مقابل، x و y را محاسبه کنید. (1 نمره)



۱۲- در شکل زیر، $DE \parallel FC$ و $EF \parallel BC$ است. (1 نمره)
اگر $AD = 4$ و $AB = 12$ باشد، مقدار DF را بیابید.

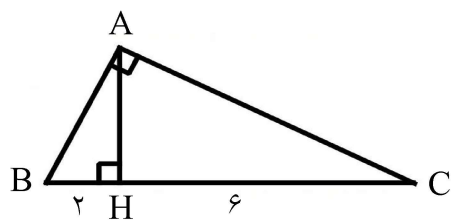


۱۳- ثابت کنید در دو مثلث متشابه نسبت مساحت‌ها با توان دوم نسبت تشابه برابر است. (1 نمره)



۱۴- در شکل زیر $\widehat{BDE} = \widehat{ACB}$ اگر $BE = AC = ۱۲$ و $BD = ۱۰$ و $AB = ۴۰$ مجهولات را بیابید. (۱نمره)

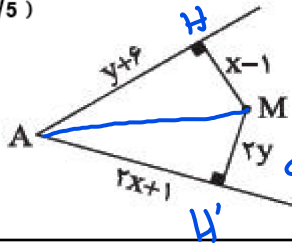
۱۵- طول اضلاع یک مثلث ۱۱ و ۵ و ۷ سانتیمتر و طول کوچکترین ضلع مثلثی متشابه با مثلث اولی، $\frac{۲۲}{۵}$ سانتیمتر است. محیط مثلث دوم چقدر است؟ (۱نمره)



۱۶- طول AH و AB و AC را بیابید. (۱نمره)

نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	

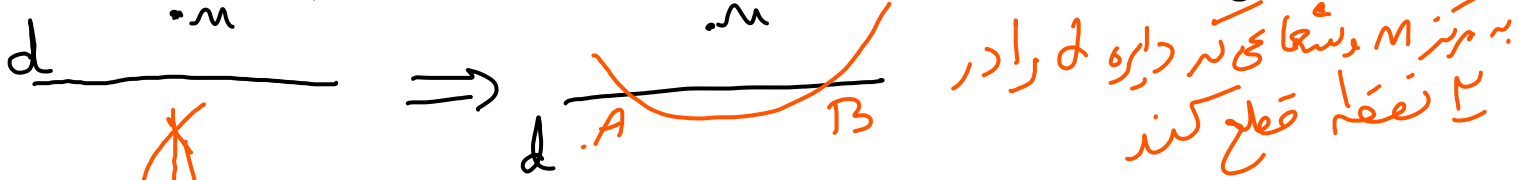
(1/5 نمره)



۱- در شکل مقابل نقطه M روی نیمساز زاویه A قرار دارد. حاصل X و Y را بیابید.

$$\begin{aligned}
 MH &= MH' \Rightarrow x-1 = y+6 \Rightarrow x-y = 7 \\
 \Rightarrow \begin{cases} x-2y = 1 \\ 2x-y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x+4y = -2 \\ 2x-y = 7 \end{cases} \Rightarrow 3y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{3} \\
 2x-1 = 7 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4
 \end{aligned}$$

۲- نقطه ی M خارج از خط d قرار دارد. عمود وارد بر خط d را که از نقطه ی M عبور می کند رسم کنید. (1/5 نمره)

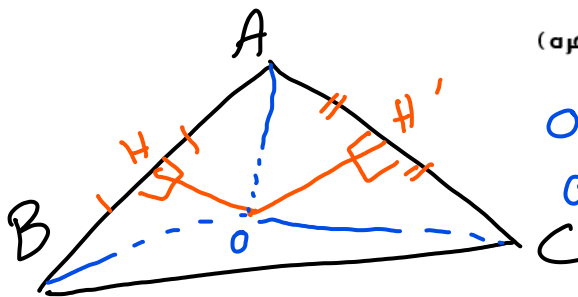


ب. مرکز M و شعاعی که دایره d را در ۲ نقطه قطع کند
 ب. مرکز A و شعاعی که بیستراز AB را در ۲ نقطه قطع کند

۳- اگر $x+5$ ، $x-2$ و $x+1$ طول اضلاع مثلثی باشند، حدود X را بیابید. (1/5 نمره)

$$\begin{aligned}
 2x-2+x+5 &> x+1 \Rightarrow 2x > -2 \Rightarrow x > -1 \\
 2x-2+x+1 &> 2x-2 \Rightarrow 4 > -2 \Rightarrow \text{بیشتر} \\
 x+1+2x-2 &> x+5 \Rightarrow x > 3
 \end{aligned}$$

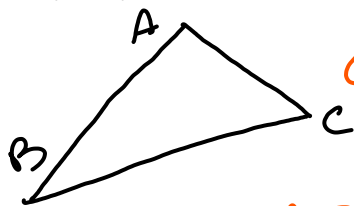
۴- قضیه: ثابت کنید عمود منصف های ضلع های هر مثلث هم رأس اند. (1/5 نمره)



$$\begin{aligned}
 OH &= OH' \Rightarrow OA = OB \\
 OH' &= OH \Rightarrow OA = OC \Rightarrow OB = OC
 \end{aligned}$$

یعنی فاصلی O از رأس B و C یکسان است. پس O روی عمود منصف BC قرار دارد پس عمود منصف از یک نقطه می گذرد

۵- قضیه: با استفاده از برهان خلف ثابت کنید که اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر است. (1/5 نمره)



فرض: $\hat{C} > \hat{B}$
فکر: $AB > AC$

بره‌خلف: $AB \not> AC \Leftarrow$ تناقض $\times$ $AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}$
تناقض با فرض $\times$ $AB < AC \Rightarrow \hat{C} < \hat{B}$

۶- عکس قضیه زیر را بنویسید و سپس آن را به صورت یک قضیه دو شرطی بنویسید (1/5 نمره)
اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهايش عمود منصف یک دیگرند.

عکس: اگر قطرهای یک چهارضلعی عمود منصف یک دیگر باشند، نگاه چهارضلعی لوزی است
دو شرط: یک چهارضلعی لوزی است اگر و تنها اگر قطرهایش عمود منصف یک دیگر باشند

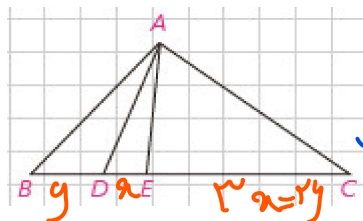
۷- الف) اگر $\frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-2}{4}$ ، آن‌گاه $\frac{x+y+z}{x+y+z+2}$ را حساب کنید. (1 نمره)

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-2}{4} = k \Rightarrow x = 2k+1, y = 3k-5, z = 4k+2$$

$$\frac{2k+1+3k-5+4k+2}{2k+1+3k-5+4k+2+2} = \frac{9k}{9k} = 1$$

ب) میانگین هندسی بین جفت عدد مقابل را پیدا کنید.
 $6\sqrt{2}$ و $3\sqrt{2}$

$$6\sqrt{2}, 3\sqrt{2} \Rightarrow x = 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 18 \times 2 = 36 \Rightarrow x = 6$$



۸- در شکل مقابل مساحت مثلث ACE سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر

مساحت مثلث ABD است. نسبت‌های $\frac{BC}{DE}$ و $\frac{DE}{BD}$ را به دست آورید. (1 نمره)

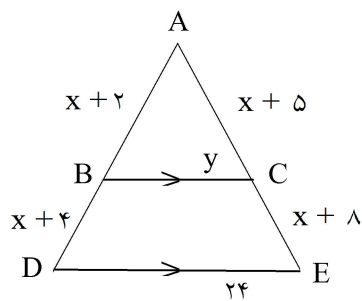
چون ارتفاع مشترک است نسبت مساحت‌ها نسبت پایه‌هاست

$$\frac{S_{ACE}}{S_{ADE}} = \frac{3x}{x} = \frac{EC}{DE}$$

$$\frac{S_{ACE}}{S_{ABD}} = \frac{2y}{y} = \frac{EC}{BD} \Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow y = \frac{3}{2}x$$

$$\frac{DE}{BD} = \frac{x}{y} = \frac{x}{\frac{3}{2}x} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{BC}{DE} = \frac{y + x + 3x}{x} = \frac{\frac{7}{2}x + 3x}{x} = \frac{11}{2}$$



۹- اگر $BC \parallel DE$ باشد مقدار x و y را حساب کنید. (1/5 نمره)

$$\frac{x+2}{x+4} = \frac{x+5}{x+8} \Rightarrow x^2+10x+16 = x^2+9x+20 \Rightarrow x=4$$

$$\frac{4}{12} = \frac{y}{24} \Rightarrow y = \frac{4 \times 24}{12} = \frac{72}{1} = 72$$

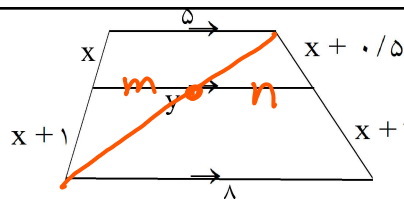


۱۰- عکس قضیه‌ی تالس را بیان و آنرا اثبات کنید. (1/5 نمره)

قضیه: اگر خطی دو ضلع مثلث را قطع و روی آن یک پاره خطی متناهی بود و اگر دو نقطه آن خط را
ضلع سوم و ضلع مثلث موازی است



اثبات: بر این خلف $MN \parallel BC$ پس از M خطی موازی با BC رسم کنیم یعنی $MN' \parallel BC$
پس طبق تالس $\frac{AM}{AB} = \frac{AN'}{AC}$ و $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow \frac{AN'}{AC} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow AN = AN' \Rightarrow N = N'$



۱۱- در شکل مقابل، x و y را محاسبه کنید. (1 نمره)

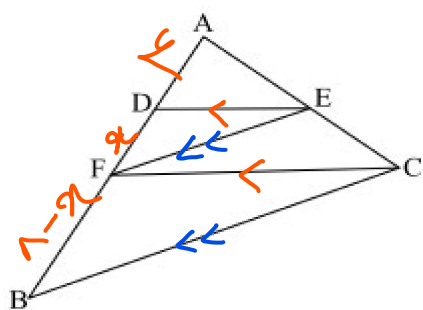
$$\frac{x}{x+1} = \frac{x+0.5}{x+2} \Rightarrow x^2+2x = x^2+1.5x+0.5 \Rightarrow 0.5x = 0.5 \Rightarrow x=1$$

$$\frac{1}{5}x = \frac{1}{5} \Rightarrow x=1$$

$$\frac{x+1}{2x+1} = \frac{m}{5} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{m}{5} \Rightarrow m = \frac{10}{3}$$

$$\frac{x+0.5}{x+1.5} = \frac{n}{1} \Rightarrow \frac{1.5}{2.5} = \frac{n}{1} \Rightarrow n = \frac{3}{5}$$

$$y = m + n = \frac{10}{3} + \frac{3}{5} = \frac{53}{15} = 3.53$$



۱۲- در شکل زیر، $DE \parallel FC$ و $EF \parallel BC$ است. (1 نمره)
اگر $AD = 4$ و $AB = 12$ باشد، مقدار DF را بیابید.

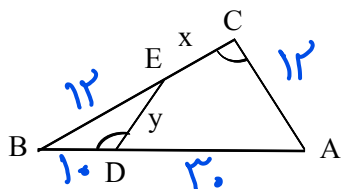
$$DE \parallel FC \Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{4}{x} = \frac{AE}{EC}$$

$$\frac{AF}{BF} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{4+x}{12-x} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{4}{x} = \frac{4+x}{12-x}$$

$$\Rightarrow x^2+4x = 48-4x \Rightarrow x^2+8x-48 = 0 \Rightarrow \Delta = \frac{8 \pm \sqrt{64+192}}{2} = \frac{8 \pm 16}{2}$$

۱۳- ثابت کنید در دو مثلث متشابه نسبت مساحت‌ها با توان دوم نسبت تشابه برابر است. (1 نمره)

$$\frac{S'}{S} = \frac{\frac{1}{2}h'a'}{\frac{1}{2}ha} = \frac{h'}{h} \times \frac{a'}{a} = k \times k = k^2$$



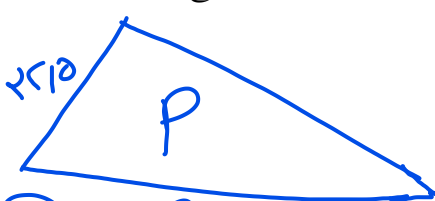
۱۴- در شکل زیر اگر $\widehat{BDE} = \widehat{ACB}$ و $BD = 10$ و $BE = AC = 12$ و $AB = 40$ مجهولات را بیابید. (۱ نمره)

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B} = \widehat{B} \\ \widehat{D} = \widehat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{ز.ز} \Rightarrow \triangle BDE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{BE}{AB} = \frac{ED}{AC} = \frac{BD}{BC}$$

$$\frac{12}{40} = \frac{y}{12} = \frac{10}{12+x} \Rightarrow \frac{3}{10} = \frac{y}{12} = \frac{10}{12+x} \Rightarrow \boxed{y = \frac{36}{10} = 3.6}$$

$$\frac{3}{10} = \frac{10}{12+x} \Rightarrow 36 + 3x = 100 \Rightarrow \boxed{x = \frac{64}{3}}$$

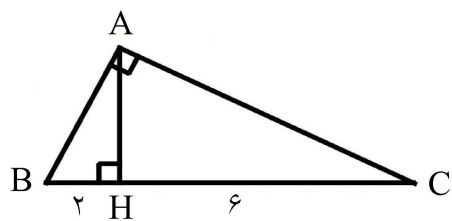
۱۵- طول اضلاع یک مثلث ۱۱ و ۵ و ۷ سانتیمتر و طول کوچکترین ضلع مثلثی متشابه با مثلث اولی، $\frac{22}{5}$ سانتیمتر است.



محیط مثلث دوم چقدر است؟ (۱ نمره)

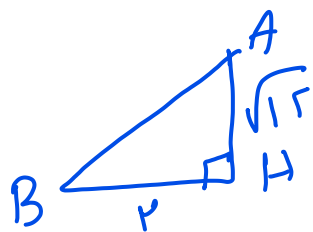
$$K = \frac{22/5}{5} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{P}{P'} = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{P}{25} = \frac{9}{2} \Rightarrow P = \frac{25 \times 9}{2} = 112.5$$

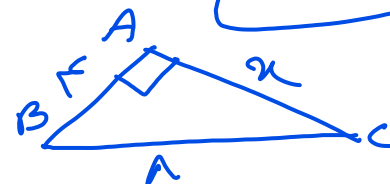


۱۶- طول AH و AB و AC را بیابید. (۱ نمره)

$$AH^2 = BH \cdot HC = 2 \times 6 \Rightarrow \boxed{AH = \sqrt{12}}$$



$$AB^2 = BH^2 + AH^2 = 2^2 + 12 = 16 \Rightarrow \boxed{AB = 4}$$



$$AC^2 = AH^2 + HC^2 = 12 + 36 = 48 \Rightarrow \boxed{AC = 4\sqrt{3}}$$