



www.sejall.ir

تست های طبقه بندی شده و فصل به فصل کنکور سراسری همراه با پاسخ کامل تشریحی

پایه تحصیلی : دهم تجربی و ریاضی

نام درس : ریاضی دهم فصل ۳ و ۴

نام آموزشگاه : سامانه جامع آزمونهای

الکترونیکی (سجال) sejall.ir

۱۰۰ سوال

ریاضی دهم فصل ۳ و ۴

۱ مجموعه جواب نامعادله $(m+4)x^2 < n - (m-n+4)x$ به صورت بازه $(-1, m+1)$ است. اگر m عدد صحیح باشد، مقدار mn کدام است؟

۴ -۶

۳ -۳

۲ ۳

۱ ۶

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲ حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{49}\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{343}\sqrt[3]{7^{-1}}}$ چند برابر $\sqrt[3]{49}$ است؟

۴ ۳

۳ ۲

۲ $\frac{1}{7}$

۱ $\frac{1}{49}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳ اگر $A(2b+1, 2b-b^2)$ و $B(2b-1, 2b-b^2)$ دو نقطه متمایز با مؤلفه‌های صحیح و مثبت از سهمی $y = m(x-\alpha+1)^2 + \alpha+1$ باشند، مقدار m کدام است؟

۴ -۴

۳ -۳

۲ -۲

۱ -۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴ مقدار عبارت $\frac{8x^3 - 36x^2 + 54x - 27}{8x^2 - 24x + 18}$ به ازای ریشه بزرگ‌تر معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ کدام است؟

۴ $5\sqrt{5}$

۳ $\frac{1}{5}\sqrt{5}$

۲ $\frac{1}{5}\sqrt{5}$

۱ $\sqrt{5}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵ نقاط $A(2a+3, a-2)$ و $B(7-2a, a-2)$ دو نقطه متمایز با مؤلفه‌های طبیعی از یک سهمی هستند. اگر نقطه رأس $S(b, b-2)$ این سهمی باشد، فاصله نقطه برخورد سهمی با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات کدام است؟

۴ $\frac{13}{8}$

۳ $\frac{1}{8}$

۲ $\frac{1}{4}$

۱ $\frac{13}{4}$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۴ تیرماه

۶ مقدار عبارت $\frac{24x^3 + 36x^2 + 18x + 3}{(4x^2 + 4x + 1)^2}$ به ازای ریشه مثبت معادله $x^2 + x = 1$ کدام است؟

۴ $\frac{1}{6}\sqrt{5}$

۳ $\frac{1}{3}\sqrt{5}$

۲ $\frac{1}{2}\sqrt{5}$

۱ $\frac{1}{3}\sqrt{5}$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۴ تیرماه

www.sejall.ir

تست های طبقه بندی شده و فصل به فصل کنکور سراسری همراه با پاسخ کامل تشریحی



۷ مجموعه جواب نامعادله $(5 - 2m)x^2 - (2m + n - 5)x < n$ به صورت بازه $(-1, m - 2)$ است. اگر m عدد طبیعی باشد، مقدار $m + n$ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

سراسری-تجربی-۱۴۰۴ تیرماه

۸ حاصل عبارت $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^8}} \times \sqrt[4]{162} \times \sqrt[4]{\sqrt[6]{2}}$ چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

- ۱) ۲ ۲) $3\sqrt{2}$ ۳) $2\sqrt{6}$ ۴) ۳

سراسری-تجربی-۱۴۰۴ تیرماه

۹ برای چند عدد طبیعی، ریشه دوم عبارت $\frac{1-a}{9-3a}$ وجود ندارد؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

سراسری-تجربی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۰ به ازای چند مقدار صحیح m ، نقطه مینیمم تابع $y = x^2 - mx + 2 - m$ در ناحیه اول محورهای مختصات قرار دارد؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

سراسری-تجربی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۱ مجموعه جواب نامعادله $(2a + 3)x^2 + (4b - 5)x + 4c + 1 < 0$ به صورت بازه $(a, +\infty)$ است اگر b عدد طبیعی باشد، مقدار $\frac{a}{c}$ کدام است؟

- ۱) $1/2$ ۲) $-1/2$ ۳) $2/4$ ۴) $-2/4$

سراسری-تجربی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۲ حاصل عبارت $\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}} + \sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$ -۲ کدام است؟

- ۱) $-2\sqrt{3}$ ۲) $-\sqrt{6}$ ۳) $2\sqrt{3}$ ۴) $\sqrt{6}$

سراسری-تجربی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۳ اگر بزرگترین عامل مشترک دو چندجمله‌ای $p(x) = x^5 + ax^3$ و $q(x) = x^4 + 3x^2 + 2x^2$ ، دو جمله‌ای $x^n + x^3$ باشد، مقدار na کدام است؟

- ۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) ۱

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۴ اگر $x^2 + \frac{10}{x^2 + 1} = 9$ باشد، مقدار $\frac{100}{(x^2 + 1)^2} + (x^2 + 1)^2$ کدام است؟

- ۱) ۹۸ ۲) ۹۰ ۳) ۸۸ ۴) ۸۰

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۵ بازه $(-\frac{5}{4}, 0)$ بزرگترین بازه‌ای است که نمودار $y = -2x^2 - \frac{3}{2}x + c$ بالای نمودار $y = \frac{x}{|x|}$ قرار می‌گیرد. مقدار c کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{6}$



۱۶ سهمی $y = ax^2 + 7x + 16a$ در نقطه A بر نیمساز ناحیه چهارم محورهای مختصات مماس است. مقدار a ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۱ (۴) -۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۷ اگر $\sqrt{x-a} + \sqrt{x-4} = 4$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x-a} + \sqrt{x-4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{a}{2}$ (۲) $\frac{a}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۸ حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{3\sqrt{27} \times 3^{\frac{1}{2}}}}{\sqrt[3]{\sqrt[3]{3} \times 81^{-\frac{2}{3}}}}$ کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۸۱ (۳) $27\sqrt[3]{2}$ (۴) $81\sqrt[3]{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۹ بازه $(0, \frac{1}{2})$ ، بزرگترین بازه‌ای است که نمودار تابع $y = 2x^2 + \frac{3}{2}x + c$ پایین نمودار تابع $y = \frac{x}{|x|}$ قرار می‌گیرد. مقدار c کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{3}{8}$

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۲۰ اگر $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{a}{4}$ (۴) $\frac{a}{2}$

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۲۱ حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{8}}}{\sqrt[3]{2\sqrt{2} \times 16^{-\frac{2}{3}}}}$ کدام است؟

- (۱) $16\sqrt{2}$ (۲) $16\sqrt[3]{2}$ (۳) $8\sqrt{2}$ (۴) $8\sqrt[3]{2}$

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۲۲ اگر $B = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}{\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}$ باشد، حاصل $3B + 1$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{7}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{7}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۲۳ به ازای چند مقدار طبیعی از دامنه تابع $y = -\frac{1}{3-x}$ ، نمودار این تابع بالای $y = -4$ و پایین $y = 0$ قرار دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت



۲۴ سهمی $y = -mx^2 + mx + 1$ و خط $y = -m - x$ یکدیگر را در هیچ نقطه‌ای قطع نمی‌کنند. حدود m شامل چند مقدار صحیح است؟

- ۱ ۳ ۲ ۲ ۱ ۴ ۳ ۲ ۱

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۲۵ مثلی که رئوس آن مبدأ مختصات، نقطه‌ای با عرض c و نقطه‌ای با طول یکی از ریشه‌های معادله $-x^2 + 2x + c = 0$ روی محورهای مختصات باشد را در نظر بگیرید. اگر مساحت مثلث برابر c^2 باشد، مقدار c کدام است؟

- ۱ ۷۵ ۰/ ۲ ۸ ۰/ ۳ ۲ ۱ ۴ ۲۵ ۰/

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۶ اگر $A = \sqrt[5]{4\sqrt{8}(18)^{-1/5}}$ باشد، حاصل $(10 + A^{-1})^{-1/5}$ کدام است؟

- ۱ ۱ ۲ ۷۵ ۰/ ۳ ۵ ۰/ ۴ ۲۵ ۰/

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۷ نقاط $(1, \beta)$ و $(-5, \beta)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر $\frac{1}{\beta}$ است. اگر سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض $\frac{3}{\beta}$ قطع کند، مقدار β کدام است؟

- ۱ ۴ ۲ ۳ ۳ -۲ ۴ -۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۸ مثلی که رئوس آن مبدأ مختصات، نقطه‌ای با عرض c و نقطه‌ای با طول یکی از ریشه‌های معادله $x^2 + 5x + c = 0$ روی محورهای مختصات باشد را در نظر بگیرید. اگر مساحت مثلث برابر c^2 باشد، مقدار c کدام است؟ ($c \neq 0$)

- ۱ ۷۵ ۱ ۲ ۷۵ ۲ ۳ ۷۵ -۱ ۴ ۷۵ -۲

سراسری-انسانی-۱۴۰۲ تیرماه

۲۹ اگر $A = \sqrt[5]{27\sqrt[3]{243}\left(\frac{1}{3}\right)^{-1/5}}$ باشد، حاصل $(5 + A)^{-1/5}$ کدام است؟

- ۱ ۲ ۱ ۳ ۲ ۳ ۴ ۳

سراسری-انسانی-۱۴۰۲ تیرماه

۳۰ سهمی $y = ax^2 + bx + c$ از نقطه $(6, 1)$ ، محور تقارن خود را در $(2, -7)$ قطع می‌کند. این سهمی از کدام نقطه زیر می‌گذرد؟

- ۱ $(-2, 3)$ ۲ $(4, -1)$ ۳ $(4, -3)$ ۴ $(-2, 1)$

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۳۱ در بازه (a, b) ، نمودار $y = (x - 2)^2$ بالاتر از نمودار $y = x^2$ قرار دارد. مقدار $b - a$ کدام است؟

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۳۲ مجموعه جواب نامعادله $x + |2x - 1| < 3$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴ ۵

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱



۳۳ به ازای چه مقدار از m ، نمودار تابع $y = -3x^2 + (2m - 1)x + m - 6$ بر نیمساز ناحیه چهارم مماس است؟

۴ ۶

۳ ۳

۲ -۶

۱ -۳

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۳۴ حاصل عبارت $\frac{\sqrt{88+18\sqrt{7}} - \sqrt{88-18\sqrt{7}}}{\sqrt{4-\sqrt{7}} + \sqrt{4+\sqrt{7}}}$ ، کدام است؟

۴ $\frac{9\sqrt{14}}{7}$

۳ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲ $\sqrt{2}$

۱ $\sqrt{14}$

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۳۵ اگر $\frac{1}{a + \frac{1}{a}} + \frac{1}{a - \frac{1}{a}} = 2a$ باشد، حاصل $\sqrt[3]{\frac{1}{a^2 + a + 1} + \frac{1}{a^2 - a + 1}}$ ، چقدر است؟

۴ $-\sqrt[3]{2}$

۳ $\sqrt[3]{2}$

۲ ۱

۱ -۱

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۳۶ سهمی گذرا از نقاط $(1, a)$ و $(-2, a)$ بر خط $y + 3 = 0$ مماس بوده و از هر چهار ناحیه مختصات می‌گذرد. اگر فاصله نقطه برخورد سهمی با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات ۲ واحد باشد، مقدار a کدام است؟

۴ ۶

۳ -۶

۲ -۲۰

۱ ۲۰

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۳۷ شیب خط $y = ax + b$ ، $-1/5$ برابر شیب خط $y = cx + d$ است. اگر دو خط در $x = -2$ روی محور x ها یکدیگر را قطع کنند، محور تقارن $f(x) = \left(\frac{c}{2}x + d\right)^2 - (ax + b)^2$ کدام است؟

۴ $x = -\frac{7}{4}$

۳ $x = -\frac{3}{2}$

۲ $x = -3$

۱ $x = -2$

سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱

۳۸ می‌خواهیم دورتادور باغچه‌ای به شکل مستطیل که طول آن، دو برابر عرض آن است را حصار بکشیم، به طوری‌که بازدیدکنندگان به یک متری باغچه نزدیک نشوند. اگر مساحت زمین محصور شده، $1 + \frac{1}{18}\pi$ برابر بیشتر از مساحت باغچه باشد، طول باغچه چند متر است؟

۴ ۳

۳ ۴

۲ ۶

۱ ۸

سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱

۳۹ بزرگ‌ترین عضو مجموعه $A = \left\{ m^3 + n^2 \mid m, n \in \mathbb{N}, 8^{-\frac{r}{2}m} \times 4^{-n} + 4^{-m} \times 8^{-\frac{r}{2}n} > \frac{1}{128} \right\}$ ، کدام است؟

۴ ۲

۳ ۵

۲ ۹

۱ ۱۲

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۴۰ ریشه هفتم عدد مثبت a ، مساوی ۲۷ برابر عدد a با توان $\frac{15}{7}$ است. $\left(\frac{1}{a} - 3\right)$ چند برابر $(1 + \sqrt{3})$ است؟

۴ $6 + 3\sqrt{3}$

۳ ۶

۲ ۳

۱ $6 - 3\sqrt{3}$

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۴۱ خط $2mx + (m^2 - 1)y = 3$ به ازای دو مقدار m با جهت مثبت محور x ها زاویه 60° درجه می‌سازد. اختلاف مقادیر m کدام است؟

۴ $\frac{4}{\sqrt{3}}$

۳ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

۲ $2\sqrt{3}$

۱ $2\sqrt{3}$

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۴۲ در بازه (a, b) عبارت $15x^2 + 72x + 14$ منفی و عبارت $\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right|$ بزرگتر از سه است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۴ $\frac{67}{15}$

۳ $\frac{4}{15}$

۲ $\frac{23}{3}$

۱ $\frac{5}{3}$

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۴۳ محور تقارن سهمی‌های $y = x^2 + ax - 2$ و $y = -x^2 - 2x + b$ مشترک هستند. اگر از دو نقطه با عرض یکسان روی دو سهمی خط $y = 1$ رسم شود، مقدار ab چقدر است؟

۴ ۴

۳ ۸

۲ -۴

۱ -۸

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۴۴ نمودار تابع $y = \frac{2}{x^2 - 3x + 2}$ به ازای چند مقدار صحیح بین دو خط افقی $y = 0$ و $y = -2$ واقع می‌شود؟

۴ صفر

۳ ۴

۲ ۳

۱ ۱

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۴۵ رأس سهمی $y = kx^2 - 4x - 6$ روی خط $y = -4x - 4$ قرار دارد. عرض رأس سهمی کدام است؟

۴ -۸

۳ -۴

۲ ۶

۱ ۲

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۴۶ از تساوی $9^{x-1} \times (81)^{-1} = \left(-\frac{1}{3}\right)^x$ مقدار x کدام است؟

۴ ۲

۳ ۱

۲ ۴

۱ صفر

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۴۷ خط $x = -1$ محور تقارن سهمی $y = ax^2 + 3x + c$ است. اگر رأس سهمی روی خط $y = 1$ قرار داشته باشد، مقدار ac کدام است؟

۴ $-5/25$

۳ $-3/25$

۲ $3/75$

۱ $5/75$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۴۸ رأس سهمی $y = -ax^2 + ax + 2$ روی سهمی $y = 2bx^2 - bx - 1$ قرار دارد و برعکس. مقدار $b - a$ چقدر است؟

۴ ۱۸

۳ -۱۸

۲ ۶

۱ -۶

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۹ حاصل عبارت $\left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + 2}\right)(\sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{3 + \sqrt{5}})$ کدام است؟

۴ $\sqrt{2}$

۳ ۱

۲ $-\sqrt{2}$

۱ -۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی



۵۰) نمودار تابع $y = 3x^2 + (2m-1)x + m + \frac{4}{3}$ در ناحیه دوم بر نیمساز آن ناحیه مماس است. طول رأس سهمی، کدام است؟

- ۱) $-\frac{1}{18}$ ۲) $-\frac{5}{18}$ ۳) $-\frac{7}{6}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵۱) حاصل عبارت $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{72} + \sqrt[3]{3}(\sqrt{96} - \sqrt{12}) - \sqrt{162}$ ، کدام است؟

- ۱) $\sqrt{3}$ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{18}$ ۴) $\sqrt{6}$

سراسری-انسانی-تیرماه ۱۴۰۱

۵۲) به ازای چند مقدار a ، سهمی $y = ax^2 + (3+2a)x$ از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- ۱) هیچ مقدار a ۲) تمام مقادیر a ۳) ۱ ۴) ۲

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۵۳) حاصل عبارت $\sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-1}} \sqrt{1+\sqrt{7}}$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) $\sqrt[4]{2}$ ۳) ۲ ۴) $2\sqrt[4]{2}$

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۵۴) اگر $\frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{a^2-1} = 2$ باشد، حاصل $\left(\frac{1}{a^3-\sqrt{a^3}+1} + \frac{1}{a^3+\sqrt{a^3}+1}\right)^{14.1}$ چقدر است؟

- ۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۱ ۴) -۱

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۵۵) کم‌ترین مقدار تابع $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$ برابر ۲ است. محور تقارن سهمی، کدام است؟

- ۱) $x = 2$ ۲) $x = 2/5$ ۳) $x = 3$ ۴) $x = 3/5$

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۵۶) مجموع پول علی و اکرم ۱۰۰ تومان است. اگر علی ۱۰ تومان از پولش را به اکرم بدهد، آن‌گاه حاصل ضرب پول‌های باقیمانده آن‌ها ۴۷۵ تومان خواهد شد. پول اولیه‌ی اکرم، کدام است؟

- ۱) ۹ ۲) ۱۵ ۳) ۸۵ ۴) ۹۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۷) فرض کنید $a = \sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}$. مقدار $\left(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2}\right)^2 \left(a + \frac{1}{a} - \sqrt{2}\right)^2$ ، کدام است؟

- ۱) ۹ ۲) ۱۶ ۳) ۲۵ ۴) ۴۹

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۸) فرض کنید $a = \sqrt[4]{\sqrt{6}-2}$ و $b = \sqrt[4]{\sqrt{6}+2}$. مقدار $(a^2 + b^2 - 2ab)^2 (a^2 + b^2 + 2ab)^2$ ، کدام است؟

- ۱) $4(2+\sqrt{3})$ ۲) $4(2-\sqrt{3})$ ۳) $16(2+\sqrt{3})$ ۴) $16(2-\sqrt{3})$

سراسری-تجربی-۱۴۰۰



۵۹ فرض کنید مجموعه جواب نامعادله ی $\frac{((m^2 - 1)x^2 - 2mx + 4)(x - 2\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} \geq 0$ ، به ازای $x > \frac{3}{2}$ ، بازه ی $[2, 4]$

باشد. مقدار m ، کدام است؟

- ۱ -۲ ☐ ۲ صفر ☐ ۳ ۱ ☐ ۴ ۲ ☐

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۶۰ مجموعه جواب نامعادله ی $3 < \frac{2x-1}{x+1} < -1$ ، کدام است؟

- ۱ $(0, +\infty)$ ☐ ۲ $(4, +\infty)$ ☐ ۳ $R - [-4, 0]$ ☐ ۴ $R - [-4, -1]$ ☐

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۱ حاصل عبارت $(2 - \sqrt{3})^{-1} + \frac{\sqrt{27} - 1}{4 + \sqrt{3}}$ ، کدام است؟

- ۱ $1 + 2\sqrt{3}$ ☐ ۲ $2\sqrt{3}$ ☐ ۳ $1 + \sqrt{3}$ ☐ ۴ ۱ ☐

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۲ فرض کنید نقاط $(-2, 5)$ ، $(0, 5)$ و $(1, 11)$ ، بر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ واقع باشند. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

- ۱ $(-1, 3)$ ☐ ۲ $(-1, 4)$ ☐ ۳ $(2, 9)$ ☐ ۴ $(2, 15)$ ☐

سراسری-تجربی-۹۹

۶۳ مجموعه ی جواب نامعادله ی $1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$ ، کدام است؟

- ۱ $(0/6, 1/5)$ ☐ ۲ $(0/8, 1/2)$ ☐ ۳ $(1, 2)$ ☐ ۴ $(0/8, 2)$ ☐

سراسری-تجربی-۹۹

۶۴ حاصل عبارت $\frac{\sqrt{1} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1}$ ، کدام است؟

- ۱ $1 + \sqrt{2}$ ☐ ۲ $-1 + \sqrt{2}$ ☐ ۳ $1 - \sqrt{2}$ ☐ ۴ $\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ ☐

سراسری-تجربی-۹۹

۶۵ به‌ازای کدام مجموعه مقادیر m ، سهمی به معادله ی $y = (1 - m)x^2 + 2(m - 3)x - 1$ ، همواره پایین محور x ها است؟

- ۱ $1 < m < 5$ ☐ ۲ $2 < m < 5$ ☐ ۳ $2 < m < 4$ ☐ ۴ $2 < m < 6$ ☐

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۶۶ اگر $A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}(12)^{-1/5}}$ باشد، حاصل $(1 + A^{-1})^{1/2}$ ، کدام است؟

- ۱ ۳ ☐ ۲ ۴ ☐ ۳ ۵ ☐ ۴ ۶ ☐

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۶۷ مجموعه جواب نامعادله ی $\frac{7x-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$ ، به صورت بازه، کدام است؟

- ۱ $(-4, -2) \cup (1, 2)$ ☐ ۲ $(2, 4)$ ☐ ۳ $(-1, 2) \cup (2, 4)$ ☐ ۴ $(-1, 2)$ ☐



۶۸ مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{2x-3}{x+1} < 3$ ، به کدام صورت است؟

$x < -6$ (۴)

$x > 4$ (۳)

$R = [-4, 6]$ (۲)

$R = [-6, 4]$ (۱)

سراسری-تجربی-۹۸

۶۹ اگر $A = \sqrt[5]{4\sqrt[3]{16}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{2}{3}}$ باشد، حاصل $(2A)^{-\frac{1}{3}}$ ، کدام است؟

۱ (۴)

$\cdot / 75$ (۳)

$\cdot / 5$ (۲)

$\cdot / 25$ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۸

۷۰ حاصل $\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} + (1+\sqrt{2})^2$ ، کدام است؟

۶ (۴)

$4\sqrt{2}$ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۷۱ اگر $xy^2 = \frac{4}{3}$ باشد، حاصل $(x+3y^2)^2 - (x-3y^2)^2$ ، کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۷۲ در تجزیه‌ی عبارت $x^2 - 16x^2 - (x^2 - 12)^2$ ، کدام عامل ضرب وجود ندارد؟

$x + 6$ (۴)

$x + 3$ (۳)

$x + 2$ (۲)

$x - 6$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۷۳ حاصل عبارت $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ ، کدام است؟

۴ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

سراسری-انسانی-۹۷

۷۴ اگر $2x + \frac{5}{x} = 9$ باشد، حاصل $4x^2 + \frac{25}{x^2}$ ، کدام است؟

۶۱ (۴)

۵۷ (۳)

۵۱ (۲)

۴۳ (۱)

سراسری-انسانی-۹۷

۷۵ در تجزیه‌ی عبارت $(x-2)(x^2-4x+4) - 1$ ، کدام عامل ضرب، موجود است؟

$x + 3$ (۴)

$x - 1$ (۳)

$x - 2$ (۲)

$x - 3$ (۱)

سراسری-انسانی-۹۷

۷۶ مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{3x+1}{x-3} < -1$ ، به کدام صورت است؟

$\frac{1}{2} < x < 3$ (۴)

$-\frac{1}{2} < x < 3$ (۳)

$x < 3$ (۲)

$x < \frac{1}{2}$ (۱)

سراسری-تجربی-۹۶



۷۷ اگر $4 = \left(5x - \frac{3}{2x}\right)$ باشد، حاصل $\left(25x^2 + \frac{9}{4x^2}\right)$ ، کدام است؟

۳۲ (۴)

۳۱ (۳)

۲۹ (۲)

۲۴ (۱)

سراسری-انسانی-۹۵

۷۸ اگر $A = \frac{2}{3}\sqrt{18} + 2\sqrt{27} - \sqrt{108} + 0/3\sqrt{200}$ باشد، A^2 برابر کدام است؟

۵۰ (۴)

۴۸ (۳)

۴۵ (۲)

۳۲ (۱)

سراسری-انسانی-۹۵

۷۹ اگر $\alpha = \sqrt[3]{3}\sqrt{2} - 4$ و $\beta = \sqrt[3]{3}\sqrt{2} + 4$ باشند حاصل عبارت $(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)$ ، کدام است؟

$7\sqrt{2}$ (۴)

$6\sqrt{2}$ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۵

۸۰ حاصل عبارت $\sqrt[3]{12} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[2]{2}\sqrt[4]{6}$ ، کدام است؟

۶ (۴)

$2\sqrt[3]{9}$ (۳)

$3\sqrt[6]{32}$ (۲)

$6\sqrt[6]{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۸۱ اگر حاصل عبارت $(2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}}(2 + \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}}$ ، به صورت $\sqrt[3]{A}$ باشد، A کدام است؟

$\sqrt{3} + 1$ (۴)

۲ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{3} - 1$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۸۲ اگر $x = 7 - 2\sqrt[3]{6}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{\frac{x+2}{25}} + \frac{1}{x}$ ، کدام است؟

۱/۴ (۴)

۱/۲ (۳)

۵/۸ (۲)

۵/۶ (۱)

سراسری-انسانی-۹۴

۸۳ حاصل عبارت $(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) \left(\frac{x}{x^2 - 4x + 4} - \frac{1}{x - 2} \right)$ ، کدام است؟

$2x$ (۴)

$2x - 1$ (۳)

$2x - 2$ (۲)

$2x - 4$ (۱)

سراسری-انسانی-۹۴

۸۴ ساده شده‌ی عبارت $\left(\sqrt[2]{5 + \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} + (-\sqrt{2})^2 \right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\sqrt[2]{2\frac{1}{4}} \right)^2$ ، کدام است؟

۴/۵ (۴)

۳/۷۵ (۳)

۳/۵ (۲)

۳/۲۵ (۱)

سراسری-انسانی-۹۴

۸۵ به ازای کدام مقادیر m، نمودار تابع $y = (m + 2)x^2 - 2mx + 1$ همواره در بالای محور xها است؟

$-1 < m < 2$ (۴)

$-2 < m < 2$ (۳)

$-2 < m < -1$ (۲)

$m > -2$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



۸۶ حاصل عبارت $(\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}) \cdot \sqrt{2}\sqrt{2}$ کدام است؟

- ۱ $\sqrt{2}$ ۲ ۳ $1 + \sqrt{2}$ ۴ $2\sqrt{2}$

سراسری-ریاضی-سراسری - آزاد (۹۳)

۸۷ مجموعه جواب نامعادله $|x - 2| < x^2 - 2x$ ، به صورت کدام بازه است؟

- ۱ $(-1, 1)$ ۲ $(-1, 2)$ ۳ $(0, 2)$ ۴ $(1, 2)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۸۸ حاصل عبارت $\sqrt{24} \times \sqrt{9} + \frac{2 - \sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}} - \sqrt{80}$ ، کدام است؟

- ۱ -۴ ۲ -۳ ۳ $-1 - 2\sqrt{5}$ ۴ $3 - 2\sqrt{5}$

سراسری-انسانی-سراسری - آزاد (۹۳)

۸۹ جواب مشترک دو نامعادله $\frac{3x+5}{2} - \frac{2x-4}{3} > \frac{1}{2}$ و $\frac{4x-1}{3} > 2x-2$ به کدام صورت است؟

- ۱ $-2 < x < 2$ ۲ $-4 < x < 1$ ۳ $-2 < x < 1$ ۴ $-4 < x < 2$

سراسری-انسانی-سراسری - آزاد (۹۲)

۹۰ حاصل عبارت $\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}}$ کدام است؟

- ۱ -۳ ۲ -۲ ۳ -۱ ۴ ۰

سراسری-انسانی-سراسری - آزاد (۹۲)

۹۱ معادله درجه دوم $x(2x - 5) = a$ به ازای یک مقدار a ریشه مضاعف دارد، مقدار ریشه مضاعف کدام است؟

- ۱ $-\frac{5}{2}$ ۲ $-\frac{5}{4}$ ۳ $\frac{5}{4}$ ۴ $\frac{5}{2}$

سراسری-انسانی-۹۱

۹۲ حاصل $\frac{2}{2 + \sqrt{6}} + (2\sqrt{2} - 3\sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ کدام است؟

- ۱ -۲ ۲ -۱ ۳ ۱ ۴ ۲

سراسری-انسانی-۹۱

۹۳ اگر عبارت $(a-1)x^2 + (a-1)x + 1$ به ازای هر مقدار x منفی باشد، a به کدام مجموعه تعلق دارد؟

- ۱ $\{a : 1 < a < 5\}$ ۲ $\{a : a < 1\}$ ۳ $\emptyset$ ۴ R

سراسری-ریاضی-۹۱

۹۴ به ازای کدام مقادیر m ، عبارت $(m-1)x^2 + 6x + 2m + 1$ ، برای هر مقدار دلخواه x مثبت است؟

- ۱ $m < -2$ ۲ $m > 2/5$ ۳ $1 < m < 2$ ۴ $1 < m < 2/5$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۹۵ به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله درجه دوم $2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$ ، فاقد ریشه حقیقی است؟

- ۱ $-3 < m < 5$ ۲ $-3 < m < 4$ ۳ $-2 < m < 4$ ۴ $-1 < m < 5$

نارج از کشور-سراسری-تجربی



۹۶ به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، هر نقطه از نمودار تابع $f(x) = (a-1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$ ، در بالای محور x ها است؟

۱ < a < ۲ (۴)

$a > 2$ (۳)

$a > 1$ (۲)

$a < -1$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۹۷ چند عدد طبیعی در نامعادله $\frac{1}{2x-1} + \frac{2}{x-1} > \frac{1}{3}$ ، صدق می‌کند؟

۹ (۴)

۷ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

آزمونهای گزینه ۲-ریاضی-سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۹۸ مجموعه جواب نامعادله $(x-2)(x^2+ax+b) < 0$ بازه $(-\infty, 1)$ می‌باشد. حاصل $a-b$ کدام است؟

-۵ (۴)

۵ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

آزمونهای گزینه ۲-ریاضی-سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۹۹ اگر $0 < a < 1$ ، در بین اعداد زیر، بزرگ‌ترین عدد کدام است؟

$\frac{1}{\sqrt[5]{a}}$ (۴)

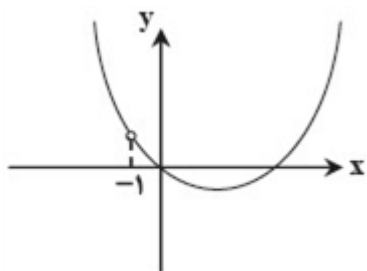
$\frac{1}{a^5}$ (۳)

a^5 (۲)

$\sqrt[5]{a}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲-ریاضی-سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۰۰ اگر شکل مقابل نمودار تابع $y = \frac{4x^2+ax+b}{x+1}$ باشد، کم‌ترین مقدار آن کدام است؟



-۱ (۴)

$-\frac{1}{4}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{3}{4}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲-ریاضی-سال تحصیلی ۹۵-۹۶



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱

$$(m+4)x^2 + (m-n+4)x - n < 0$$

$$m+4 > 0 \quad m > -4$$

مقدار صحیح $m \leftarrow m = -3 \Rightarrow -4 < m < -2 \Rightarrow m < -2 \quad m < -2 \quad m+1 < -1$: از طرفی

ریشه معادله $x = -2 \Rightarrow (-2, -1)$

$$4(-3+4) + (-3-n+4) \times -2 - n = 0 \Rightarrow 4-2+2n-n=0 \Rightarrow n=-2 \Rightarrow mn = +6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲

$$\frac{\left(v^2 \times v^{\frac{1}{r}}\right)^{\frac{1}{\lambda}}}{v^1 \times \left(v^2 \times v^{-\frac{1}{r}}\right)^{\frac{1}{r}}} = \frac{\left(v^{\frac{v}{r}}\right)^{\frac{1}{\lambda}}}{v^1 \times \left(v^{\frac{0}{r}}\right)^{\frac{1}{r}}} = \frac{v^{\frac{v}{r\lambda}}}{v^{\frac{1}{r}}} = v^{\frac{v}{r\lambda} - \frac{1}{r}} = v^{\frac{v}{r\lambda} - \frac{1 \times r}{\lambda \times r}} = v^{-\frac{r}{r\lambda}} \Rightarrow \frac{v^{-\frac{r}{r\lambda}}}{v^{\frac{r}{r\lambda}}}$$

$$= v^{-\frac{r}{r} - \frac{r}{r}} = v^{-2} = \frac{1}{49}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳

$$S(\alpha-1, \alpha+1), y_A = y_B \Rightarrow x_S = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow \alpha-1 = 2b \Rightarrow \alpha = 2b+1 (*)$$

$$x_A, x_B, y_A, y_B \in \mathbb{N} \Rightarrow 2b-1 > 0, 2b+1 > 0, 2b-b^2 > 0$$

$$\Rightarrow b > \frac{1}{2}, b > -\frac{1}{2}, 0 < b < 2 \Rightarrow b = 1$$

$$(*) \Rightarrow \alpha = 3 \Rightarrow y = m(x-2)^2 + 4$$

$$b = 1 \Rightarrow A(3, 1) \xrightarrow{\text{در سهمی}} m+4 = 0 \Rightarrow m = -4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{عبارت} = \frac{(2x-3)^2}{2(2x-3)^2} = \frac{2x-3}{2} = \frac{3+\sqrt{5}-3}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} = 0.5\sqrt{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a+3 \geq 1 \Rightarrow 2a \geq -2 \Rightarrow a \geq -1 \\ a-2 \geq 1 \Rightarrow a \geq 3 \\ 7-2a \geq 1 \Rightarrow 6 \geq 2a \Rightarrow 3 \geq a \end{cases} \Rightarrow a = 3 \Rightarrow A(9, 1), B(1, 1)$$

$$x_S = \frac{9+1}{2} = 5 \Leftarrow \text{B و A دو نقطه با عرض یکسان}$$

$$S(5, 3)$$

$$h \quad k$$

$$y = a(x-5)^2 + 3 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} : 1 = a(1-5)^2 + 3 \Rightarrow -2 = 16a \Rightarrow a = -\frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{8}(x-5)^2 + 3$$

$$\text{نقطه برخورد با محور عرضها} \Rightarrow y = -\frac{1}{8}(0-5)^2 + 3 = -\frac{25}{8} + 3 = -\frac{1}{8}$$

فاصله نقطه $\left(-\frac{1}{8}, 0\right)$ تا مبدأ مختصات = عدد $\frac{1}{8}$

۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{2(8x^2 + 12x + 1)}{(2x+1)^2} = \frac{2(2x+1)^2}{(2x+1)^2} = \frac{2}{2x+1}$$

$$x^2 + x - 1 = 0 \quad \Delta = (1)^2 - 4(1)(-1) = 5 \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad \text{ریشه مثبت} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{2}{2\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right) + 1} = \frac{2}{1 + \sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{5}\sqrt{5} = \frac{2}{5}\sqrt{5}$$

۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(\Delta - 2m)x^2 - (2m + n - \Delta)x - n < 0 \Leftrightarrow (-1, m - 2) \xrightarrow{a+c=b} \text{ریشه ها} = \left\{-1, \frac{-c}{a}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{n}{\Delta - 2m} = m - 2 \Rightarrow n = (m - 2)(\Delta - 2m)$$

$$x^2 \text{ ضریب} = \Delta - 2m > 0 \xrightarrow{m \in \mathbb{N}} m = 1, 2 \quad \cap \quad m = 2 \Rightarrow n = 0 \Rightarrow m + n = 2$$

$$m - 2 > -1 \Rightarrow m > 1$$

۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{2^{\frac{1}{12}} \times 2^{\frac{1}{6}} \times 2 \times 2 \times 2^{\frac{1}{12}}}{\sqrt{6}} = \frac{2 \times 2 \times 2}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{6}$$

$$\frac{1-a}{9-3a} < 0 \Rightarrow 1 < a < 3 \Rightarrow a = 2$$

و البته اگر $a = 3$ باشد عبارت تعریف نشده است. پس:

$a = 2, 3$ ✓

۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$0 < -\frac{b}{2a} = \frac{m}{2} \Rightarrow 0 < m$$

۱۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$0 < -\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow \frac{\Delta}{4a} < 0 \Rightarrow \frac{m^2 - 4(2-m)}{4} < 0 \Rightarrow m^2 + 4m - 8 < 0$$

$$(m+2)^2 < 12 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m+2 < \sqrt{12} \Rightarrow m < \sqrt{12} - 2 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = 1$$

۱۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} 2a+3 &= 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \\ 4b-5 < 0 \Rightarrow b < \frac{5}{4} \xrightarrow{b \in \mathbb{N}} b=1 \\ \frac{4c+1}{4(b)-5} &= \frac{3}{2} \Rightarrow 4c+1 = -\frac{3}{2} \Rightarrow c = -\frac{5}{8} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{5}{8}} = \frac{12}{5}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$x = \frac{\sqrt{1+\sqrt{3}} + \sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}} \Rightarrow x^2 = \frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{3}-1+2\sqrt{3-1}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$= 2(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 \Rightarrow x = \sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = \sqrt{6}+2$$

$$x = \sqrt{6}+2 \Rightarrow x-2 = \sqrt{6}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳

$$\left. \begin{aligned} q(x) &= x^r(x^r+rx+2) = x^r(x+1)(x+2) \\ p(x) &= x^r(x^r+a) \xrightarrow{a=-1} x^r(x^r-1) = x^r(x-1)(x+1) \end{aligned} \right\} \text{بهم} \dots = x^r(x+1)$$

$$\text{بهم} \dots = x^n + x^r \Rightarrow n = r \Rightarrow \text{بهم} \dots = x^r + x^r = x^r(x+1)$$

$$\left. \begin{aligned} n &= r \\ a &= -1 \end{aligned} \right\} na = -r$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۴

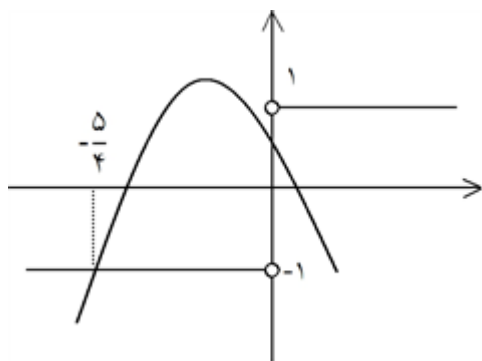
$$x^r+1 + \frac{1.}{x^r+1} = 1. \Rightarrow t + \frac{1.}{t} = 1. (I)$$

$$\text{خواسته سؤال} = t^r + \frac{1.}{t^r}$$

$$t^r + \frac{1.}{t^r} + 2. = 1. \Rightarrow t^r + \frac{1.}{t^r} = 1.$$

طرفین رابطه (I) را به توان ۲ می‌رسانیم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به گزینه‌ها $1 < c < 0$. ۱۵



$$f\left(-\frac{5}{4}\right) = -1 \Rightarrow -2\left(-\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{r}{r}\left(-\frac{5}{4}\right) + c = -1$$

$$\Rightarrow -\frac{25}{8} + \frac{15}{8} + c = -1 \Rightarrow c = \frac{1}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\left. \begin{aligned} y &= ax^r + 7x + 16a \\ y &= -x \end{aligned} \right\} \text{تقاطع} \Rightarrow ax^r + 7x + 16a = -x \Rightarrow ax^r + 8x + 16a = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta=0} 16 - a(16a) = 0 \Rightarrow 16(1-a^2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow x^r + 8x + 16 = 0 \Rightarrow (x+4)^2 = 0 \Rightarrow x = -4 \times \\ a = -1 \Rightarrow -x^r + 8x - 16 = 0 \Rightarrow -(x-4)^2 = 0 \Rightarrow x = 4 \checkmark \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$\sqrt{x-4} - \sqrt{x-a} = t \Rightarrow \text{حکم: } 1+t = ?$$

$$\sqrt{x-4} + \sqrt{x-a} = 1+t \xrightarrow{\times(t)} \cancel{\sqrt{x-4}} - \cancel{\sqrt{x-a}} + a = 4t \Rightarrow t = \frac{a-4}{4} = \frac{a}{4} - 1$$

$$1+t = \cancel{\sqrt{x-4}} + \frac{a}{4} - \cancel{\sqrt{x-a}} = \frac{a}{4}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$\frac{\sqrt[3]{\sqrt[3]{9 \times 27} \times 3^{\frac{1}{3}}}}{\sqrt[3]{3} \times (3^{\frac{2}{3}})^{-\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt[3]{3^0 \times 3^{\frac{1}{3}}}}{\sqrt[3]{3} \times 3^{-\frac{2}{3}}} = \frac{3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{3}} \times 3^{-\frac{2}{3}}} = \frac{3^{\frac{2}{3}}}{3^{-\frac{1}{3}}} = 3^{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}} = 3^1 = 3$$

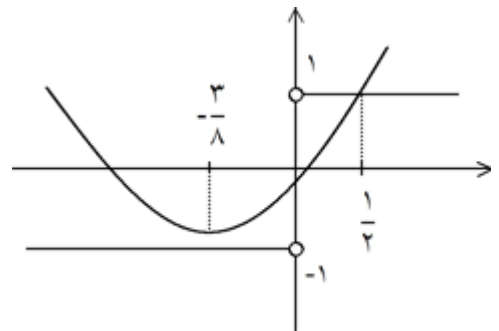
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$y = 2x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}x + c$$

$$x_s \text{ راس سهمی} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{1}$$

برای اینکه سهمی در بازه $(0, \frac{1}{2})$ پایین‌تر از خط $y = 1$ باشد، می‌بایست:

$$y\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right) + c = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + c = 1 \Rightarrow c = -\frac{1}{4}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۰

$$\underbrace{(\sqrt{x+a} - \sqrt{x-a})}_r \underbrace{(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-a})}_t = (x+a) - (x-a) = a+a$$

$$rt = a+a \Rightarrow t = \frac{a+a}{r} = \frac{a}{r} + r \Rightarrow \sqrt{x+a} + \sqrt{x-a} - r = \frac{a}{r}$$

$$\frac{\sqrt{r \times r \sqrt{r}}}{\sqrt{r \sqrt{r} \times (r^{\frac{1}{2}})^{-\frac{1}{2}}}} = \frac{\sqrt{r} \times \sqrt[3]{r \sqrt{r}}}{\sqrt[3]{r \sqrt{r} \times r^{-\frac{1}{2}}}} = 8\sqrt[3]{r}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۲

$$B = \frac{r + \sqrt{28}}{\lambda + \sqrt{28}} = \frac{r + 2\sqrt{7}}{\lambda + 2\sqrt{7}} \times \frac{\lambda - 2\sqrt{7}}{\lambda - 2\sqrt{7}} = \frac{16 - 4\sqrt{7} + 16\sqrt{7} - 28}{36} = \frac{12\sqrt{7} - 12}{36} = \frac{\sqrt{7} - 1}{3}$$

$$\Rightarrow rB + 1 = \sqrt{7}$$



$$-4 < \frac{-1}{3-x} < 0 \Rightarrow -4 < \frac{1}{x-3} < 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-3} < 0 \Rightarrow x-3 < 0 \Rightarrow x < 3 & (1) \\ \frac{1}{x-3} > -4 \Rightarrow 1 < -4x+12 \Rightarrow 4x < 11 \Rightarrow x < \frac{11}{4} & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} \Rightarrow \text{مقادیر طبیعی} = 1, 2 = \text{مجموعه جواب}$$

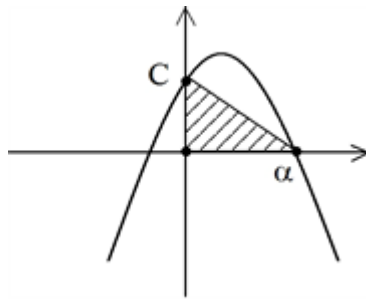
روش دوم:

$-4 < \frac{1}{x-3} < 0$ اعداد طبیعی بزرگتر از ۳ کسر را مثبت می‌کند و کسر به ازای $x=3$ تعریف نشده است، پس فقط $x=1$ و $x=2$ جواب است.

$$-mx^r + mx + 1 = -m - x \Rightarrow mx^r - (1+m)x - 1 - m = 0 \xrightarrow{\Delta < 0}$$

$$\Delta = (1+m)^r - 4m(-1-m) < 0 \Rightarrow (1+m)(1+m+4m) < 0 \Rightarrow (1+m)(5m+1) < 0$$

$$\Rightarrow -1 < m < -\frac{1}{5} \Rightarrow \text{هیچ عدد صحیحی در این بازه وجود ندارد}$$



$$\frac{\alpha \times C}{r} = C^r \Rightarrow \alpha = rC$$

$$-(rC)^r + r(rC) + C = 0 \Rightarrow -rC^r + 5C = 0 \Rightarrow rC^r = 5C$$

$$rC = 5 \Rightarrow C = \frac{5}{r} = 1/25$$

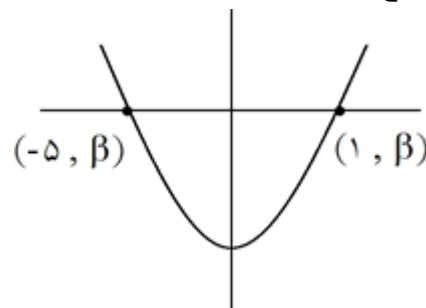
$$A = \sqrt[r]{r^r \sqrt[r]{r^r} \times (r \times r^r)^{-\frac{r}{r}}} = \sqrt[r]{r^r \times r^{\frac{r}{r}} \times r^{-\frac{r}{r}} \times r^{-r}} = \sqrt[r]{r^{\frac{r}{r}} \times r^{-\frac{r}{r}} \times r^{-r}} = r^{\frac{1}{r}} \times r^{-\frac{r}{r}} \times r^{-r} = r^{-1} \times r^{-r} = \frac{1}{r} \times \frac{1}{r^r} = \frac{1}{5^4} \Rightarrow A^{-1} = 5^4$$

$$(1 + A^{-1})^{-\frac{1}{r}} = (1 + 5^4)^{-\frac{1}{r}} = (r^r)^{-\frac{1}{r}} = r^{-1} = \frac{1}{r} = 0.25$$

$$x = \frac{-5+1}{r} = -2, \text{ راس سهمی } y = -\frac{1}{r}$$

$$y = a(x+r)^r - \frac{1}{r} \xrightarrow{x=-2} \frac{r}{r} = 4a - \frac{1}{r} \Rightarrow a = \frac{1}{r}$$

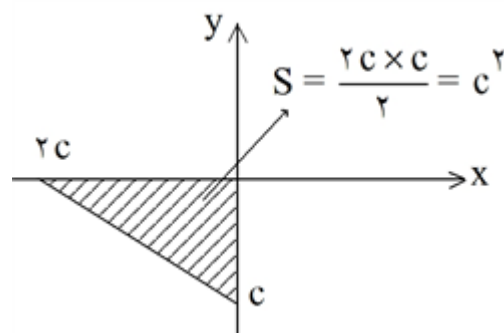
$$y = \frac{1}{r}(x+r)^r - \frac{1}{r} \xrightarrow{x=1} \beta = \frac{9}{r} - \frac{1}{r} = 4$$



۲۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون مساحت مثلث برابر c^2 است. پس ریشه معادله $x^2 + 5x + c = 0$ باید برابر ۲ باشد.

$$\begin{aligned} \xrightarrow{\substack{2c \\ \text{جایگزین می کنیم}}} (2c)^2 + 5(2c) + c &= 0 \\ \Rightarrow 4c^2 + 11c &= 0 \Rightarrow c(4c + 11) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} c = 0 & \text{غ ق} \\ c = -\frac{11}{4} = -2.75 & \end{cases} \end{aligned}$$



۲۹

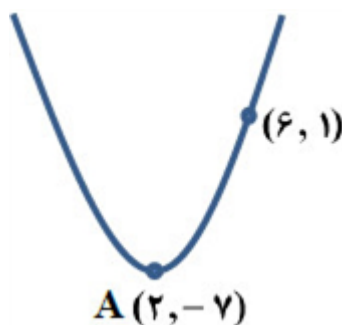
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} A &= \sqrt[3]{3^3 \times \sqrt[3]{3^6} \times 3^{\frac{5}{3}}} = \sqrt[3]{3^3 \times 3^{\frac{6}{3}} \times 3^{\frac{5}{3}}} = \sqrt[3]{3^{\frac{14}{3}} \times 3^{\frac{5}{3}}} \\ &= 3^{\frac{3}{3}} \times 3^{\frac{5}{3}} = 3^3 = 27 \Rightarrow (5 + A)^{-\frac{1}{5}} = (32)^{-\frac{1}{5}} = \left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

۳۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. رأس سهمی است. پس

$$\begin{aligned} y &= a(x-2)^2 - 7 \xrightarrow[y=1]{x=6} 1 = 16a - 7 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \\ y &= \frac{1}{2}(x-2)^2 - 7 \xrightarrow{x=-2} y = 8 - 7 = 1 \end{aligned}$$



تنها گزینه ۴ در آن صادق است.

۳۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} x^2 < (x-2)^2 &\Rightarrow x^2 < |x-2| \Rightarrow \begin{cases} x < 2 \Rightarrow x^2 < -(x-2) \Rightarrow x^2 + x - 2 < 0 \Rightarrow -2 < x < 1 \\ x \geq 2 \Rightarrow x^2 < +(x-2) \Rightarrow x^2 - x + 2 < 0 \Rightarrow \Delta < 0 \end{cases} \\ a = -2, b = 1 &\Rightarrow b - a = 3 \end{aligned}$$

۳۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} x \leq \frac{1}{2} &\Rightarrow x - 2x + 1 < 3 \Rightarrow -2 < x \xrightarrow{\cap} -2 < x \leq \frac{1}{2} \xrightarrow{\in \mathbb{Z}} -1, 0 \\ x > \frac{1}{2} &\Rightarrow x + 2x - 1 < 3 \Rightarrow x < \frac{4}{3} \xrightarrow{\cap} \frac{1}{2} < x < \frac{4}{3} \xrightarrow{\in \mathbb{Z}} 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x \in \{-1, 0, 1\}$$

$$\begin{cases} y = -3x^2 + (2m-1)x + m - 6 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow -3x^2 + (2m-1)x + m - 6 = -x$$

$$\stackrel{(*)}{\Rightarrow} -3x^2 + 2mx + m - 6 = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 4m^2 - 4(-3)(m-6) = 0 \Rightarrow m^2 + 2m - 18 = 0$$

$$\Rightarrow (m+6)(m-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -6 \\ m = +3 \end{cases}$$

$$m = -6 \stackrel{(*)}{\rightarrow} -3x^2 - 12x - 12 = -3(x+2)^2 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ غ ق}$$

پس $m = 3$ جواب است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sqrt{18+18\sqrt{v}} - \sqrt{18-18\sqrt{v}}}{\sqrt{v}-\sqrt{v} + \sqrt{v} + \sqrt{v}} = \frac{\sqrt{(9+\sqrt{v})^2} - \sqrt{(9-\sqrt{v})^2}}{\sqrt{\left(\sqrt{\frac{v}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2} + \sqrt{\left(\sqrt{\frac{v}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2}}$$

$$= \frac{9+\sqrt{v} - 9 + \sqrt{v}}{\sqrt{\frac{v}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{v}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}} = \frac{2\sqrt{v}}{2 \times \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

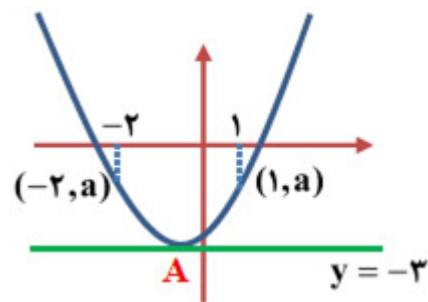
$$\frac{1}{a + \frac{1}{a}} + \frac{1}{a - \frac{1}{a}} = 2a \Rightarrow \frac{a - \frac{1}{a} + a + \frac{1}{a}}{a^2 - \frac{1}{a^2}} = 2a \Rightarrow 2a = 2a \left(a^2 - \frac{1}{a^2} \right) \Rightarrow a^2 - \frac{1}{a^2} = 1$$

$$a^2 - 1 = a^2 \Rightarrow a^2 = a^2 + 1$$

$$x = \frac{1}{a^2 + a + 1} + \frac{1}{a^2 - a + 1} = \frac{a^2 - a + 1 + a^2 + a + 1}{(a^2 + 1 + a)(a^2 + 1 - a)} = \frac{2(a^2 + 1)}{a^2 + a^2 + 1} = \frac{2a^2}{a^2 + a^2} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt[2]{x} = \sqrt[2]{1} = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$y = a'x^2 + b'x + c', c' = -2$$

$$\begin{cases} x_A = \frac{(-2)+1}{2} = \frac{-1}{2} = -\frac{b'}{2a'} \Rightarrow a' = b' \in f(x) \\ y_A = -2 \end{cases}$$

$$-2 = \frac{a'}{4} - \frac{b'}{2} - 2 \Rightarrow a' - 2b' = -2 \xrightarrow{a'=b'} a' = b' = 2$$

$$y = 2x^2 + 2x - 2 \xrightarrow{(1,a) \in f(x)} a = 6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا با توجه به اطلاعات همه پارامترها را بر حسب a می‌نویسیم:

$$a = -1/5c \Rightarrow a = -\frac{2}{3}c \Rightarrow c = -\frac{3}{2}a \xrightarrow[y=0]{x=-2} \cdot = -2a + b \Rightarrow b = 2a$$

$$\xrightarrow[y=0]{x=-2} \cdot = -2c + d \Rightarrow d = 2c \Rightarrow d = -\frac{3}{2}a$$

$$\Rightarrow f(x) = \left(-\frac{1}{3}ax - \frac{2}{3}a\right)^2 - (ax + 2a)^2$$

در سهمی $y = a'x^2 + b'x + c'$ محور تقارن خط $x = -\frac{b'}{2a'}$ است پس در ضابطه $f(x)$ کافی است ضرایب a' و b' را به

$$\Rightarrow f(x) = \frac{a^2}{9}x^2 - a^2x^2 + \frac{4}{9}a^2x - 4a^2x + c' \quad \text{دست آوریم:}$$

$$\Rightarrow f(x) = \left(\frac{a^2}{9} - a^2\right)x^2 + \left(\frac{4}{9}a^2 - 4a^2\right)x + c'$$

$$\text{محور تقارن } x = \frac{-\left(\frac{4}{9} - 4\right)a^2}{2\left(\frac{1}{9} - 1\right)a^2} = \frac{\frac{28}{9}}{2 \times \frac{-8}{9}} = -\frac{28}{16} = -\frac{7}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به اینکه طول ۲ برابر عرض است پس طول را $2x$ و عرض را x فرض می‌کنیم. چون

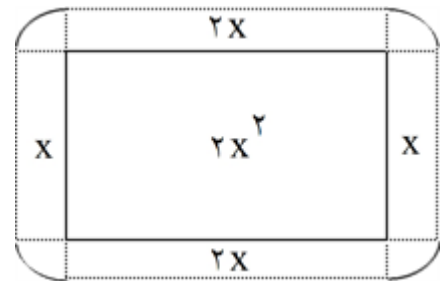
دسترسی به باغچه یک متر است شکل روبه‌رو را رسم می‌کنیم. (از ۴ رأس باغچه کمانی به شعاع یک رسم می‌کنیم که مساحت ۴ ربع دایره برابر یک دایره با شعاع ۱ است.)

$$S_{\text{باغچه}} = 2x^2, S_{\text{کل}} = 2x^2 + 6x + \pi$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{باغچه}} + \left(1 + \frac{1}{18}\pi\right)S_{\text{باغچه}}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 6x + \pi = 2x^2 + \left(1 + \frac{1}{18}\pi\right)2x^2 \Rightarrow 6x + \pi = \left(1 + \frac{1}{18}\pi\right)2x^2 \Rightarrow \frac{6x + \pi}{2x^2} = \frac{18 + \pi}{18}$$

با توجه به گزینه‌ها $x = 3$ را انتخاب می‌کنیم که در معادله فوق صدق می‌کند. پس طول باغچه $2x = 6$ است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$8^{-\frac{r}{2}m} \times 4^{-n} + 4^{-m} \times 8^{-\frac{r}{2}n} > \frac{1}{128} \Rightarrow 2^{-rm-n} + 2^{-m-rn} > 2^{-7} \Rightarrow 2(2^{-rm-rn}) > 2^{-7}$$

$$\Rightarrow 2^{-rm-rn} > 2^{-8} \Rightarrow -rm - rn > -8 \Rightarrow m + n < 4 \Rightarrow (m, n) = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\}$$

$$\text{Max}(m^r + n^r) = 2^r + 1^r = 8 + 1 = 9$$

$$a^{\frac{1}{5}} = 27a^{\frac{10}{5}} \Rightarrow 27a^r = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} = 27\sqrt{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{2\sqrt{3}-3}{1+\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)^2}{2} = \frac{2(4-2\sqrt{3})}{2} = 4-2\sqrt{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۱

$$\frac{-2m}{m^2-1} = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}m^2 + 2m - \sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow |m_1 - m_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{4+12}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۲

$$15x^2 + 73x + 14 < 0 \Rightarrow -\frac{14}{3} < x < -\frac{1}{5}$$

$$\frac{-70}{15} = \frac{-14}{3} \quad \frac{-3}{15} = \frac{-1}{5}$$

$$\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| > 3 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{x-3}{2} > 3 \Rightarrow x > 9 \\ \frac{x-3}{2} < -3 \Rightarrow x < -3 \end{array} \right.$$

$$\cap \Rightarrow \frac{-14}{3} < x < -3 \Rightarrow b - a = \frac{5}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۳

$$\frac{2}{-1} = \frac{-a}{1} \Rightarrow a = 2$$

$$y = x^2 + 2x - 2 = 1 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array} \right.$$

پس سهمی دوم هم باید به ازای $x = 1$ و $x = -3$ برابر $y = 1$ شود.

$$y = -(x-1)(x+3) + 1 = -x^2 - 2x + 4 \Rightarrow b = 4$$

$$\begin{array}{l} a=2 \\ b=4 \end{array} \Rightarrow ab = 8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۴

$$-2 < \frac{2}{x^2 - 3x + 2} < 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 3x + 2}{2} < -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 - 3x + 2 < -1 \Rightarrow x^2 - 3x + 3 < 0$$

عبارت $x^2 - 3x + 3$ همواره مثبت است و پاسخ مسئله صفر مقدار صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۵

$$S\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) : \text{رأس سهمی}$$

پس رأس سهمی $S\left(\frac{2}{k}, -\frac{4}{k} - 6\right)$ است. این نقطه باید روی خط $y = -4x - 4$ قرار گیرد.

$$\Rightarrow -\frac{4}{k} - 6 = -\frac{8}{k} - 4 \Rightarrow \frac{4}{k} = 2 \Rightarrow k = 2$$

$$\text{در نتیجه عرض رأس سهمی } -\frac{4}{2} - 6 = -8 \text{ است.}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۶

$$(81)^{-1} \times 9^{x-1} = \left(-\frac{1}{3}\right)^x \Rightarrow 3^{-4} \times 3^{x-2} = (-3)^{-x} \Rightarrow (3)^{x-6} = (-3)^{-x}$$

$$\xrightarrow{x \text{ زوج باشد}} 2x - 6 = -x \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

$$y = ax^2 + 2x + c$$

$$\text{معادله محور تقارن سهمی} = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_s = \frac{-2}{2a} = -1 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1$$

رأس سهمی روی خط $y = 1$ است پس:

$$\Rightarrow \frac{2}{1}(-1)^2 + 2(-1) + c = 1 \Rightarrow \frac{2}{1} - 2 + c = 1 \Rightarrow c = 1 + \frac{2}{1} = \frac{5}{1}$$

$$\Rightarrow ac = \frac{2}{1} \times \frac{5}{1} = \frac{10}{1} = 2/5$$

$$y = -ax^2 + ax + 2 \Rightarrow s\left(\frac{1}{2}, \frac{a^2 + 4a}{4a}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{a}{4} + 2\right)$$

$$y = 2bx^2 - bx - 1 \Rightarrow s\left(\frac{1}{4}, \frac{b^2 + 4b}{-4b}\right) = \left(\frac{1}{4}, -\frac{b}{4} - 1\right)$$

$$2b\left(\frac{1}{4}\right) - b\left(\frac{1}{4}\right) - 1 = \frac{a}{4} + 2 \Rightarrow \frac{a}{4} = -3 \Rightarrow a = -12$$

$$-\frac{a}{4} + \frac{a}{4} + \cancel{2} = -\frac{b}{4} - \cancel{1} \Rightarrow \frac{12}{4} = -\frac{b}{4} \Rightarrow b = -6$$

$$b - a = -6 - (-12) = 6$$

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + 2} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{\sqrt{2}(\sqrt{5} + \sqrt{2})} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$A = \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{3 + \sqrt{5}} < 0 \Rightarrow A^2 = 3 - \sqrt{5} + 3 + \sqrt{5} - 2\sqrt{9 - 5} = 2$$

$$\Rightarrow |A| = \sqrt{2} \Rightarrow A = -\sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \times -\sqrt{2} = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. خط $x < 0$ و $y = -x$ بر سهمی مماس است، پس معادله تقاطع جواب مضاعف منفی

$$2x^2 + (2m - 1)x + m + \frac{4}{3} = -x \Rightarrow 2x^2 + 2mx + m + \frac{4}{3} = 0$$

دارد:

$$\Rightarrow \Delta = 4m^2 - 12m - 16 = 0 \Rightarrow m^2 - 3m - 4 = (m - 4)(m + 1) = 0 \Rightarrow m = 4 \text{ یا } -1$$

جواب مضاعف باید منفی باشد، پس m باید مثبت باشد.

$$\Rightarrow m = 4 \Rightarrow \text{سهمی: } y = 2x^2 + 7x + \frac{16}{3}$$

طول رأس این سهمی $x_s = -\frac{7}{4}$ است.

$$\begin{aligned} & \sqrt{3 \times \sqrt{72}} + \sqrt{3(\sqrt{96} - \sqrt{12})} - \sqrt{162} = \sqrt{3 \times 72} + \sqrt{3(\sqrt{6 \times 16} - \sqrt{3 \times 4})} - \sqrt{2 \times 81} \\ & = \sqrt{3 \times 72} + \sqrt{3(4\sqrt{6} - 2\sqrt{3})} - 9\sqrt{2} = 6 + 4\sqrt{3 \times 6} - 2\sqrt{3 \times 3} - 9\sqrt{2} \\ & = 6 + 12\sqrt{2} - 6 - 9\sqrt{2} = 3\sqrt{2} = \sqrt{18} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون از ربع سوم نباید بگذرد، پس $a > 0$ و چون یکی از ریشه‌ها صفر است باید ریشه دیگر

مثبت باشد، یعنی: $\frac{-3}{2} < a < 3 + 2a < 0 \Rightarrow a < \frac{-3}{2}$ پس چون جواب‌ها اشتراک ندارند. به ازای هیچ مقداری

از ناحیه سوم نمیگذرد.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۳

$$\sqrt[r]{(\sqrt[r]{r} + \sqrt{r})^{-1}} \cdot \sqrt[r]{(1 + \sqrt{r})^r} = \sqrt[r]{(\sqrt[r]{r} + \sqrt{r})^{-1} (1 + \sqrt{r})^r}$$

$$= \sqrt[r]{\cancel{(\sqrt[r]{r} + \sqrt{r})^{-1}}^r \cdot \cancel{(\sqrt[r]{r} + \sqrt{r})}^r} = \sqrt[r]{r}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. داریم: ۵۴

$$\frac{1}{a^r + 1} + \frac{1}{a^r - 1} = r \Rightarrow \frac{ra^r}{(a^r + 1)(a^r - 1)} = r \Rightarrow (a^r + 1)(a^r - 1) = a^r \Rightarrow a^r - 1 = a^r$$

$$\Rightarrow a^r = a^r + 1$$

$$\frac{1}{a^r - \sqrt{a^r} + 1} = \frac{1}{a^r + 1 - \sqrt{a^r}} \times \frac{a^r + 1 + \sqrt{a^r}}{a^r + 1 + \sqrt{a^r}} = \frac{a^r + 1 + \sqrt{a^r}}{(a^r + 1)^2 - a^r}$$

$$\frac{1}{a^r + \sqrt{a^r} + 1} = \frac{1}{a^r + 1 + \sqrt{a^r}} \times \frac{a^r + 1 - \sqrt{a^r}}{a^r + 1 - \sqrt{a^r}} = \frac{a^r + 1 - \sqrt{a^r}}{(a^r + 1)^2 - a^r}$$

جمع دو کسر بالا:

$$\frac{a^r + 1 + \cancel{\sqrt{a^r}}}{(a^r + 1)^2 - a^r} + \frac{a^r + 1 - \cancel{\sqrt{a^r}}}{(a^r + 1)^2 - a^r} = \frac{2(a^r + 1)}{(a^r + 1)^2 - a^r} = \frac{2(a^r + 1)}{a^r + a^r + 1} = \frac{2(a^r + 1)}{(a^r + 1) + (a^r + 1)}$$

$$= \frac{2(a^r + 1)}{2(a^r + 1)} = 1$$

حاصل داخل پرانتز یک می شود پس به توان ۱۴۰ همان یک می شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تابع دارای کمترین مقدار است پس: ۵۵

$$m > 0$$

$$\min = r \Rightarrow -\frac{\Delta}{2a} = r \Rightarrow -\frac{144 - 4m(5m - 1)}{4m} = r \Rightarrow \frac{r^2 - m(5m - 1)}{m} = -r$$

$$36 - 5m^2 + m = -2m \Rightarrow 5m^2 - 3m - 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2/4 \text{ غ ق} \\ m = 3 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\text{محور تقارن: } x = -\frac{(-12)}{2m} = \frac{12}{6} = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۶

$$A(\text{علی}) + B(\text{اکرم}) = 100 \Rightarrow A = 100 - B$$

$$(A - 10)(B + 10) = 475 \Rightarrow AB + 10A - 10B - 100 = 475$$

$$B(100 - B) + 10(100 - B) - 10B = 575 \Rightarrow -B^2 + 100B + 1000 - 10B - 10B = 575$$

$$B^2 - 80B - 425 = 0 \Rightarrow B = 40 \pm \sqrt{1600 + 425} \Rightarrow B = 85$$

روش دوم: بررسی گزینه ها، اگر به گزینه های ۲ و ۳ دقت شود، به سادگی با بررسی گزینه ۳ به درستی آن می رسیم.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۷

$$\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} \left(\left(a + \frac{1}{a} \right)^r - r \right)^r = \left(a^r + \frac{1}{a^r} + \cancel{r - r} \right)^r = a^r + \frac{1}{a^r} + r$$

$$= 7 - 4\sqrt{3} + \frac{1}{7 - 4\sqrt{3}} + r = 9 - 4\sqrt{3} + \frac{7 + 4\sqrt{3}}{49 - 48} = 16$$

$$(a - b)^r (a + b)^r \Rightarrow (a^r - b^r)^r$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۸

$$(\sqrt{\sqrt{6} + 2} - \sqrt{\sqrt{6} - 2})^r = (\sqrt{6} + 2 + \sqrt{6} - 2 - 2\sqrt{2})^r = (2\sqrt{6} - 2\sqrt{2})^r$$

$$= 2(6 + 2 - 4\sqrt{3}) = 8(4 - 2\sqrt{3}) = 16(2 - \sqrt{3})$$

$$\frac{((m^2 - 1)x^2 - 2mx + 1)(x - 2\sqrt{x} + 2)}{2x - 2} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{((m^2 - 1)x^2 - 2mx + 1)(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2)}{2x - 2} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{((m^2 - 1)x^2 - 2mx + 1) \overbrace{(\sqrt{x} - 1)}^{(+)} \overbrace{(\sqrt{x} - 2)}^{(+)}}{\underbrace{2x - 2}_{(+)}} \geq 0$$

$$\Rightarrow ((m^2 - 1)x^2 - 2mx + 1)(x - 4) \geq 0$$

چون جواب بازه‌ی $[2, 4]$ شده پس $x = 2$ ، ریشه‌ی عبارت درجه ۲ است.

$$(m^2 - 1)(4) - 8m + 1 = 0 \Rightarrow 4m^2 - 4 - 8m + 1 = 0 \Rightarrow 4m^2 - 8m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

$$m = 0 \Rightarrow \overbrace{(-x^2 + 4)}^{(+)}(x - 4) \geq 0 \Rightarrow (+x + 2)(-x + 2)(x - 4) \geq 0$$

$\Rightarrow (-x + 2)(x - 4) \geq 0 \Rightarrow 2 \leq x \leq 4$ قابل قبول است.

$$m = 2 \Rightarrow (3x^2 - 8x + 4)(x - 4) \geq 0 \Rightarrow (x - 2)(3x - 2)(x - 4) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ \text{یا} \\ x \leq 2 \end{cases}$$

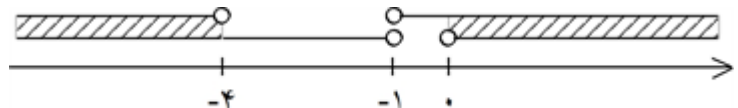
غیر قابل قبول است.

$$-1 < \frac{2x - 1}{x + 1} < 3$$

روش اول:

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{x+1} > -1 \Rightarrow \frac{2x-1}{x+1} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{2x-1+x+1}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{3x}{x+1} > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 0 \quad (1) \\ \frac{2x-1}{x+1} < 3 \Rightarrow \frac{2x-1}{x+1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{2x-1-3x-3}{x+1} < 0 \Rightarrow \frac{-x-4}{x+1} < 0 \Rightarrow x < -4 \text{ یا } x > -1 \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} (-\infty, -4) \cup (0, +\infty) = R - [-4, 0]$$



گزینه‌های ۲ و ۱ غلط $\frac{11}{4} < -1 < -5$: خوب

روش دوم:

گزینه‌ی ۴ غلط $-1 < -1 < 3$: بد



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۱

$$\frac{\sqrt{27}-1}{2+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1} = \sqrt{3}-1+2+\sqrt{3}=2\sqrt{3}+1$$

$$\frac{\sqrt{27}-1}{2+\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}-1}{2+\sqrt{3}} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}-9-2+\sqrt{3}}{13} = \frac{13\sqrt{3}-11}{13} = \frac{\cancel{13}(\sqrt{3}-1)}{\cancel{13}} = \sqrt{3}-1$$

$$(2-\sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۲

$$y = ax^2 + bx + c \begin{cases} (0, 5) \Rightarrow c = 5 \\ (1, 11) \Rightarrow a + b = 6 \\ (-2, 5) \Rightarrow 4a - 2b = 5 \end{cases} \Rightarrow 6a = 12 \Rightarrow a = 2, b = 4$$

$$y = 2x^2 + 4x + 5 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow 2 - 4 + 5 = 3 \\ x = 2 \Rightarrow 8 + 8 + 5 = 21 \end{cases}$$

پس $(-1, 3)$ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۳

$$1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$$

روش اول (حذف گزینه).

گزینه ۳ رد می‌شود $(1, 2)$ ✓ $x = 1 \Rightarrow 1 < 2 < 3$

گزینه‌های ۱ و ۲ رد می‌شود $(0.5, 1.5)$ ✓ $x = 1/2 \Rightarrow 1 < 2/3 < 3$

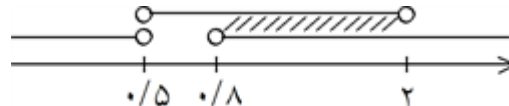
پس گزینه ۴ $(0.5, 2)$ صحیح است.

روش دوم:

$$\frac{x+1}{2x-1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{-5x+4}{2x-1} < 0 \Rightarrow x < 0.8 \text{ یا } x > 0.5 \quad (1)$$

$$\frac{x+1}{2x-1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{-x+2}{2x-1} > 0 \Rightarrow 0.5 < x < 2 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow (0.5, 2)$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۴

$$\frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}} - 2(\sqrt[3]{9}-1)^{-1} = \frac{(2\sqrt{2}+3\sqrt{3})(5+\sqrt{6})}{(5-\sqrt{6})(5+\sqrt{6})} - \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$$

$$\sqrt{3^2}-1=\sqrt{3}-1$$

$$= \frac{10\sqrt{2}+6\sqrt{3}+15\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{19} - \sqrt{3}-1 = \frac{19\sqrt{2}+19\sqrt{3}}{19} - \sqrt{3}-1 = \frac{\cancel{19}(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{\cancel{19}} - \sqrt{3}-1$$

$$= \sqrt{2} + \cancel{\sqrt{3}} - \cancel{\sqrt{3}} - 1 = \sqrt{2}-1$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۵

$$y = (1 - m)x^2 + 2(m - 2)x - 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow \cancel{4(m-2)^2} + \cancel{4(1-m)} < 0 \\ a < 0 \Rightarrow 1 - m < 0 \Rightarrow m > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m^2 - 6m + 9 + 1 - m < 0 \Rightarrow m^2 - 7m + 10 < 0 \Rightarrow 2 < m < 5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۶

$$A = \sqrt[5]{9\sqrt{2}(12)^{-1/5}} = \sqrt[5]{3^2 \times 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{12^{\frac{1}{5}}} = \sqrt[5]{3^{\frac{5}{2}} \times 2^{\frac{5}{2}}} \cdot \frac{1}{(2^2)^{\frac{1}{5}} \times 3^{\frac{1}{5}}} = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{5}}}$$

$$= \frac{1}{2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}}} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$

$$(1 + A^{-1})^{\frac{1}{2}} = (1 + 2 \times 3)^{\frac{1}{2}} = (5)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۷

$$\frac{5x - 8}{x^2 - x - 2} > \frac{x}{x - 2} \Rightarrow \frac{5x - 8}{(x - 2)(x + 1)} - \frac{x}{x - 2} > 0 \Rightarrow \frac{5x - 8 - x(x + 1)}{(x - 2)(x + 1)} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-x^2 + 6x - 8}{(x - 2)(x + 1)} > 0 \Rightarrow \frac{-(x - 2)(x - 4)}{(x - 2)(x + 1)} > 0 \Rightarrow \frac{x - 4}{x + 1} < 0 \xrightarrow{x \neq -1} -1 < x < 4, x \neq 2$$

$$\Rightarrow x \in (-1, 2) \cup (2, 4)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۸

روش اول: در این روش معادله مضاعف (توأم) را تبدیل به دو نامعادله جدا از هم کرده و سپس بعد از محاسبه جواب‌ها از آن‌ها اشتراک می‌گیریم.

$$\begin{cases} \frac{2x-3}{x+1} < 3 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{2x-3-3x-3}{x+1} < 0 \Rightarrow \frac{-x-6}{x+1} < 0 \Rightarrow x < -6 \text{ یا } x > -1 \quad (1) \\ \frac{2x-3}{x+1} > 1 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{2x-3-x-1}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{x-4}{x+1} > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 4 \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} x < -6 \text{ یا } x > 4 \Rightarrow R - [-6, 4]$$

روش دوم: در این روش از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$a < \frac{f(x)}{g(x)} < b \xrightarrow{g(x) \neq 0} (f(x) - ag(x))(f(x) - bg(x)) < 0$$

$$1 < \frac{2x-3}{x+1} < 3 \xrightarrow{x \neq -1} (2x-3-x-1)(2x-3-3x-3) < 0$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{(x-4)}_{x=4} \underbrace{(-x-6)}_{x=-6} < 0 \Leftrightarrow x < -6 \text{ یا } x > 4 \Leftrightarrow x \in R - [-6, 4]$$

روش سوم: در این روش از رد گزینه استفاده می‌کنیم.

$$x = 6 \Rightarrow 1 < \frac{2(6)-3}{6+1} < 3 \Rightarrow 1 < \frac{9}{7} < 3 \Rightarrow$$

درست است بنابراین گزینه‌هایی که $x = 6$ دارند می‌توانند درست باشند (گزینه‌های ۱ و ۳).

$$x = -7 \Rightarrow 1 < \frac{2(-7)-3}{-7+1} < 3 \Rightarrow 1 < \frac{17}{6} < 3 \Rightarrow$$

درست است بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$-1 < \frac{3x+1}{x-3} < 3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3x+1}{x-3} < 3 \Rightarrow \frac{3x+1}{x-3} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{3x+1-3x+9}{x-3} < 0 \\ \Rightarrow \frac{10}{x-3} < 0 \Rightarrow x < 3 \quad (1) \\ \frac{3x+1}{x-3} > -1 \Rightarrow \frac{3x+1}{x-3} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{3x+1+x-3}{x-3} > 0 \\ \Rightarrow \frac{4x-2}{x-3} > 0 \Rightarrow x < \frac{1}{2} \text{ یا } x > 3 \quad (2) \end{cases}$$

$(1) \cap (2) \rightarrow x < \frac{1}{2}$

$$\left(5x - \frac{3}{2x}\right)^2 = (4)^2$$

اتحاد مربع دو جمله ای

$$\Rightarrow 25x^2 + \frac{9}{4x^2} - 2 \times 5x \times \frac{3}{2x} = 16 \Rightarrow 25x^2 + \frac{9}{4x^2} - 15 = 16 \Rightarrow 25x^2 + \frac{9}{4x^2} = 31$$

$$18 = 2 \times 3^2, 27 = 3^3, 108 = 2^2 \times 3^3, 200 = 2^3 \times 5^2$$

$$A = \frac{2}{3} \sqrt{2 \times 3^2} + 2 \sqrt{3^3} - \sqrt{2^2 \times 3^3} + 0 / 3 \sqrt{2 \times 10^2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{2}{3} \times 3 \sqrt{2} + 2 \times 3 \sqrt{3} - 2 \times 3 \sqrt{3} + 0 / 3 \times 10 \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow A = 2 \sqrt{2} + \cancel{6 \sqrt{3}} - \cancel{6 \sqrt{3}} + 2 \sqrt{2} = 4 \sqrt{2} \Rightarrow A^2 = (4 \sqrt{2})^2 = 16 \times 2 = 32$$

$$\alpha = \sqrt{3\sqrt{2}-4} \Rightarrow (\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta) = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - \alpha^2\beta^2$$

$$\beta = \sqrt{3\sqrt{2}+4}$$

$$= \alpha^4 + \beta^4 + 2\alpha^2\beta^2 - \alpha^2\beta^2 = \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^2\beta^2$$

$$= (\sqrt{3\sqrt{2}-4})^4 + (\sqrt{3\sqrt{2}+4})^4 + (\sqrt{3\sqrt{2}-4})^2 (\sqrt{3\sqrt{2}+4})^2$$

$$= 3\sqrt{2}-4 + 3\sqrt{2}+4 + \sqrt{(3\sqrt{2}-4)(3\sqrt{2}+4)} = 6\sqrt{2} + \sqrt{18-16}$$

$$= 6\sqrt{2} + \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$\sqrt[12]{12^2} \times \sqrt[12]{54^2} \times \sqrt[12]{2^2} \times 6 = \sqrt[12]{(2^2 \times 3)^2} \times \sqrt[12]{(3^3 \times 2)^2} \times \sqrt[12]{2^2} \times 2 \times 3$$

$$\sqrt[12]{2^4 \times 3^4} \times \sqrt[12]{3^6 \times 2^4} \times \sqrt[12]{2^2} \times 6 = \sqrt[12]{2^{10} \times 3^{10}} = 2 \times 3 = 6$$



$$\begin{aligned}\sqrt[3]{A} &= (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} (2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} (2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} \sqrt{3}} \\&= \sqrt[3]{(2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} (2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} (\sqrt{3})^{\frac{2}{3}}} = \sqrt[3]{((2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}))^{\frac{1}{3}} (2 - \sqrt{3})(2)} \\&= \sqrt[3]{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(\sqrt{3} - 1)^2} = \sqrt[3]{\sqrt{3} - 1} \Rightarrow A = \sqrt{3} - 1\end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با جای گذاری $x = 7 - 2\sqrt{6}$ در عبارت سؤال داریم: ۸۲

$$\sqrt{\frac{x+2}{25} + \frac{1}{x}} \xrightarrow{x=7-2\sqrt{6}} \sqrt{\frac{7-2\sqrt{6}+2}{25} + \frac{1}{7-2\sqrt{6}}}$$

عبارت $\frac{1}{7-2\sqrt{6}}$ را گویا می‌کنیم: (صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم).

$$\frac{1}{7-2\sqrt{6}} \times \frac{7+2\sqrt{6}}{7+2\sqrt{6}} = \frac{7+2\sqrt{6}}{7^2 - (2\sqrt{6})^2} = \frac{7+2\sqrt{6}}{49-24} = \frac{7+2\sqrt{6}}{25}$$

بنابراین در عبارت اصلی خواهیم داشت:

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{7-2\sqrt{6}+2}{25} + \frac{7+2\sqrt{6}}{25}} = \sqrt{\frac{7-2\sqrt{6}+2+7+2\sqrt{6}}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} = 0.8$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بهترین راه برای به دست آوردن جواب، استفاده از عددگذاری است. با جای گذاری عدد $x = 0$ در صورت سوال و بررسی کردن گزینه‌ها پاسخ به راحتی به دست می‌آید. ۸۳

$$(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) \left(\frac{x}{x^2 - 4x + 4} - \frac{1}{x-2} \right) \xrightarrow{x=0} (0^3 - 6(0)^2 + 12(0) - 8)$$

$$\left(\frac{0}{0^2 - 4(0) + 4} - \frac{1}{0-2} \right) = (-8) \left(0 - \left(-\frac{1}{2} \right) \right) = -8 \times \left(\frac{1}{2} \right) = -4$$

تنها در گزینه ۱ «۱» به ازای $x = 0$ عدد -4 را داریم. گزینه‌های دیگر به ازای $x = 0$ ، -4 نمی‌شوند.

$$\left(\sqrt[2]{5 + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 + (-\sqrt{2})^2} \right)^{-\frac{2}{2}} + \left(\sqrt[2]{\frac{1}{2}} \right)^2 =$$

با توجه به اینکه عدد منفی به توان عدد زوج، یک عدد مثبت می‌شود و اینکه عدد مرکب $2\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ به صورت $2\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ ساده

می‌شود، داریم:

$$\left(\sqrt[2]{5 + \left(\frac{1}{2} \right) + (2)} \right)^{-\frac{2}{2}} + \left(\sqrt[2]{\frac{9}{2}} \right)^2 =$$

$$\left(\sqrt[2]{\frac{9}{2}} \right)^2 = \left(\sqrt[2]{\frac{9}{2}} \right)^2 \quad \text{رادیکال‌ها را به صورت توانی می‌نویسیم:}$$

$$\left(\left(5 + \frac{1}{2} + 2 \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{-\frac{2}{2}} + \left(\left(\frac{9}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2 =$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n} \quad \text{توان‌های پشت سر هم، در هم ضرب می‌شوند:}$$

$$= \left(\frac{25 + 1 + 18}{2} \right)^{\frac{1}{2} \times \left(-\frac{2}{2} \right)} + \left(\frac{9}{2} \right)^{\frac{1}{2} \times 2} = \left(\frac{44}{2} \right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{9}{2} \right)^1$$

$$a^{-m} = \left(\frac{1}{a} \right)^m \quad \text{نکته: می‌دانیم که:}$$

$$\left(\frac{9}{44} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{9}{2} \right)^1 = \left(\frac{3^2}{2 \cdot 11} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{3^2}{2} \right)^1 = \frac{3}{\sqrt{22}} + \left(\frac{3}{2} \right)^2 = \frac{3}{\sqrt{22}} + \frac{9}{4} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2} = 7.5$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. برای آن‌که همواره $y = ax^2 + bx + c > 0$ باشد، اولاً $\Delta < 0$ و ثانیاً $a > 0$

$$y = (m+2)x^2 - 2mx + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = m+2 > 0 \Rightarrow m > -2 \\ \Delta = 4m^2 - 4(m+2) < 0 \Rightarrow -1 < m < 2 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} -1 < m < 2$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

راه اول:

$$x = (\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}) \cdot \sqrt{2} \Rightarrow x^2 = (2 - \sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} + 2\sqrt{4-3}) \cdot 2$$

$$\Rightarrow x^2 = 6 \times 2 \Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{3}$$

راه دوم:

$$x = (\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}) \cdot \sqrt{2} = \sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{4+2\sqrt{3}} =$$

$$\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} = \sqrt{3}-1 + \sqrt{3}+1 = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt[2]{2}\sqrt{2} = \sqrt{2} \quad \text{توجه:}$$

$$x^2 - 2x < |x-2| \Rightarrow x(x-2) - |x-2| < 0$$

$$\begin{cases} x \leq 2 \Rightarrow x(x-2) + (x-2) < 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) < 0 \Rightarrow -1 < x < 2 \\ x > 2 \Rightarrow x(x-2) - (x-2) < 0 \Rightarrow (x-2)(x-1) < 0 \Rightarrow 1 < x < 2 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

$$\Rightarrow \text{جواب: } (-1, 2)$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{24} \times \sqrt{9} + \frac{2 - \sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}} - \sqrt{10} = 2\sqrt{24} \times \sqrt{9} + \frac{(2 - \sqrt{5})^2}{2 - 5} - 2\sqrt{5}$$

$$= 2 \times 3 + \frac{4 + 5 - 4\sqrt{5}}{-1} - 2\sqrt{5} = 6 - 9 + 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = -3$$

$$\frac{2x+5}{2} - \frac{2x-4}{3} > \frac{1}{2}$$

طرفین نامعادله را در ۶ ضرب می‌کنیم. $3(2x+5) - 2(2x-4) > 3$

$$\Rightarrow 6x + 15 - 4x + 8 > 3 \Rightarrow 2x > -20 \Rightarrow x > -10$$

(۱)

$$\frac{2x-1}{3} > 3x-2$$

طرفین نامعادله را در ۳ ضرب می‌کنیم.

$$2(2x-1) > 9x-6$$

$$\Rightarrow 4x - 2 > 9x - 6 \Rightarrow -5x > -4 \Rightarrow x < \frac{4}{5}$$

(۲)

بین مجموعه جواب (۱) و (۲) اشتراک می‌گیریم.

$$\begin{cases} x > -10 \\ x < \frac{4}{5} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -10 < x < \frac{4}{5}$$

$$\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \times \frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{(1-\sqrt{2})^2}{1-2} = \frac{1+2-2\sqrt{2}}{-1} = 2\sqrt{2}-3$$

$$\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}} = 4 \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{12}} = 4 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 4 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}} = 2\sqrt{2}-3 - 2\sqrt{2} = -3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $x(2x-5) = a \Rightarrow 2x^2 - 5x - a = 0$

در معادله‌ی درجه‌ی دوم به‌صورت $ax^2 + bx + c = 0$ ریشه‌ی مضاعف برابر است با $x = -\frac{b}{2a}$ بنابراین:

$$x = -\frac{-5}{2(2)} = \frac{5}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱) $\frac{2}{2+\sqrt{6}} \times \frac{2-\sqrt{6}}{2-\sqrt{6}} = \frac{2(2-\sqrt{6})}{2-6} = \sqrt{6}-2$

(۲) $(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} + 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} - 3\sqrt{2} \times \sqrt{3} - 3\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 6 + 2\sqrt{6} - 3\sqrt{6} - 6 = -\sqrt{6}$

(۱) + (۲) $\Rightarrow \sqrt{6}-2-\sqrt{6} = -2$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید $\Delta < 0$ و ضریب x^2 منفی باشد.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (a-1)^2 - 4(a-1) < 0 \Rightarrow (a-1)(a-5) < 0$$

$$\xrightarrow{a-1 < 0} a-5 > 0 \Rightarrow a > 5, a < 1 \Rightarrow a \in \emptyset$$



تابع درجه‌ی دوم $y = ax^2 + bx + c$ همواره مثبت است هر گاه: $\Delta < 0, a > 0$.

پس در عبارت $(m-1)x^2 + 6x + 2m + 1$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow (6)^2 - 4(2m+1)(m-1) < 0 \Rightarrow \begin{cases} 4m^2 - 4m - 4 > 0 \\ m > 1 \end{cases} \\ a > 0 \Rightarrow m-1 > 0 \Rightarrow m > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m^2 - m - 1 > 0 \Rightarrow (m+2)(2m-1) > 0 \\ m > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m < -2 \cup m > \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} m > \frac{5}{2} \Rightarrow m > 2.5$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. برای آنکه معادله‌ی درجه دوم $2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$ فاقد ریشه‌ی حقیقی

باشد. باید $\Delta < 0$ باشد، پس داریم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (m+1)^2 - 4(2)\left(\frac{1}{2}m + 2\right) < 0 \Rightarrow m^2 + 2m + 1 - 4m - 16 < 0$$

$$m^2 - 2m - 15 < 0 \Rightarrow (m-5)(m+3) < 0 \Rightarrow -3 < m < 5$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. $f(x) = (a-1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$.

شرط این‌که نمودار تابع درجه‌ی ۲، f بالای محور x ها باشد، این است که $\Delta < 0$ و ضریب x^2 مثبت باشد.

$$a-1 > 0 \Rightarrow a > 1$$

$$\Delta' = (\sqrt{2})^2 - a(a-1) = 2 - a^2 + a \xrightarrow{\Delta < 0} 2 - a^2 + a < 0$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 2 > 0 \Rightarrow (a-2)(a+1) > 0 \Rightarrow a < -1 \text{ یا } a > 2$$

با توجه به شرط $a > 1$ پس $a > 2$ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون x عددی طبیعی است و $x = 1$ مخرج را صفر می‌کند، پس $x > 1$ ، بنابراین $x-1$ و

$2x-1$ مثبت است.

$$\frac{1}{2x-1} + \frac{2}{x-1} > \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x-1+2(2x-1)}{(2x-1)(x-1)} > \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{5x-3}{(2x-1)(x-1)} > \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{\times (2x-1)(x-1) > 0} 3(5x-3) > (2x-1)(x-1) \Rightarrow 2x^2 - 18x + 10 < 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 5 < 0$$

حال این عبارت را تعیین می‌کنیم:

$$x^2 - 9x + 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81-20}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{61}}{2}$$

$$x \in \left(\frac{9-\sqrt{61}}{2}, \frac{9+\sqrt{61}}{2} \right)$$

اگر $x > 1$ ، پس ۷ عدد طبیعی ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۸ در نامعادله‌ی موردنظر صدق می‌کند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مطابق فرض سؤال، عبارت $(x-2)(x^2 + ax + b)$ به‌ازای $x \geq 1$ نامنفی است (زیرا مجموعه

جواب آن به صورت $(-\infty, 1)$ می‌باشد)؛ در حالی‌که $(x-2)$ در $x = 2$ تغییر علامت می‌دهد. پس باید $x = 2$ ریشه‌ی

$x^2 + ax + b = 0$ هم باشد. همچنین $x = 1$ نیز باید ریشه‌ی $x^2 + ax + b = 0$ باشد؛ زیرا در این نقطه علامت عوض

می‌شود. بنابراین:

$$x^2 + ax + b = (x-2)(x-1) = x^2 - 3x + 2 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a - b = -5$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: تمامی اعداد بین صفر و یک هر چه به توان بزرگتر برسند، کوچکتر خواهند شد. ابتدا برای گزینه‌ها داریم:

$$\sqrt[5]{a} = a^{\frac{1}{5}}, \frac{1}{a^5} = a^{-5}, \frac{1}{\sqrt[5]{a}} = a^{-\frac{1}{5}}$$

پس مطابقه نکته داریم:

$$a^5 < a^{\frac{1}{5}} < a^{-\frac{1}{5}} < a^{-5}$$

بنابراین بزرگترین عدد $\frac{1}{a^5}$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: در سهمی $ax^2 + bx + c = 0$ نقطه‌ی رأس سهمی به صورت $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$ می‌باشد.

نمودار تابع از مبدأ عبور کرده است، پس: $f(0) = 0 \Rightarrow b = 0$

$x = -1$ ریشه‌ی مخرج است، پس ریشه‌ی صورت هم می‌باشد. (زیرا تابع در $x = -1$ حد دارد) یعنی:

$$-4 - a + b = 0 \Rightarrow a = -4$$

بنابراین:

$$y = \frac{4x^2 - 4x}{x+1} = \frac{4x(x-1)(x+1)}{x+1} \Rightarrow y = 4x^2 - 4x$$

$$x_{\min} = \frac{-(-4)}{2 \times 4} = \frac{1}{4} \Rightarrow y_{\min} = 4\left(\frac{1}{4}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{4}\right) = 1 - 4 = -3$$



پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴

۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴

۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴

