



www.sejall.ir

تست های طبقه بندی شده و فصل به فصل کنکور سراسری همراه با پاسخ کامل تشریحی

پایه تحصیلی : یازدهم تجربی

نام درس : ریاضی ۲ تجربی فصل ۳ و ۴

نام آموزشگاه : سامانه جامع آزمونهای

الکترونیکی سجال sejall.ir

سوال ۱۰۶

ریاضی ۲ تجربی فصل ۳ و ۴

۱ اگر $A = \sqrt{2} \cos(135^\circ) \cos(297^\circ) + \sqrt{2} \cos(63^\circ) \sin(120^\circ)$ باشد، حاصل $2A$ کدام است؟

۴ $5 \cos(27^\circ)$

۳ $5 \sin(27^\circ)$

۲ $\sin(27^\circ)$

۱ $\cos(27^\circ)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲ حاصل عبارت $A = \sqrt{3} \cos(210^\circ) \sin(243^\circ) - \sqrt{2} \sin(135^\circ) \cos(153^\circ)$ چند برابر $\cos(27^\circ)$ است؟

۴ $0/5$

۳ $1/5$

۲ $2/5$

۱ $3/5$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۴ تیرماه

۳ تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 8x + 39}}$ روی R تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m ، بیشترین مقدار تابع f

برابر ۱ باشد، مقدار $[m]$ کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.)

۴ صفر

۳ ۱

۲ ۲

۱ ۳

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۴ اگر نقطه $\left(\frac{1}{4}, -1\right)$ روی تابع وارون تابع $y = \frac{ax}{1+|x|}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۴ ۲

۳ $-\frac{1}{2}$

۲ $\frac{1}{3}$

۱ -۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵ اگر نقطه $\left(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{5}\right)$ روی تابع وارون تابع $y = \frac{x}{a+a|x|}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۴ $3/5$

۳ ۳

۲ ۵

۱ $\frac{5}{27}$

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۶ حاصل عبارت $\frac{2 \cos(248^\circ) - 2 \sin(158^\circ)}{\sin(202^\circ) - \cos(292^\circ)}$ کدام است؟

۴ $2/5$

۳ $-2/5$

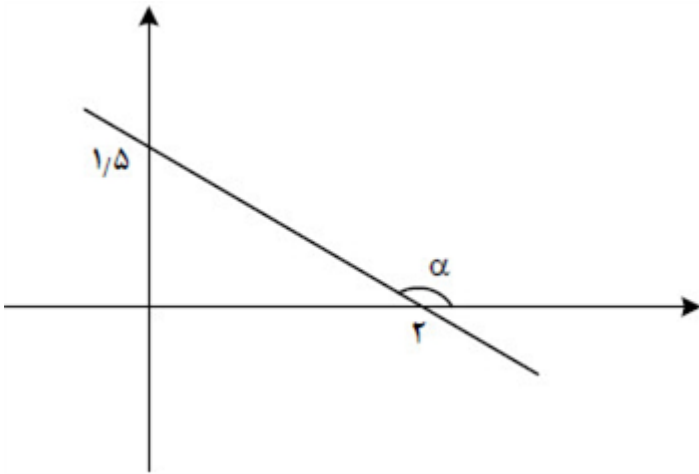
۲ $-0/5$

۱ $0/5$

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت



۷ در شکل مقابل، زاویه α مشخص شده است. مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ کدام است؟



$-\frac{4}{3}$ (۴)

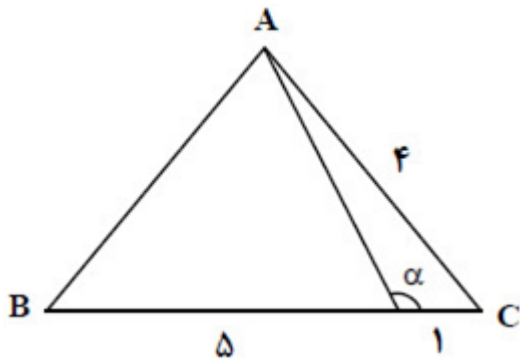
$-\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۸ در شکل مقابل، مثلث ABC متساوی الساقین است. مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



$\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۴)

$-\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$-\frac{2}{5}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۹ اگر $f(x) = x^2 - [x]$ و $f(\arctan(\sqrt{5})) = 2$ باشد، کدام می‌تواند مقدار a باشد؟

$-\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{1}{5}$ (۳)

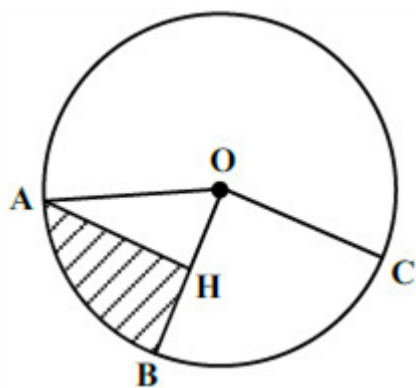
$-\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت



۱۰ مطابق شکل مقابل، در دایره‌ای به محیط 2π و AH عمود منصف OB است. محیط قسمت هاشورخورده چقدر از محیط مثلث OAH بزرگ‌تر است؟



۴ $\frac{\pi - 3}{3}$

۳ $\frac{\pi - 1}{6}$

۲ $\frac{2\pi - 3}{6}$

۱ $\frac{2\pi - 1}{3}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۱ اگر $tg x + Cotg x = 4$ و $5\pi < 2x < 6\pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x}$ کدام است؟

۴ $\frac{1/6}{\sqrt{3}}$

۳ $-\frac{1/6}{\sqrt{3}}$

۲ $0.8\sqrt{2}$

۱ $-0.8\sqrt{2}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۲ جملات x, y, z سه جمله متوالی یک دنباله حسابی و مجموع آنها برابر ۲۱ است. اگر $z + 2, y + 4, x + 6$ یک دنباله هندسی باشد، مقدار $\left[\frac{xy}{z}\right]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۴ ۱۲

۳ ۱۱

۲ ۴

۱ ۳

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - انسانی

۱۳ جمله ششم دنباله بازگشتی $a_1 = a_2 = 1, a_{n-1} = a_{n-2} + 2a_{n-3}$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

۴ ۱

۳ -۱

۲ ۳

۱ -۳

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - انسانی

۱۴ جمله نهم دنباله بازگشتی $a_1 = a_2 = 1, a_{n+1} = a_{n-1} + a_{n-2}$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

۴ ۱۰

۳ ۸

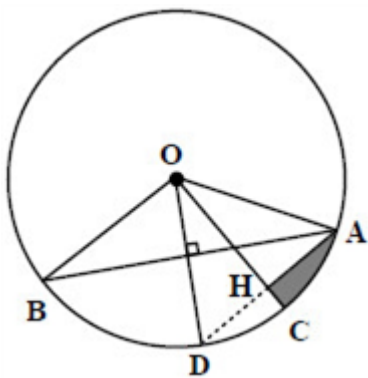
۲ ۶

۱ ۴

سراسری - انسانی - ۱۴۰۲ تیرماه



- ۱۵) مطابق شکل مقابل، در دایره‌ای به مساحت π ، $\widehat{AOB} = 120^\circ$ و OH عمود منصف AD است. اختلاف محیط مثلث AOH و محیط قسمت سایه زده شده کدام است؟



۴ $\pi - \sqrt{2}$

۳ $\pi - \sqrt{3}$

۲ $\sqrt{2} - \frac{\pi}{6}$

۱ $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

- ۱۶) اگر $\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x = -3$ و $3\pi < 4x < 4\pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\cos^2 x + \sin^2 x}$ کدام است؟

۴ $0.5\sqrt{6}$

۳ $-0.75\sqrt{3}$

۲ $0.75\sqrt{3}$

۱ $-0.5\sqrt{6}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

- ۱۷) ریشه‌های معادله $2x^2 - ax + b = 0$ نیم‌واحد از ریشه‌های معادله $2ax^2 + ax - 6 = 0$ بیشتر است. مقدار $\left[\frac{ab}{4}\right]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۴ -۱

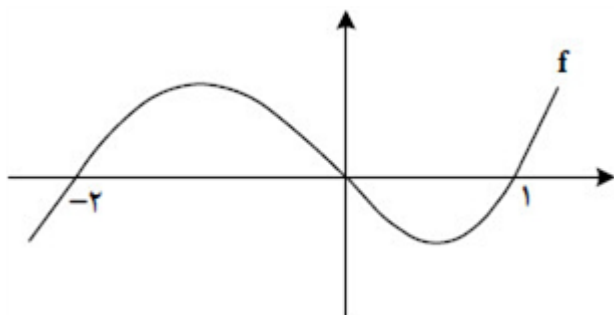
۳ -۲

۲ -۳

۱ -۴

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

- ۱۸) نمودار مقابل، تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{-\frac{f(x)}{f(2+x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



۴ ۵

۳ ۴

۲ ۶

۱ ۳

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

- ۱۹) نمودار وارون تابع $f(x) = \frac{x-3}{2}$ را در راستای محور y ها، ۶ واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. اگر A نقطه تلاقی نمودار منحنی حاصل با نمودار f باشد، فاصله A از مبدأ مختصات کدام است؟

۴ $\sqrt{2}$

۳ $2\sqrt{2}$

۲ $\sqrt{5}$

۱ $2\sqrt{5}$

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۲۰ تابع $f(x) = |2x - 2|$ و $g(x) = [x]$ با دامنه $-1 \leq x \leq 1$ است. اگر مجموعه A بُرد تابع $f.g$ باشد، کدام عدد عضو A است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) -۲ ۴) -۳

سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱

۲۱ اگر $f(x) = \left[1 - \frac{x}{3}\right]$ باشد، مقدار $f(\pi) + 2f(\pi/7)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۲ اگر $\frac{5\pi}{12} < x < \frac{\pi}{12} - \frac{m-1}{4}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

- ۱) $(-1, 5)$ ۲) $(-1, 5]$ ۳) $(-1, 1)$ ۴) $(-1, 1]$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۳ اگر $0 < \frac{1-3x}{x+1} < -2$ باشد، مجموعه مقادیر $\left[\frac{x}{2}\right]$ چند عضو دارد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۴ اگر $f(x) = [1 - 3x]$ باشد، مقدار $f(-0.7) - f(-0.7)$ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۶ ۳) ۲ ۴) ۱

سراسری-انسانی-تیرماه ۱۴۰۱

۲۵ اگر $\frac{4-2x}{3x+1} \geq 0$ باشد، مجموعه مقادیر $[3x]$ چند عضو دارد؟

- ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۲۶ فرض کنید $f = \{(x, x^2) | x = \pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1, 0\}$ و

$g = \{(x, x^2) | x = \pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1, 0\}$ دو تابع در صفحه‌ی مختصات باشند. تعداد عناصر برد تابع $y = \frac{g}{f}(x)$ ، کدام است؟

- ۱) ۱۱ ۲) ۱۰ ۳) ۶ ۴) ۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

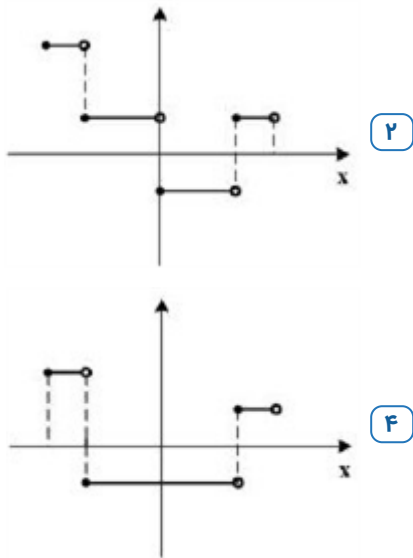
۲۷ ضابطه‌ی تابع $y = [-2x + |x|] + x$ در دامنه‌ی $-\frac{1}{3} < x < -\frac{2}{3}$ ، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ۱) $-2x$ ۲) $x + 1$ ۳) $x - 2$ ۴) $2x + \frac{1}{3}$

سراسری-انسانی-۱۴۰۰

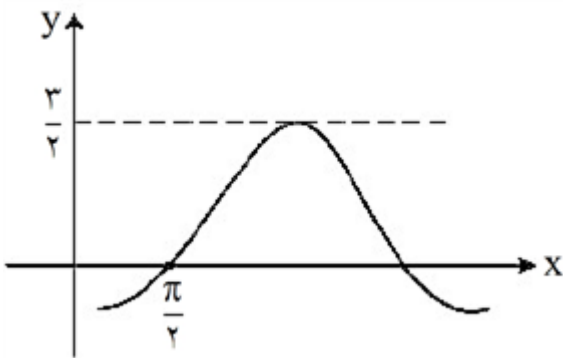


۲۸ نمودار تابع $y = 2|3x| - 1$ به ازای $-\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2}$ ، کدام است؟



سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۲۹ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ است. مقدار a ، کدام است؟



۱ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

-۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۰ حاصل عبارت $\sin(1095) \cos(255) - \sin(165) \cos(285)$ ، کدام است؟ (اعداد داده شده برحسب درجه هستند.)

$-\cos^2(15)$ (۴)

$-\sin^2(15)$ (۳)

$\cos^2(15)$ (۲)

$\sin^2(15)$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۱ قرینه‌ی نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده، سپس منحنی حاصل را ۴ واحد به سمت راست، انتقال می‌دهیم. منحنی اخیر و منحنی اصلی نسبت به کدام خط، متقارن هستند؟

$x = 2/5$ (۴)

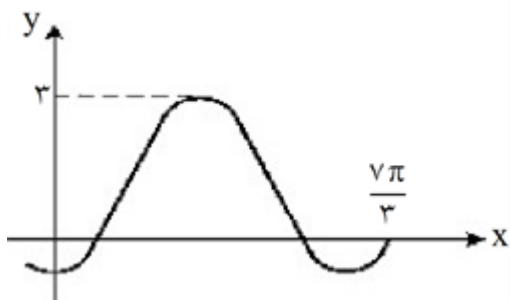
$x = 2$ (۳)

$x = 1/5$ (۲)

$x = 1$ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۳۲ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ است. مقدار b ، کدام است؟



۴ -۲

۳ -۱

۲ ۱

۱ ۲

سراسری-تجربی-۹۹

۳۳ حاصل عبارت $\cos(210^\circ) + \tan(480^\circ) \sin(840^\circ)$ ، کدام است؟ (اعداد داده شده برحسب درجه هستند).

۴ ۲

۳ ۱

۲ صفر

۱ $-\frac{1}{2}$

سراسری-تجربی-۹۹

۳۴ نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱۲ واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محورهای y ها، ۲ واحد در جهت مثبت، انتقال می‌دهیم. فاصله‌ی نقطه‌ی برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

۴ $6\sqrt{10}$

۳ $4\sqrt{17}$

۲ $6\sqrt{7}$

۱ $4\sqrt{15}$

سراسری-تجربی-۹۹

۳۵ به ازای کدام مجموعه مقادیر k ، بازه‌ی $(k-2, 3k+2)$ زیرمجموعه‌ای از دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x-1}$ است؟

۴ $\left[-1, -\frac{1}{3}\right)$

۳ $\left[-1, \frac{1}{3}\right)$

۲ $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

۱ $\left(\frac{1}{3}, 3\right]$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۶ حاصل عبارت $\tan\frac{17\pi}{6} \sin\frac{11\pi}{3} + \cos\frac{10\pi}{3}$ ، کدام است؟

۴ $\sqrt{2}$

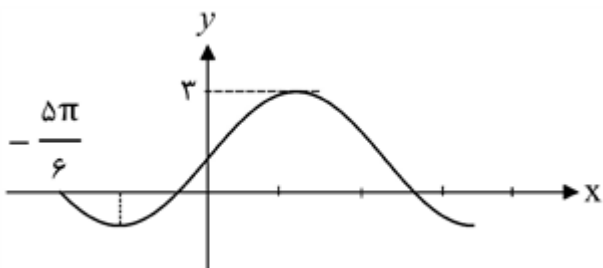
۳ ۱

۲ صفر

۱ -۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۷ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ است. مقدار تابع در $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟



۴ $1 + \sqrt{3}$

۳ $2/5$

۲ ۲

۱ $1/5$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۸ اگر $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}} \left(\frac{1}{\sin x} - \sin x \right)$ کدام است؟

$\cos x$ (۴)

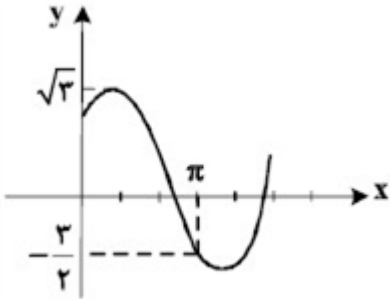
$\cos^2 x$ (۳)

$-\cos x$ (۲)

$-\cos^2 x$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۳۹ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$ است. b کدام است؟



۲ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

سراسری - تجربی - ۹۸

۴۰ حاصل عبارت $\sin \left(\frac{17\pi}{3} \right) \cos \left(\frac{-17\pi}{6} \right) + \operatorname{tg} \left(\frac{19\pi}{4} \right) \sin \left(\frac{-11\pi}{6} \right)$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{4}$ (۱)

سراسری - تجربی - ۹۸

۴۱ اگر $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ باشد، حاصل $\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x} \left(2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} \right) - \sin^2 x \right)$ کدام است؟

$-\cos x$ (۴)

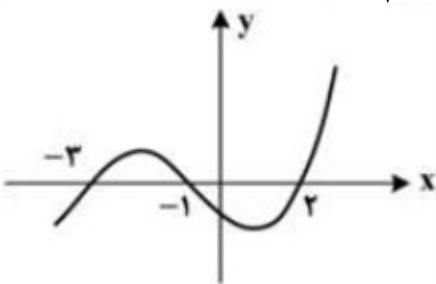
$-\sin x$ (۳)

$\cos x$ (۲)

$\sin x$ (۱)

سراسری - تجربی - ۹۸

۴۲ شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x)$ است. دامنه‌ی تابع غیرنقطه‌ای $\sqrt{(x+1)f(x)}$ ، کدام است؟



$R - (-3, 2)$ (۴)

$(-\infty, -1]$ (۳)

$[-1, +\infty)$ (۲)

$[-3, 2]$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۳ اگر $f(x) = x\sqrt{2 + |x|}$ باشد، مقدار $f(2) + 2f\left(-\frac{1}{4}\right)$ ، کدام است؟

$3/5$ (۴)

۳ (۳)

$2/5$ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - انسانی



۴۴ اگر $[x - 2] = 1$ باشد، نمودارهای دو تابع $f(x) = |x - 3| - |x - 4|$ و $g(x) = 2x^2 + x - 17$ در چند نقطه مشترک هستند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) فاقد نقطه‌ی مشترک

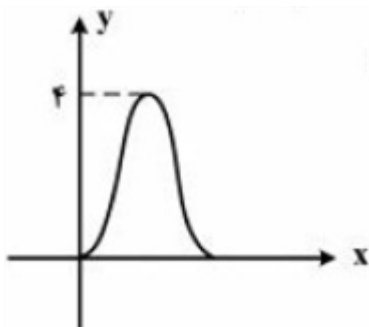
کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴۵ قرینه‌ی خط به معادله‌ی $3y - 2x = 4$ را نسبت به خط $y = x$ ، خط d می‌نامیم. عرض از مبدأ خط d کدام است؟

- ۱ (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

سراسری - تجربی - ۹۷

۴۶ شکل زیر نمودار تابع $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ در بازه‌ی $(0, 4)$ است. b کدام است؟



- ۱ (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

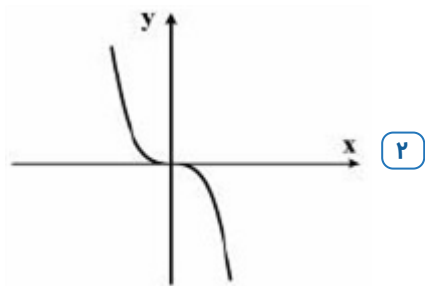
سراسری - ریاضی - ۹۷

۴۷ اندازه‌ی دو قطر از متوازی‌الاضلاع 12 و $8\sqrt{3}$ واحد است. این دو قطر با زاویه‌ی 60° درجه متقاطع هستند. مساحت این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

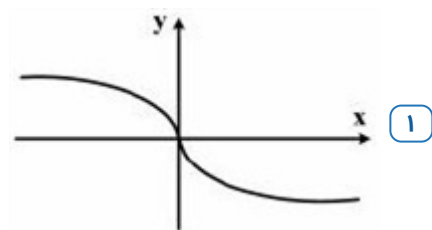
- ۱ (۱) ۴۸ (۲) ۵۴ (۳) ۶۴ (۴) ۷۲

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

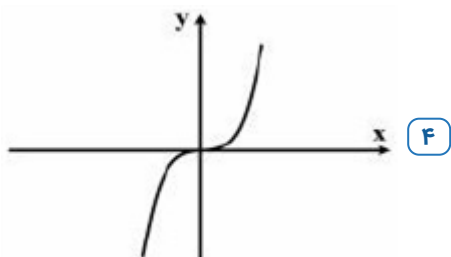
۴۸ اگر $f(x) = x|x|$ باشد، نمودار تابع $y = f^{-1}(x)$ کدام است؟



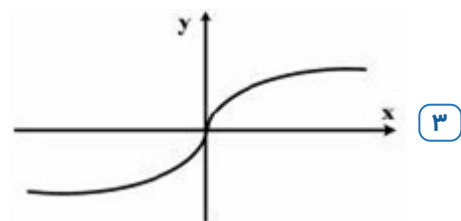
۲



۱



۴



۳

سراسری - تجربی - ۹۵

۴۹ تابع $y = |x^2|$ با دامنه‌ی R ، چگونه است؟

- ۱ (۱) نزولی (۲) صعودی (۳) وارون‌ناپذیر (۴) یک‌به‌یک

www.sejall.ir

تست‌های طبقه‌بندی شده و فصل به فصل کنکور سراسری همراه با پاسخ کامل تشریحی

سراسری - خارج از کشور - سراسری - تجربی



۵۰ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |2x - 6| - |x + 1|$ ، در یک بازه، صعودی است. ضابطه‌ی معکوس آن، در این بازه، کدام است؟

- ۱ $-x + 7; x > 8$ ۲ $\frac{1}{3}x + 2; x > 3$ ۳ $x + 7; x > -4$ ۴ $\frac{1}{2}x - 1; -4 < x < 8$

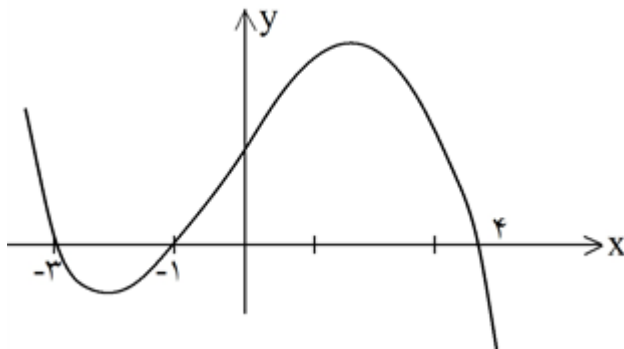
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۱ حاصل عبارت $\frac{\sin 250^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 56^\circ - \cos 11^\circ}$ ، با فرض $\tan 20^\circ = \frac{1}{4}$ ، کدام است؟

- ۱ $-\frac{3}{4}$ ۲ $\frac{3}{4}$ ۳ $\frac{7}{3}$ ۴ $\frac{5}{8}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۲ شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = f(x - 2)$ است. دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $\sqrt{xf(x)}$ ، کدام است؟



- ۱ $[-1, 1] \cup [0, 6]$ ۲ $[-3, 1] \cup [0, 2]$ ۳ $[-5, -3] \cup [-1, 2]$ ۴ $[-5, -3] \cup [0, 2]$

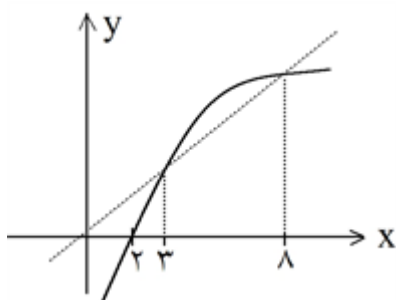
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۳ حاصل عبارت $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ ، با فرض $\tan 15^\circ = \frac{1}{28}$ ، کدام است؟

- ۱ $-\frac{16}{9}$ ۲ $-\frac{9}{16}$ ۳ $\frac{9}{16}$ ۴ $\frac{16}{9}$

سراسری-تجربی-۹۴

۵۴ شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = f(x)$ و نیم‌ساز ناحیه‌ی اول و سوم است. دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $\sqrt{x - f^{-1}(x)}$ ، کدام است؟



- ۱ $(0, 2]$ ۲ $[2, 3]$ ۳ $[2, 8]$ ۴ $[3, 8]$

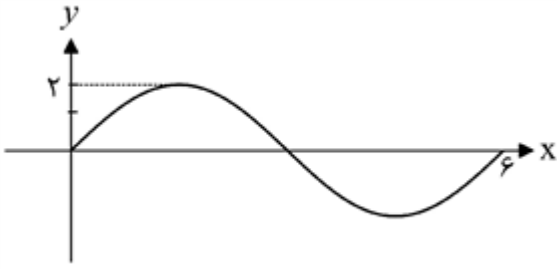
سراسری-تجربی-۹۴

۵۵ نمودار تابع $y = |2x - 6| - |x + 4| + x$ در یک بازه، اکیداً نزولی است. ضابطه‌ی معکوس آن در این بازه، کدام است؟

- ۱ $-x + 6; x < -4$ ۲ $-x + 5; x > 2$ ۳ $-\frac{1}{2}x + 1; -4 < x < 2$ ۴ $-\frac{1}{2}x + 1; -4 < x < 10$



۵۶ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a + b$ کدام است؟



$\frac{8}{3}$ (۴)

$\frac{7}{3}$ (۳)

$\frac{5}{4}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۵۷ اگر دو خط به معادلات $ax + by = 8$ و $2x - 3y = b$ نسبت به نیم‌ساز ربع اول، متقارن باشند. $a + b$ کدام است؟

$-2, 3$ (۴)

$2, -3$ (۳)

± 2 (۲)

± 3 (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۸ معکوس تابع $y = x^3 + \sqrt{x}$ از کدام نقطه می‌گذرد؟

$(1, 2)$ (۴)

$(66, 4)$ (۳)

$(3, 1)$ (۲)

$(4, 66)$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - آزاد - ریاضی

۵۹ دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{4 - |x - 1|}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۵ (۴)

۹ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - آزاد - ریاضی

۶۰ اگر $x^2 + x < 0$ باشد، حاصل $[x^2] + [x^3] + [x^4] + [x]$ کدام است؟

۱ (۴)

صفر (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۶۱ نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4}$ ، در بازه‌ی (a, b) پایین‌تر از خط به معادله‌ی $y = 2$ است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

∞ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۲ اگر $f(x) = [x]$ ، مجموعه‌ی مقادیر $f(x - f(x))$ کدام است؟

$\{-1, 0, 1\}$ (۴)

$\{0, 1\}$ (۳)

$\{1\}$ (۲)

$\{0\}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۶۳ برد تابع $y = \sqrt{17 - x^2}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱۷ (۴)

۱۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

ای خارج از کشور - آزاد - ریاضی



۶۴ اگر رابطه‌ی $f = \{(2, 2), (a, 5), (3, a^2 - a), (b, 2), (-1, 4)\}$ تابع یک‌به‌یک باشد، دوتایی (a, b) کدام است؟

- (۱) $(-1, 1)$ (۲) $(-1, 3)$ (۳) $(2, 1)$ (۴) $(2, 3)$

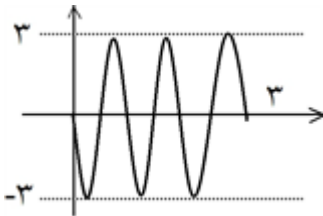
کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۵ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = 2x - |4 - 2x|$ در بازه‌ای وارون‌پذیر است. ضابطه‌ی $f^{-1}(x)$ در آن بازه کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}x + 1, x \geq 4$ (۲) $\frac{1}{4}x - 1, x \leq 4$ (۳) $\frac{1}{4}x - 1, x \geq 4$ (۴) $\frac{1}{4}x + 1, x \leq 4$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۶ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. a, b کدام است؟



- (۱) -6 (۲) -3 (۳) $4/5$ (۴) 6

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۷ اگر $f(x) = \sqrt{x + |x + 2|}$ ، دامنه‌ی تابع $f(-x)$ کدام است؟

- (۱) $x \leq -1$ (۲) $x \geq -1$ (۳) $x \leq 1$ (۴) $x \geq 1$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۶۸ اگر $f(x) = \frac{-2x^2 + 5x}{x - 2}$ باشد، $f(1 - \sqrt{2})$ ، کدام است؟

- (۱) 1 (۲) $\sqrt{2}$ (۳) 2 (۴) $1 + \sqrt{2}$

سراسری - انسانی - سراسری - آزاد (۹۳)

۶۹ نمودار تابع $y = [x^2]$ ، روی بازه $x \in (-2, 2)$ از چند پاره‌خط تشکیل شده است؟ (نماد $[]$ به مفهوم جزء صحیح است.)

- (۱) 4 (۲) 5 (۳) 6 (۴) 7

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۷۰ نمودار تابع $y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ ، روی بازه $\left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ در چند نقطه محور x ها را قطع می‌کند؟

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 5

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۷۱ اگر $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ ، دامنه‌ی تابع $f(3 - x)$ ، کدام است؟

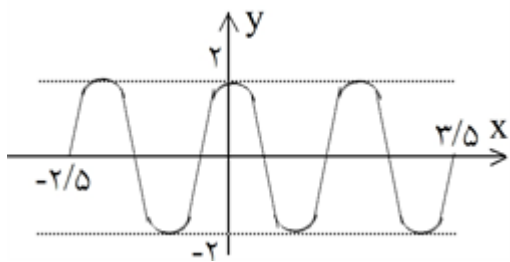
- (۱) $[0, 2]$ (۲) $[0, 3]$ (۳) $[1, 2]$ (۴) $[1, 3]$

سراسری - تجربی - سراسری - آزاد (۹۲)



۷۲ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin \pi \left(\frac{1}{2} + bx \right)$ است.

a, b کدام است؟



۳/۵ (۴)

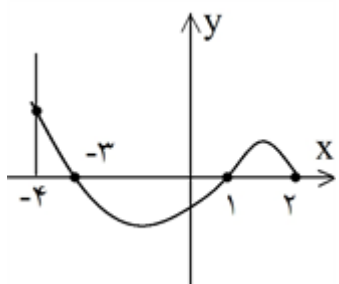
۳ (۳)

۲/۵ (۲)

۲ (۱)

سراسری-ریاضی-سراسری - آزاد (۹۲)

۷۳ شکل روبه‌رو نمودار تابع $y = f(x)$ است. دامنه‌ی تابع $\sqrt{xf(x)}$ ، کدام است؟



$[-3, 0] \cup [1, 2]$ (۴)

$[-4, -3] \cup [1, 2]$ (۳)

$[-3, 2]$ (۲)

$[0, 2]$ (۱)

سراسری-ریاضی-سراسری - آزاد (۹۲)

۷۴ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - 2[x]$ ، مقدار $f\left(-\frac{1}{2} f(\sqrt{2})\right)$ ، کدام است؟

۲/۷۵ (۴)

۲/۵ (۳)

۲/۲۵ (۲)

۱/۷۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۷۵ برای هر عدد طبیعی $n > 2$ حاصل $\left[\sqrt{4n^2 - 2n + 1} \right] - 2 \left[\sqrt{n^2 - 2n} \right]$ کدام است؟ (ابعاد [] به مفهوم جزء صحیح است.)

۴ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

سراسری-تجربی-۹۱

۷۶ اگر $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ، ضابطه تابع $f(x^2) - 2f(x) + 1$ کدام است؟

$\frac{2x-1}{x^2-1}$ (۴)

$\frac{2x+1}{1-x^2}$ (۳)

$\frac{2x}{x^2-1}$ (۲)

$\frac{1}{1-x^2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۷۷ اگر $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$ و $g = \{(1, 5), (2, 6), (3, 0)\}$ آن‌گاه تابع $\frac{2f}{g}$ کدام است؟

$\left\{ (2, 1), \left(1, \frac{4}{5} \right) \right\}$ (۴)

$\left\{ \left(1, \frac{4}{5} \right), \left(2, \frac{1}{2} \right) \right\}$ (۳)

$\left\{ \left(1, \frac{4}{5} \right), (3, 1) \right\}$ (۲)

$\emptyset$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی



۷۸) برد تابع $y = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{x^2 + 1}}$ کدام است؟

۴) $[4, +\infty)$

۳) $[2, +\infty)$

۲) $[\sqrt{2}, +\infty)$

۱) $[2\sqrt{2}, +\infty)$

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۷۹) در صورتی که $\tan \frac{2\pi}{3} \sin \left(\frac{7\pi}{2} - \alpha \right) = \frac{\sqrt{3}}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\tan^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right) - \tan \frac{\alpha}{2}}{\left(1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2} \right)^2}$ کدام است؟ α در ناحیه دوم قرار دارد.

۴) $\frac{-\sqrt{15}}{16}$

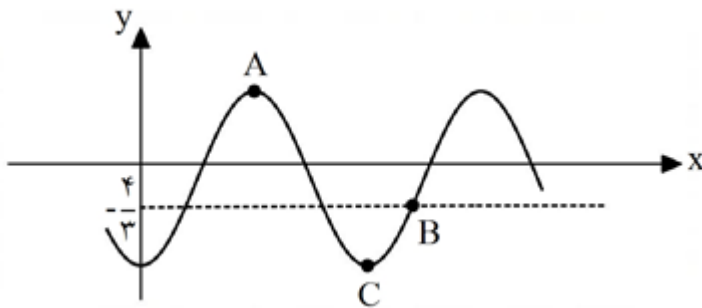
۳) $\frac{\sqrt{15}}{16}$

۲) $\frac{\sqrt{15}}{32}$

۱) $\frac{-\sqrt{15}}{32}$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۸۰) شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = -\frac{1}{3} - 2 \cos(3\pi x)$ را نشان می‌دهد. مجموع طول نقاط A ، B و C چقدر است؟



۴) $\frac{19}{9}$

۳) ۲

۲) $\frac{17}{9}$

۱) $\frac{16}{9}$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۸۱) اگر $\frac{\pi}{8} < \alpha < \frac{3\pi}{8}$ و $\tan 2\alpha = \frac{3}{2m-1}$ باشد، دامنه تابع $f(x) = \tan \left(2x - \frac{m\pi}{6} \right)$ به ازای بیشترین مقدار صحیح m کدام است؟

۲) $D_f = R - \left\{ \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3} \right\}$

۱) $D_f = R - \left\{ k\pi - \frac{\pi}{3} \right\}$

۴) $D_f = R - \left\{ \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \right\}$

۳) $D_f = R - \left\{ k\pi + \frac{\pi}{6} \right\}$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۸۲) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.
- برد تابع $y = 2 \sin x - 1$ برابر $[-3, 2]$ است.

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۸۳) کدام تابع زیر یک به یک است؟

۴) $m(x) = x^2 + x$

۳) $h(x) = |x| - 2x$

۲) $g(x) = |x - 2|$

۱) $f(x) = x^2 - 2x + 1$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳



۸۴ اگر f یک تابع ثابت که با محور x ها برخوردی ندارد و g تابع همانی باشد به شرطی که برای هر $m, n \in D_f$ رابطه $f(m) + f(n) = 3f(m)f(n)$ برقرار باشد، حاصل $(f + fg)(-1)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) صفر

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۸۵ اگر $f(x) = [x] + [-x] + 1$ و $g(x) = x + 1$ باشد، برد تابع $\frac{g}{f}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ۱ (۱) Z (۲) R (۳) $R - Z$ (۴) $Z - N$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۸۶ تابع $f(x) = \frac{x^2}{3} - \frac{x}{a} + 1$ در بازه $(1, 2)$ وارون پذیر نیست. حدود a کدام است؟

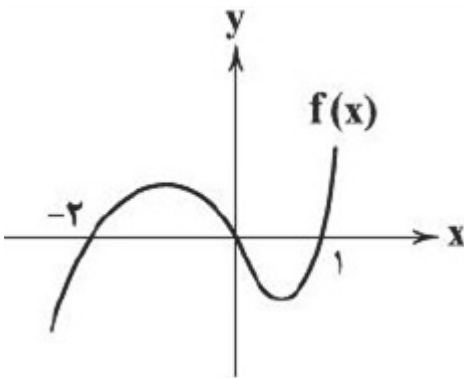
- ۱ (۱) $(\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$ (۲) $(\frac{4}{3}, \frac{5}{3})$ (۳) $(\frac{2}{3}, \frac{3}{2})$ (۴) $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۸۷ نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل است. دامنه تابع

$$g(x) = \frac{\sqrt{f(x)f(x+1)}}{\sqrt{-x-1}}$$

کدام است؟



- ۱ (۱) $[-4, -1]$ (۲) $(-\infty, -1)$ (۳) $[-3, -1]$ (۴) $(-\infty, -3] \cup [-2, -1)$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

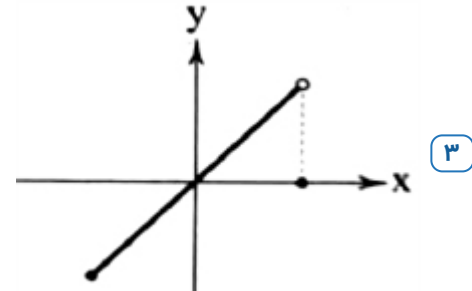
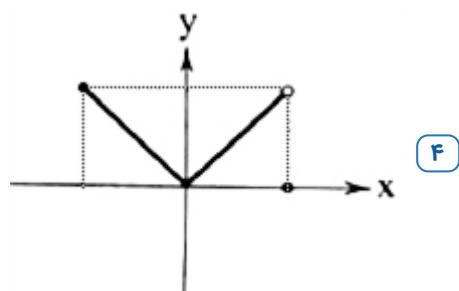
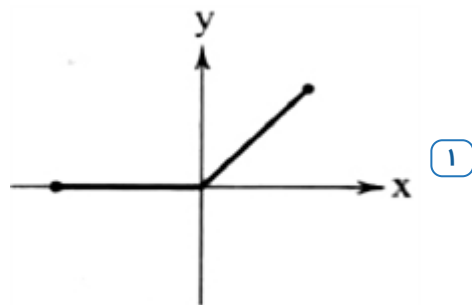
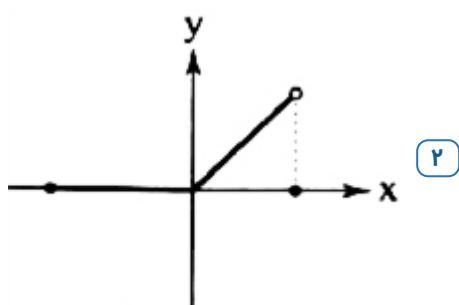
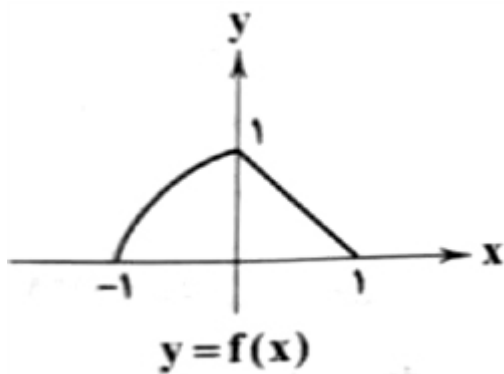
۸۸ به ازای چه مقدار x ، نمودار تابع $f(x) = \frac{2}{x} - x + 1$ در بالای محور x ها قرار دارد؟

- ۱ (۱) $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$ (۲) $(0, 1) \cup (2, +\infty)$ (۳) $(-\infty, -1) \cup (0, 2)$ (۴) $(-\infty, -1) \cup (1, 2)$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳



اگر $f(x)$ به صورت زیر باشد، نمودار تابع $g(x) = xf([x])$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)



سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

اگر $f = \{(1, 2), (2, -1), (4, 2)\}$ و $g(x) = \frac{1}{x-1}$ ، مجموع اعضای برد تابع $f + g$ کدام است؟

$\frac{10}{7}$ (۴)

$\frac{11}{6}$ (۳)

$\frac{11}{7}$ (۲)

$\frac{10}{3}$ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

اگر $(f+g)(x) = x^2 + \sqrt{4-x^2}$ ، $(f-g)(x) = x - \sqrt{4-x^2}$ باشد، D_f کدام است؟

$\mathbb{R}$ (۴)

$[2, +\infty)$ (۳)

$[0, +\infty)$ (۲)

$[-2, 2]$ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

مجموعه جواب معادله $[2x] = [x]$ بازه $[a, b]$ است. ab کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

$-\frac{1}{4}$ (۴)

$-\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

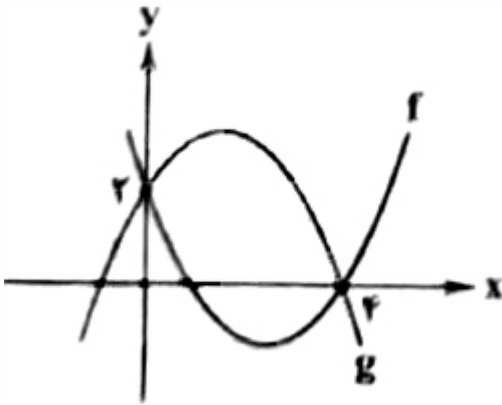
سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۹۳ دامنه تابع $f(x) = \frac{\left[x + \frac{1}{2}\right]}{|x-2| - 3|x|}$ به صورت $R - A$ است. حاصل ضرب اعضای مجموعه A کدام است؟ [] نماد جزء صحیح است.

- ۱ $\frac{1}{2}$ ۲ $-\frac{1}{2}$ ۳ ۱ ۴ -۱

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۹۴ با توجه به نمودار مقابل، دامنه تابع $h(x) = g(x) + \sqrt{2 - \frac{1}{2}x - f(x)}$ کدام است؟



- ۱ $[2, 4]$ ۲ $[0, 2]$ ۳ $[0, 4]$ ۴ $[4, +\infty)$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۹۵ اگر برد دو تابع $f(x) = x^2 + 2x$ و $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \leq 0 \\ \sqrt{x} + a & x > 0 \end{cases}$ با هم برابر باشند، کمترین مقدار a کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ صفر ۳ -۱ ۴ -۲

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۹۶ اگر برد تابع $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ ، $\{2, 4, a\}$ و دامنه آن $\left\{-\frac{1}{3}, -\frac{3}{5}, -6a\right\}$ باشد، حداقل مقدار a کدام است؟

- ۱ $-\frac{1}{2}$ ۲ $-\frac{1}{3}$ ۳ $\frac{1}{2}$ ۴ $\frac{1}{3}$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۹۷ کدام زاویه در نامساوی $\sin \alpha > \cos \alpha$ صدق می‌کند؟

- ۱ $\frac{3\pi}{20}$ ۲ $\frac{7\pi}{20}$ ۳ $\frac{3\pi}{28}$ ۴ $\frac{13\pi}{10}$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

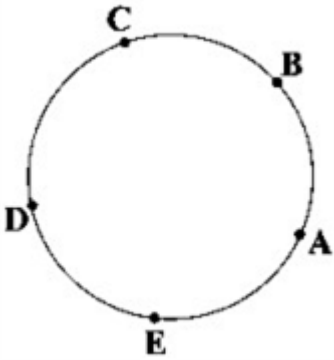
۹۸ اگر α و β دو زاویه حاده و $\alpha + 3\beta = \frac{\pi}{4}$ ، $\sin(3\alpha + 6\beta) = \frac{\sqrt{2}}{10}$ ، $\cot(3\pi + \alpha) + \tan(\pi - \alpha)$ کدام است؟

- ۱ ۸ ۲ -۸ ۳ ۶ ۴ -۶

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳



۹۹ در دایره مثلثاتی شکل مقابل، فاصله نقطه A تا نقطه E بر روی محیط دایره مثلثاتی برابر $\frac{1}{8}$ واحد است. اگر $|\widehat{AB}| = |\widehat{BC}| = |\widehat{CD}| = |\widehat{DE}|$ باشد، اندازه کمان $\widehat{ABC}$ چقدر است؟ ($\pi \simeq 3.14$)



۱/۲ (۴)

۳/۲ (۳)

۱/۱ (۲)

۲/۲ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۰۰ کدام رابطه صحیح است؟ (واحدها رادیان هستند.)

$\cos 2 > \cos 1$ (۴)

$\sin 2 > \sin 1$ (۳)

$\sin 3 > \sin 1$ (۲)

$\sin 3 > \sin 2$ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۰۱ در دنباله $t_n = \frac{[\sin(n+1)]}{[\cos n]}$ مجموع جملات دوم، سوم و چهارم چقدر است؟ (واحدها برحسب رادیان و علامت جزء صحیح است.)

صفر (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۰۲ اگر $\sin x = \frac{4+m}{1+m}$ ، $\frac{3\pi}{4} < x - \frac{\pi}{4} < \frac{7\pi}{4}$ باشد، حدود m کدام است؟

$(-1, +\infty)$ (۴)

$(-4, \frac{-5}{2}]$ (۳)

$(-4, -1)$ (۲)

$(0, +\infty)$ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۰۳ اگر $x = \frac{\pi}{11}$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{\sin x \cos 3x \tan \frac{4x}{3}}{\sin 10x \sin \frac{5x}{3} \cot \frac{11x}{4}}$ چقدر است؟

$\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۰۴ اگر $\tan x = \frac{\sin(\frac{9\pi}{2} - x) - \sin(10\pi - x)}{\sin(18\pi + x) - \cos(19\pi - x)}$ باشد، x کدام می‌تواند باشد؟

$\frac{3\pi}{8}$ (۴)

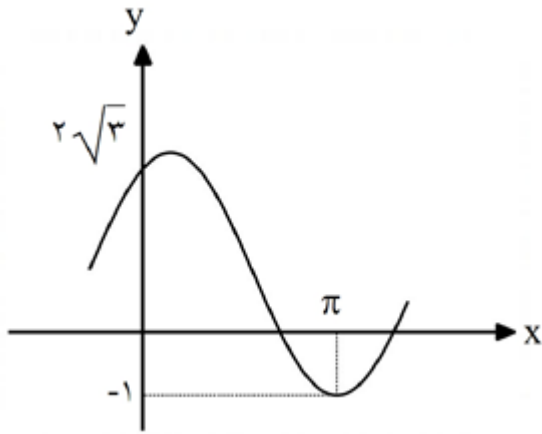
$\frac{5\pi}{3}$ (۳)

$\frac{3\pi}{4}$ (۲)

$\frac{5\pi}{4}$ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۰۵ اگر شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$ باشد، مقدار b کدام است؟



$\frac{\sqrt{3}}{3} + 2$ (۴)

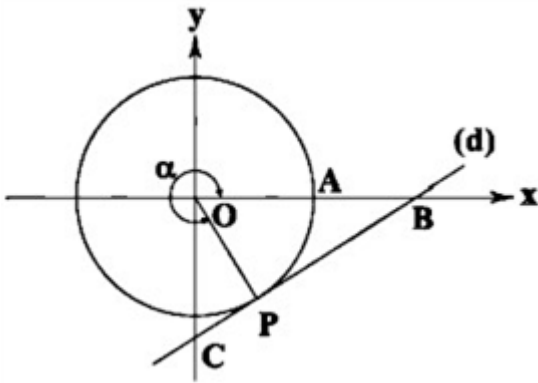
$-\frac{\sqrt{3}}{3} - 2$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{3} - 2$ (۲)

$-\frac{\sqrt{3}}{3} + 2$ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۱۰۶ اگر در شکل مقابل خط (d) در نقطه‌ی P بر دایره‌ی مثلثاتی مماس بوده و زاویه‌ی AOP برابر α باشد، آن‌گاه طول پاره‌خط CP برابر است با:



$\frac{1}{2}(\sin \alpha + \cos \alpha)$ (۴)

$\frac{1}{2}(\cos \alpha - \tan \alpha)$ (۳)

$-\cot \alpha$ (۲)

$-\tan \alpha$ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱

$$\begin{aligned} 2A &= 2\sqrt{2}\cos(110^\circ - 45^\circ)\cos(270^\circ + 27^\circ) + 2\sqrt{2}\cos(90^\circ - 27^\circ)\sin(110^\circ - 60^\circ) \\ &= 2\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(\sin 27^\circ) + 2\sqrt{2}\sin(27^\circ)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -2\sin 27^\circ + 2\sin 27^\circ = \sin(27^\circ) \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲

$$\cos 210^\circ = \cos(110^\circ + 100^\circ) = -\cos 10^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 242^\circ = \sin(270^\circ - 28^\circ) = -\cos 28^\circ$$

$$\sin 135^\circ = \sin(110^\circ - 25^\circ) = \sin 25^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 152^\circ = \cos(110^\circ - 42^\circ) = -\cos 42^\circ$$

$$A = \sqrt{2} \times -\frac{\sqrt{2}}{2} \times -\cos 27^\circ - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times -\cos 27^\circ = \frac{2}{2}\cos 27^\circ + \cos 27^\circ = 2/5 \cos 27^\circ$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳

$$D_f = R \Rightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta_{mx^2 - \lambda x + 29} < 0 \end{cases}$$

پس سهمی زیر رادیکال مینیمم دارد و در نقطه مینیمم، f ماکزیمم می‌شود. بنابراین:

$$\frac{5}{\sqrt{y_s}} = 1 \Rightarrow y_s = 25 \Rightarrow -\frac{64 - 4 \times 29 \times m}{4m} = 25 \Rightarrow \frac{16 - 29m}{m} = -25$$

$$\Rightarrow 16 - 29m = -25m \Rightarrow 14m = 16 \Rightarrow m = \frac{16}{14} = \frac{8}{7} \Rightarrow [m] = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴

$$f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = -1 \Rightarrow f(-1) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{a(-1)}{1 + |-1|} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{-a}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

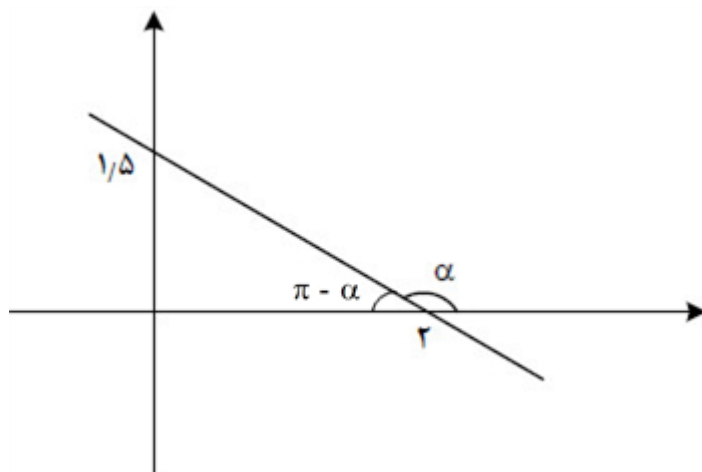
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵

$$\left(-\frac{1}{8}, -\frac{2}{5}\right) \in f^{-1} \Rightarrow \left(-\frac{2}{5}, -\frac{1}{8}\right) \in f \Rightarrow \frac{-\frac{2}{5}}{a + \frac{2}{5}a} = -\frac{1}{8} \Rightarrow -\frac{2}{8a} = -\frac{1}{8} \Rightarrow a = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶

$$\frac{2\cos(110^\circ + 68^\circ) - 2\sin(90^\circ + 68^\circ)}{\sin(270^\circ - 68^\circ) - \cos(260^\circ - 68^\circ)} = \frac{-2\cos 68^\circ - 2\cos 68^\circ}{-\cos 68^\circ - \cos 68^\circ} = \frac{5}{2} = 2/5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷



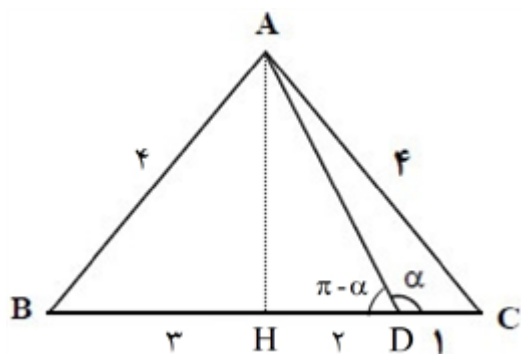
$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha = \frac{1/5}{-1/8} = -\frac{8}{5}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\frac{8}{5}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha = -\frac{5}{8}$$

۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ارتفاع وارد بر قاعده را رسم می‌کنیم، داریم:



$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{v}$$

$$\tan(\pi - \alpha) = \frac{AH}{HD} = \frac{\sqrt{v}}{r}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{v}}{r}$$

۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(\sqrt{5}) = 5 - [\sqrt{5}] = 3 \Rightarrow f(f(\sqrt{5})) = f(3) = 9a^3 - [3a] = 2$$

با توجه به گزینه‌ها، $a = -\frac{1}{3}$ جواب است. جواب‌های دیگر معادله $a = \frac{2}{3}$ و $a = \frac{\sqrt{3}}{3}$ است.

۱۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{محیط} = 2\pi \Rightarrow R = 1$$

مثلث OAB متساوی‌الاضلاع است. $AB = OA = 1 = OB \Rightarrow$

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{هاشور}} &= \cancel{AH} + \cancel{BH} + \widehat{AB} \\ P_{\triangle OAH} &= \cancel{AH} + \cancel{OH} + OA \\ \widehat{AB} &= R\alpha = 1 \times \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_{\text{هاشور}} - P_{\triangle OAH} = \widehat{AB} - OA = \frac{\pi}{3} - 1 = \frac{\pi - 3}{3}$$

$$OA = R = 1$$

۱۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$5\pi < 4x < 6\pi \Rightarrow \frac{5\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin x < \cos x \Rightarrow \sin^2 x < \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x} < 0$$

پس یکی از گزینه‌های ۱ یا ۳ صحیح است. حال فارغ از علامت، اندازه را به دست می‌آوریم.

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x = 4 \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = 4 \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{4}$$

$$A = \sin x - \cos x \xrightarrow{A^2} A^2 = 1 - 2 \sin x \cos x = 1 - 2\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow A = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x} = \frac{1}{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)} = \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 + \frac{1}{4}\right)} = -\frac{4}{\sqrt{2}}$$

۱۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x + y + z = 21 \\ 2y = x + z \end{cases} \Rightarrow y = 7, x + z = 14$$

دنباله هندسی $7 - d, 7, 7 + d \xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} 13 - d, 11, 9 + d$

$$11^2 = (13 - d)(9 + d) \Rightarrow d^2 - 4d + 3 = 0 \Rightarrow d = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 - 2 = 5 \\ y = 7 \\ z = 7 + 2 = 9 \end{cases}$$

$$\left[\frac{xy}{z}\right] = \left[\frac{5 \times 7}{9}\right] = \left[\frac{35}{9}\right] = 3$$

۱۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$n = ۲ \Rightarrow a_۲ = \cancel{a_۲^{-1}} + ۲a_۲ \Rightarrow a_۲ = -۱$$

$$n = ۵ \Rightarrow a_۲ = \cancel{a_۲^{-1}} + ۲a_۲ \Rightarrow a_۲ = ۱$$

$$n = ۶ \Rightarrow a_۵ = a_۲ + ۲a_۲ = -۱ + ۲(۱) = ۱$$

$$n = ۷ \Rightarrow a_۶ = a_۲ + ۲a_۵ = ۱ + ۲(۱) = ۳$$

۱۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$n = ۲ \Rightarrow a_۲ = a_۱ + a_۲ = ۱ + ۱ = ۲$$

$$n = ۳ \Rightarrow a_۲ = a_۲ + a_۲ = ۱ + ۱ = ۲$$

$$n = ۴ \Rightarrow a_۵ = a_{۲-۲} + a_۲ = a_۲ + a_۲ = ۱ + ۲ = ۳$$

$$n = ۵ \Rightarrow a_۶ = a_۲ + a_۲ = ۲ + ۲ = ۴$$

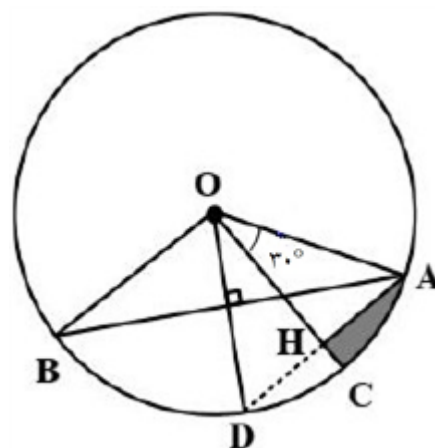
$$n = ۶ \Rightarrow a_۷ = a_۲ + a_۲ = ۲ + ۲ = ۴$$

$$n = ۷ \Rightarrow a_۸ = a_۲ + a_۵ = ۵$$

$$n = ۸ \Rightarrow a_۹ = a_۲ + a_۶ = ۲ + ۴ = ۶$$

۱۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\left. \begin{aligned} |OA| &= ۱, |OH| = \frac{\sqrt{۳}}{۲}, |AH| = \frac{۱}{۲} \\ |\widehat{AC}| &= \frac{۳\pi}{۱۲}, |HC| = ۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۲}, |AH| = \frac{۱}{۲} \end{aligned} \right\} \rightarrow P = \sqrt{۳} - \frac{\pi}{۶}$$

۱۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = -۳ \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{-۱}{۳} \Rightarrow ۲ \sin x \cdot \cos x = \frac{-۲}{۳}$$

$$\Rightarrow (\sin x + \cos x)^۲ = ۱ + ۲ \sin x \cdot \cos x = \frac{۱}{۳} \xrightarrow{\frac{۳\pi}{۴} < x < \pi} \sin x + \cos x = \frac{-۱}{\sqrt{۳}}$$

$$\frac{۱}{\sin^۲ x + \cos^۲ x} = \frac{۱}{(\sin x + \cos x)(۱ - \sin x \cos x)} = \frac{-\sqrt{۳}}{\frac{۱}{۳}} = -۰.۷۵\sqrt{۳}$$

۱۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\alpha + \beta = \alpha' + \beta' + ۱ \Rightarrow \frac{a}{۲} = \frac{-a}{۲a} + ۱ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow ۲x^۲ + x - ۶ = ۰$$

$$\Rightarrow \alpha', \beta' = -۲, \frac{۳}{۲} \Rightarrow \alpha, \beta = -\frac{۳}{۲}, ۲ \Rightarrow \frac{b}{۲} = \alpha\beta = -۳ \Rightarrow b = -۶$$

$$\left[\frac{ab}{۲} \right] = \left[-\frac{۶}{۲} \right] = -۳$$

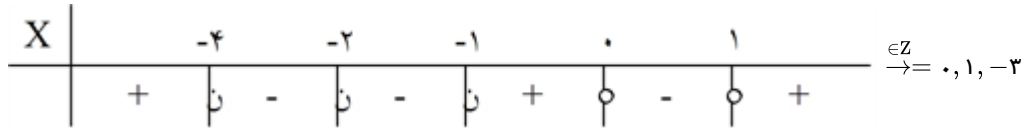


گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$-\frac{f(x)}{f(x+2)} \geq 0 \Rightarrow \frac{f(x)}{f(x+2)} \leq 0$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = -2, 0, 1$$

$$f(x+2) = 0 \Rightarrow x+2 = -2, 0, 1 \Rightarrow x = -4, -2, -1$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$y = \frac{x-2}{2} \Rightarrow x-2 = 2y \Rightarrow x = 2y+2 \Rightarrow f^{-1}(x) = 2x+2 \xrightarrow{-f} g(x) = 2x-2$$

$$\begin{cases} y = \frac{x-2}{2} \\ y = 2x-2 \end{cases} \Rightarrow 2x-2 = \frac{x-2}{2} \Rightarrow A: \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow OA = \sqrt{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع f و g را به صورت چندضابطه‌ای می‌نویسیم: ۲۰

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow f(x) = -(2x-2), g(x) = -1$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = -(2x-2), g(x) = 0$$

$$x=1 \Rightarrow \begin{cases} f(x)=0 \\ g(x)=1 \end{cases} \Rightarrow (f \times g)(x) = \begin{cases} 2x-2, & -1 \leq x < 0 \Rightarrow -2 \leq 2x < 0 \Rightarrow -4 \leq 2x-2 < -2 \\ 0, & 0 \leq x < 1 \Rightarrow y=0 \end{cases}$$

$$R_f = [-4, -2) \cup \{0\}$$

پس: $-2 \in R_f$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۱

$$f(x) = \left[1 - \frac{x}{2}\right] = 1 + \left[-\frac{x}{2}\right] \Rightarrow f(0/\sqrt{2}) + 2f(\pi) = 1 + \left[-\frac{0/\sqrt{2}}{2}\right] + 2\left(1 + \left[-\frac{\pi}{2}\right]\right)$$

$$= 1 + (-1) + 2(1 + (-2)) = 0 - 2 = -2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۲

$$\frac{-\pi}{6} < 2x < \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{-1}{2} < \sin 2x \leq 1 \Rightarrow \frac{-1}{2} < \frac{m-1}{2} \leq 1 \Rightarrow -2 < m-1 \leq 4$$

$$\Rightarrow -1 < m \leq 5 \Rightarrow m \in (-1, 5]$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۳

$$-2 < \frac{1-2x}{x+1} < 0 \xrightarrow{+1} -1 < \frac{2-2x}{x+1} < 1$$

$$\Rightarrow \left| \frac{2-2x}{x+1} \right| < 1 \Rightarrow |2x-2| < |x+1| \Rightarrow (2x-2)^2 < (x+1)^2 \Rightarrow (2x-2)^2 - (x+1)^2 < 0$$

$$\Rightarrow (2x-2-x-1)(2x-2+x+1) < 0 \Rightarrow (x-3)(3x-1) < 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} < x < 3 \Rightarrow \frac{1}{6} < \frac{x}{2} < \frac{3}{2} \Rightarrow \left[\frac{x}{2} \right] = 1 \text{ یا } 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۴

$$\begin{cases} f(0/\sqrt{2}) = [1 - 2(0/\sqrt{2})] = [1 + 2/1] = [3/1] = 3 \\ f(0/0.7) = [1 - 2(0/0.7)] = [1 + 0/21] = [1/21] = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{جواب} = 3 - 1 = 2$$

۲۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{4-2x}{2x+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{-1}{2} < x \leq 2 \Rightarrow -1 < 2x \leq 6$$

$$[2x] = -1, 0, 1, \dots, 6$$

۲۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x^2}{x^2} = x, x \neq 0 \Rightarrow y = \{\pm 0, \pm 4, \dots, \pm 1\} \Rightarrow 1.0 \text{ تا}$$

۲۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

روش اول: در بازه‌ی داده شده، درون قدرمطلق منفی است. لذا: $|x| = -x$

$$y = [-2x + |x|] + x = [-2x - x] + x \Rightarrow y = [-3x] + x$$

از طرفی چون $-\frac{1}{3} < x < -\frac{2}{3}$ ، بنابراین:

$$-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3} \xrightarrow{\times -3} 1 < -3x < 2 \Rightarrow [-3x] = 1 \Rightarrow y = [-3x] + x = x + 1$$

روش دوم: از بازه‌ی داده شده عددی انتخاب می‌کنیم: مثلاً: $x = -\frac{1}{3}$. حال مقدار تابع y را به ازای این x محاسبه

$$y = \left[-2 \left(-\frac{1}{3} \right) + \left| -\frac{1}{3} \right| \right] - \frac{1}{3} = \left[1 + \frac{1}{3} \right] - \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

می‌کنیم:

تنها گزینه‌ای که اگر به جای x مقدار $-\frac{1}{3}$ قرار بدهیم، حاصلش $\frac{1}{3}$ می‌شود، گزینه‌ی ۲ است.

۲۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گزینه ۳ نادرست است. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (2[2x] - 1) = -1 \Rightarrow$

گزینه‌های ۱ و ۴ نادرست هستند. $\lim_{x \rightarrow 0^-} (2[2x] - 1) = 1 \Rightarrow$

بنابراین با حذف گزینه‌های ۱ و ۳ و ۴، گزینه‌ی ۲ درست است.

۲۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{برعکس Sin} \quad b < 0 \Rightarrow \text{Max} = a + |b| = \frac{3}{2} \Rightarrow a - b = \frac{3}{2}$$

$$A = \left(\frac{\pi}{2}, 0 \right) \Rightarrow a + b \left(\frac{1}{2} \right) = 0$$

$$\begin{cases} a - b = \frac{3}{2} \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

۳۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{tg}(285) = \text{tg}(270 + 15) = -\text{Cotg} 15$$

$$\text{tg}(-165) = -\text{tg}(180 - 15) = \text{tg} 15$$

$$\text{Sin}(1095) = \text{Sin}(6\pi + 15) = \text{Sin} 15$$

$$\text{Cos}(255) = \text{Cos}(270 - 15) = -\text{Sin} 15$$

$$\tan(285)\tan(-165) - \text{Sin}(1095)\text{Cos}(255) = -\cot 15 \times \tan 15 - \text{Sin} 15(-\text{Sin} 15)$$

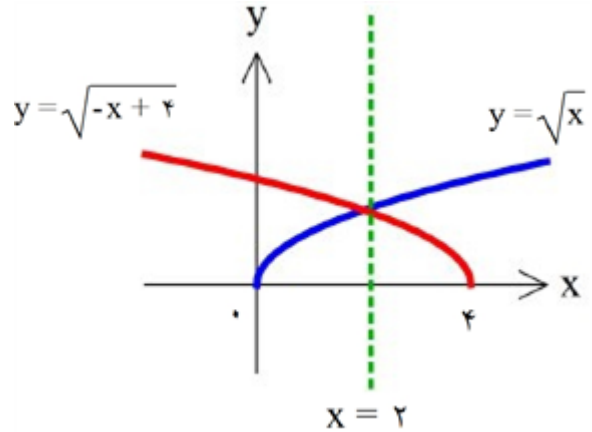
$$\underbrace{-\cot 15 \times \tan 15}_{-1}$$

$$= -1 + \text{Sin}^2 15 = -(1 - \text{Sin}^2 15) = -\text{Cos}^2 15$$



۳۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا باید به جای x ، $x - 4$ قرار دهیم (۴ واحد به طرف راست) و سپس حاصل را قرینه کنیم (قرینه نسبت به محور y ها). دو نمودار $y = \sqrt{x}$ و $y = \sqrt{-(x - 4)}$ را رسم می‌کنیم.



۳۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم

$$y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \Rightarrow y = a + b \cos(x)$$

با توجه به نمودار تابع که عرض از مبدأ آن می‌نیمم است بنابراین باید ضریب کسینوس منفی باشد ($b < 0$) در نتیجه به ازای $x = \pi$ باید نمودار ماکزیمم شود یعنی نقطه ماکزیمم با عرض ۳ دارای طول π است و تابع از نقاط $A(\pi, 3)$ و $B\left(\frac{5\pi}{3}, 0\right)$ می‌گذرد.

$$A(\pi, 3) \Rightarrow a + b \cos(\pi) = 3 \Rightarrow a - b = 3$$

$$B\left(\frac{5\pi}{3}, 0\right) \Rightarrow a + b \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow a + b \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow a + \frac{b}{2} = 0$$

بنابراین $a = 1, b = -2$ می‌باشد.

۳۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\underbrace{\text{tg } 30^\circ}_{2\pi - \frac{\pi}{3}} = -\text{tg } 60^\circ = -\sqrt{3}, \quad \underbrace{\text{tg } 48^\circ}_{2\pi - \frac{\pi}{3}} = -\text{tg } 6^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\underbrace{\cos 210^\circ}_{2\pi + \frac{\pi}{6}} = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \underbrace{\sin 140^\circ}_{5\pi - \frac{\pi}{3}} = \sin 6^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\left(-\sqrt{3} \times -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$$

$۱۲ \Rightarrow x \rightarrow x - ۱۲$ واحد در جهت مثبت محور x ها

$۲ \Rightarrow y \rightarrow y + ۲$ واحد در جهت مثبت محور y ها

$$\sqrt{x-12} + 2 = \sqrt{x} \Rightarrow \underbrace{x-12 \geq 0}_{x \geq 0} \Rightarrow x \geq 12$$

دامنه جواب

$$\sqrt{x-12} = \sqrt{x} - 2 \Rightarrow x - 12 = x - 4\sqrt{x} + 4 \Rightarrow 4\sqrt{x} = 16 \Rightarrow \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16$$

$$x = 16 \Rightarrow y = 4$$

$$A(16, 4), B(0, 0) \Rightarrow AB = \sqrt{16^2 + 4^2} = \sqrt{2^4 + 2^2} = \sqrt{2^2(2^2 + 1)} = 2\sqrt{17}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x-1} \Rightarrow \begin{cases} 9-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 9 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3 \\ x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \end{cases}$$

$$D_f = [-3, 1) \cup (1, 3]$$

$$(k-2, 3k+2) \subset D_f \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} k-2 \geq 1 \Rightarrow k \geq 3 \text{ ندارد} \\ 3k+2 \leq 3 \Rightarrow k \leq \frac{1}{3} \end{cases} \\ \text{یا} \\ \begin{cases} 3k+2 \leq 1 \Rightarrow k \leq -\frac{1}{3} \\ k-2 \geq -3 \Rightarrow k \geq -1 \end{cases} \Rightarrow k \in [-1, -\frac{1}{3}] \end{cases}$$

بهترین گزینه، گزینه ۴ است.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{17\pi}{6} \sin \frac{11\pi}{3} + \cos \frac{10\pi}{3} &= \operatorname{tg} \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \left(2\pi - \frac{\pi}{3} \right) + \cos \left(2\pi + \frac{\pi}{3} \right) \\ &= \left(-\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \right) \left(-\sin \frac{\pi}{3} \right) - \cos \frac{\pi}{3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

$$y = a + b \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \Rightarrow y = a + b \sin x$$

چون به ازای $x > 0$ ، شروع صعودی است پس $b > 0$

$$y_{\max} = a + b = 3$$

$$f \left(-\frac{5\pi}{6} \right) = 0 \Rightarrow a + b \sin \left(-\frac{5\pi}{6} \right) = 0 \Rightarrow a - \frac{b}{2} = 0 \Rightarrow b = 2a \Rightarrow a + 2a = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 1 + 2 \sin x \Rightarrow f \left(\frac{\pi}{6} \right) = 1 + 2 \left(\frac{1}{2} \right) = 2$$

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x}} \left(\frac{1}{\sin x} - \sin x \right) &= \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}} \left(\frac{1 - \sin^2 x}{\sin x} \right) \\ &= \frac{\cancel{\sin x}}{\cos x} \times |\cancel{\cos x}| \left(\frac{\cos^2 x}{\cancel{\sin x}} \right) = -\cos^2 x \end{aligned}$$



۳۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شروع صعودی به ازای $x > 0$ پس $b > 0$ بنابراین برای آنکه تابع ماکزیمم شود

باید $\sin\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right) = 1$ باشد، در نتیجه $x = \frac{\pi}{\epsilon}$ است یعنی تابع از نقطه $\left(\frac{\pi}{\epsilon}, \sqrt{3}\right)$ می‌گذرد.

$$\left(\frac{\pi}{\epsilon}, \sqrt{3}\right) \Rightarrow a + b \sin\left(\frac{\pi}{\epsilon} + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Rightarrow a + b = \sqrt{3} \Rightarrow a = \sqrt{3} - b$$

$$f(\pi) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a + b \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a - \frac{\sqrt{3}}{2}b = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow b + \frac{\sqrt{3}}{2}b = \sqrt{3} + \frac{3}{2} \Rightarrow b\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3} + \frac{3}{2} \Rightarrow b = \sqrt{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۴۰

$$\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right) \cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{19\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{-11\pi}{6}\right)$$

$$= \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(-2\pi + \frac{\pi}{6}\right) + \operatorname{tg}\left(6\pi - \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(-2\pi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \left(-\sin\frac{\pi}{3}\right)\left(-\cos\frac{\pi}{6}\right) + \left(-\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}\right)\left(\sin\frac{\pi}{6}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2} \times \frac{-\sqrt{3}}{2} + (-1)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

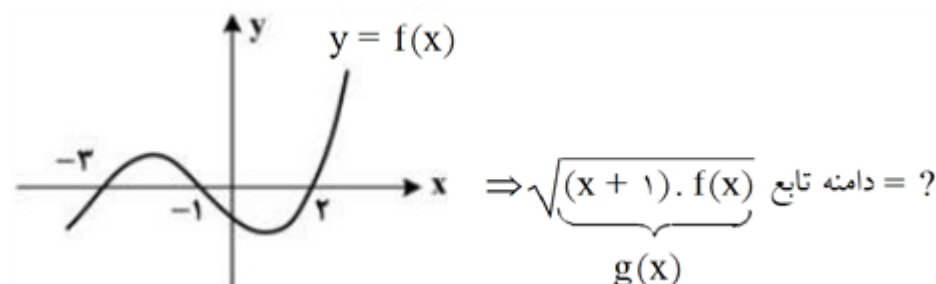
۴۱

$$\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x} \left(\operatorname{tg} \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin^2 x \right) = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} (1 - \sin^2 x) = \frac{1}{|\cos x|} \cos^2 x$$

$$= |\cos x| \xrightarrow{\pi < x < \frac{3\pi}{2}} -\cos x$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۴۲



x	-3	-1	2
x+1	-	-	+
f(x)	-	+	+
g(x)	+	-	+

$$g(x) \geq 0 \\ (-\infty, -3] \cup \{-1\} \cup [2, +\infty)$$

چون گفته تابع غیر نقطه ای است بنابراین -1 از دامنه حذف می شود و در نتیجه دامنه به صورت زیر نوشته می شود.

$$(-\infty, -3] \cup [2, +\infty)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۴۳

$$f(2) = 2\sqrt{2+|2|} = 2 \times 2 = 4$$

$$f\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4}\sqrt{2+\left|-\frac{1}{4}\right|} = -\frac{1}{4}\sqrt{2+\frac{1}{4}} = -\frac{1}{4}\sqrt{\frac{9}{4}} = -\frac{1}{4} \times \frac{3}{2} = -\frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow \text{عبارت} = 4 + 4 \times \left(-\frac{3}{8}\right) = 4 - 1.5 = 2.5$$

۴۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$[x-2] = 1 \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow 2 \leq x < 3 \Rightarrow f(x) = (x-2) + (x-3) = 2x-5$$

$$g(x) = f(x) \Rightarrow 2x^2 + x - 17 = 2x - 5 \Rightarrow 2x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{6}{2} \end{cases}$$

در فاصله $[2, 3]$ نمی‌باشند.

۴۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای یافتن قرینه‌ی هر منحنی نسبت به خط $y = x$ کافی است جای متغیرهای x و y عوض شود. زیرا قرینه نسبت به نیمساز ربع اول و سوم همان تابع وارون است. پس:

$$2x - 2y = 2 \Rightarrow 2x - 2 = 2y \Rightarrow y = \frac{2}{2}x - 2 \Rightarrow \text{عرض از مبدا} = -2$$

۴۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع از مبدأ می‌گذرد بنابراین مختصات مبدأ $O(0, 0)$ را درون تابع قرار می‌دهیم تا یک رابطه بر حسب a و b به دست آید.

$$(0, 0) \in f \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow b = -a$$

$$y = a - a \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) = a\left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right) \Rightarrow \max = 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = -2$$

۴۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

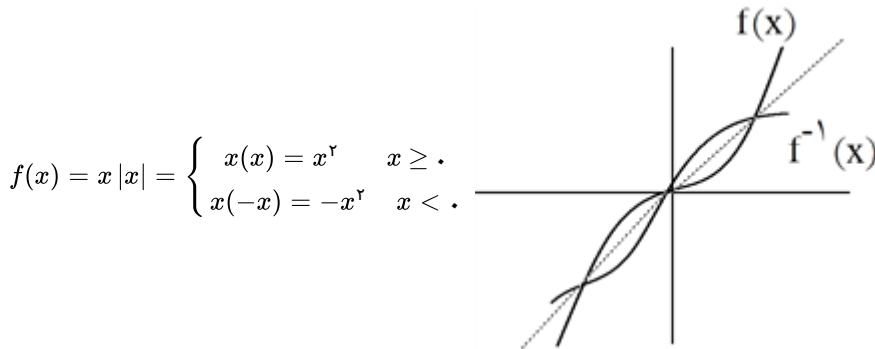
$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \sqrt{3} \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18$$

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \sqrt{3} \times \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18$$

$$4 \times 18 = 72$$

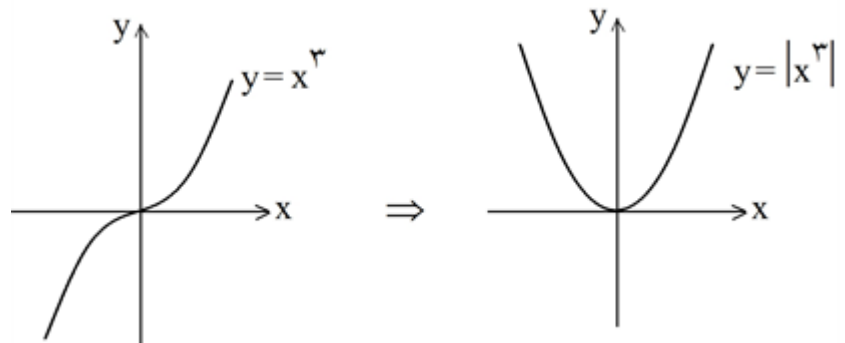
۴۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



۴۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$f(x) = |2x - 6| - |x + 1| = \begin{cases} (2x - 6) - (x + 1) & x \geq 3 \\ -2x + 6 - (x + 1) & -1 \leq x < 3 \\ -2x + 6 - (-x - 1) & x < -1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x - 7 & x \geq 3 \\ -3x + 5 & -1 \leq x < 3 \\ -x + 7 & x < -1 \end{cases}$$

با توجه به ضابطه‌ها مشخص است که ضابطه‌ی $y = x - 7$ برای $x \geq 3$ صعودی است.

$$x \geq 3 \xrightarrow{-7} x - 7 \geq -4 \Rightarrow y \geq -4$$

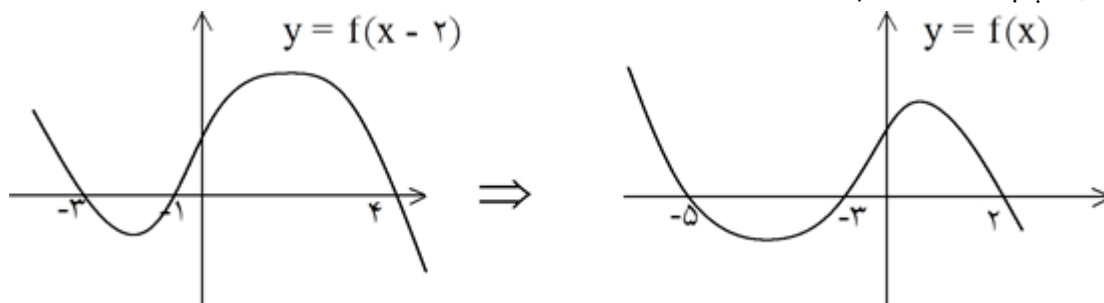
$$y = x - 7 \Rightarrow y + 7 = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = x + 7$$

نکته: در تابع معکوس جای دامنه و برد عوض می‌شود. بنابراین $y \geq -4$ برای تابع معکوس محدوده‌ی دامنه می‌شود.

$$\frac{\sin 250^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 560^\circ - \cos 110^\circ} = \frac{\sin (270^\circ - 20^\circ) + \sin (2 \times 360^\circ - 20^\circ)}{\cos (3 \times 180^\circ + 20^\circ) - \cos (90^\circ + 20^\circ)} = \frac{-\cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{-\cos 20^\circ + \sin 20^\circ}$$

$$\xrightarrow{\text{صورت و مخرج را بر } \cos 20^\circ \text{ تقسیم می‌کنیم}} \frac{\frac{-\cos 20^\circ}{\cos 20^\circ} - \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ}}{\frac{-\cos 20^\circ}{\cos 20^\circ} + \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ}} = \frac{-1 - \tan 20^\circ}{-1 + \tan 20^\circ} = \frac{-1 - 0.4}{-1 + 0.4} = \frac{-1.4}{-0.6} = \frac{7}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که نمودار $y = f(x - 2)$ داریم برای رسم $y = f(x)$ باید نمودار را دو واحد به طرف چپ منتقل کنیم.



$$\sqrt{xf(x)} \Rightarrow xf(x) \geq 0 \xrightarrow{\text{هم علامت باشند}} \begin{cases} x \geq 0 \text{ و } f(x) \geq 0 \Rightarrow x \in [0, 2] \\ x \leq 0 \text{ و } f(x) \leq 0 \Rightarrow x \in [-5, -3] \end{cases}$$

$$\Rightarrow D = [-5, -3] \cup [0, 2]$$

$$\cos (285^\circ) = \cos (270^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ$$

$$\sin (255^\circ) = \sin (270^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ$$

$$\sin (525^\circ) = \sin (540^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ$$

$$\sin (105^\circ) = \sin (90^\circ + 15^\circ) = \cos 15^\circ$$

$$\text{عبارت اصلی: } \frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \cos 105^\circ} = \frac{\sin 15^\circ - (-\cos 15^\circ)}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ}$$

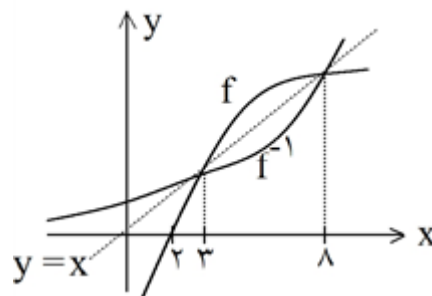
با توجه به این‌که مقدار $\tan 15^\circ$ را داریم، صورت و مخرج کسر را بر $\cos 15^\circ$ تقسیم می‌کنیم:

$$\text{کسر} = \frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1} \xrightarrow{\tan 15^\circ = 0.28} \frac{0.28 + 1}{0.28 - 1} = \frac{1.28}{-0.72} = \frac{-16}{9}$$

$$x - f^{-1}(x) \geq 0 \Rightarrow x \geq f^{-1}(x)$$

$$\xrightarrow{\text{اکیدا صعودی } f} f(x) \geq f(f^{-1}(x))$$

$$\Rightarrow f(x) \geq x \Rightarrow x \in [3, 8]$$



$$f(x) = |2x - 6| - |x + 3| + x$$

x	-5	-4	3	4
y	$\frac{10}{A}$	$\frac{10}{B}$	$\frac{-4}{C}$	$\frac{-2}{D}$

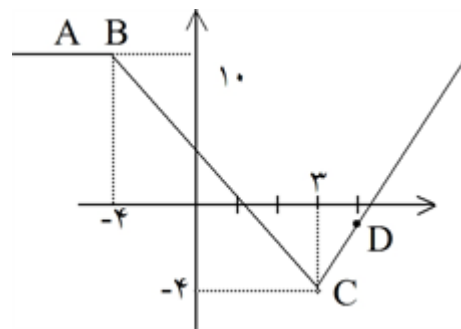
$$x \in [-4, 3], y \in [-4, 10]_{R_f} \Rightarrow D_{f^{-1}} = [-4, 10]$$

برای رسیدن به ضابطه معادله‌ی خطی که از B' و C' نقطه‌ی متناظر B و C می‌گذرد را می‌نویسیم:

$$B'(-4, -4) \Rightarrow m = \frac{y}{x} = \frac{10}{-14} = -\frac{1}{2} \Rightarrow y - 3 = \frac{-1}{2}(x + 4)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 1 = f^{-1}(x)$$

تذکر: با گزینه‌ها هم این تست به راحتی حل می‌شود.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار رسم شده متوجه می‌شویم دوره‌ی تناوب تابع ۶ می‌باشد و می‌دانیم

$$\text{دوره‌ی تناوب تابع } y = a \sin bx \text{ از رابطه‌ی } T = \frac{2\pi}{|b|} \text{ به دست می‌آید. پس داریم:}$$

$$y = a \sin(b\pi x) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 6 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|\pi} = 6 \Rightarrow \frac{1}{|b|} = 3 \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

از طرفی در تابع $y = a \sin bx$ ماکزیمم تابع برابر $|a|$ است. چون در حاصل ماکزیمم برابر ۲ است. پس:

$$|a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2 \text{ در انتها دقت شود با توجه به آن که تابع بلافاصله بعد از } x = 0 \text{ افزایش می‌یابد. باید علامت } a \text{ و } b$$

یکسان باشند. یعنی برای a و b دو حالت ایجاد می‌شود.

$$a = 2, b = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 2 \sin \frac{\pi x}{3} \Rightarrow a + b = \frac{7}{3}$$

$$a = -2, b = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = -2 \sin \left(\frac{-\pi x}{3} \right) = 2 \sin \frac{\pi x}{3} \Rightarrow a + b = -\frac{5}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای به دست آوردن قرینه‌ی هر نقطه یا منحنی نسبت به نیم‌ساز ربع اول، کافی است

$$ax + by = 8 \xrightarrow{y=x \text{ نسبت به } y=x} bx + ay = 8$$

جای x و y را باهم عوض کنیم.

این خط باید بر خط $2x - 3y = b$ منطبق باشد، پس:

$$\frac{b}{2} = \frac{a}{-3} = \frac{8}{b} \Rightarrow b^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \Rightarrow a = -6 \Rightarrow a + b = -2 \\ b = -4 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow a + b = 2 \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر f یک تابع معکوس‌پذیر باشد و نقطه‌ی (α, β) روی تابع f باشد، یعنی داشته باشیم

$f(\alpha) = \beta$ ، آن‌گاه $f^{-1}(\beta) = \alpha$ بوده و نقطه‌ی (β, α) بر روی تابع معکوس f قرار دارد. بنابراین با توجه به گزینه‌ها داریم:

$$f(x) = x^2 + \sqrt{x} \Rightarrow f(4) = 4^2 + \sqrt{4} = 16 + 2 = 18 \Rightarrow f^{-1}(18) = 4 \Rightarrow (18, 4) \in f^{-1}$$

گزینه ۱) یعنی نقطه‌ی $(4, 18)$ بر روی خود تابع f قرار دارد، گزینه ۳) یعنی $(18, 4)$ بر روی معکوس تابع f قرار دارد. به همین ترتیب نقطه‌ی $(1, 2)$ روی تابع f و نقطه‌ی $(2, 1)$ روی تابع f^{-1} می‌باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در توابع رادیکالی با فرجه‌ی زوج، زیر رادیکال باید نامنفی باشد، بنابراین:

$$y = \sqrt{4 - |x - 1|} \Rightarrow 0 \leq 4 - |x - 1| \Rightarrow |x - 1| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x - 1 \leq 4 \Rightarrow -3 \leq x \leq 5$$

بنابراین دامنه‌ی تابع، بازه‌ی $[-3, 5]$ است که شامل ۹ عدد صحیح است $(\{-3, -2, \dots, 4, 5\})$.

تذکر: تعداد اعداد صحیح که در رابطه‌ی $a \leq x \leq b$ با شرط $a, b \in \mathbb{Z}$ صدق می‌کنند، برابر است با $b - a + 1$.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر $x^2 + x < 0$ باشد، نتیجه می‌گیریم که $-1 < x < 0$ است. حال برای تعیین حاصل

$[x] + [x^2] + [x^3] + [x^4]$ کافی است حدود عبارت‌های داخل براکت‌ها را مشخص کنیم. داریم:

$$\begin{cases} -1 < x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \\ -1 < x < 0 \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}} 0 < x^2 < 1 \Rightarrow [x^2] = 0 \\ -1 < x < 0 \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}} -1 < x^3 < 0 \Rightarrow [x^3] = -1 \\ -1 < x < 0 \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}} 0 < x^4 < 1 \Rightarrow [x^4] = 0 \end{cases} \Rightarrow [x] + [x^2] + [x^3] + [x^4] = (-1) + 0 + (-1) + 0 = -2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اگر نمودار تابع f بالاتر از نمودار تابع g باشد، در این صورت داریم

$$f(x) = \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4} \text{، } f(x) > g(x) \text{، } y = 2 \text{ پایین خط } y = 2 \text{ باشد، باید داشته باشیم:}$$

$$2 > \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4} \Rightarrow 2 - \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4} > 0 \Rightarrow \frac{2x^2 + 8 - 3x^2 + 2x}{x^2 + 4} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-x^2 + 2x + 8}{x^2 + 4} > 0 \xrightarrow{\text{مخرج همواره مثبت}} -x^2 + 2x + 8 > 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 8 < 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 2) < 0 \Rightarrow x \in (-2, 4) = (a, b) \Rightarrow a = -2, b = 4$$

بنابراین بیشترین مقدار $b - a$ (بیشترین طول بازه) برابر است با $4 - (-2) = 6$.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $f(x) = [x]$ است. برای تعیین مقادیر تابع $f(x - f(x))$ یا همان $f(x - [x])$ ، کافی

است به این نکته توجه کنیم که تابع داخلی، یعنی $x - [x]$ همواره در فاصله‌ی $[0, 1)$ تغییر می‌کند، پس داریم:

$$f(x) = [x] \Rightarrow f(x - f(x)) = f(x - [x]) = [x - [x]] = 0$$

۶۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با به دست آوردن دامنه‌ی تابع داده شده، مسیر مناسبی برای تعیین برد آن گشوده می‌شود:

$$y = \sqrt{17 - x^2} \xrightarrow{\text{تعیین دامنه}} 17 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 17 \Rightarrow D_f = [-\sqrt{17}, \sqrt{17}]$$

حال با حرکت در جهت معکوس و در نتیجه‌ی اجرای فرآیند برگشت‌پذیر زیر، به حدود y می‌رسیم:

$$-\sqrt{17} \leq x \leq \sqrt{17} \xrightarrow{u^2 \leq a^2 \Leftrightarrow -a \leq u \leq a} x^2 \leq 17 \xrightarrow{x^2 \geq 0} 0 \leq x^2 \leq 17$$

$$\xrightarrow{\times (-1)} -17 \leq -x^2 \leq 0 \xrightarrow{+17} 0 \leq 17 - x^2 \leq 17$$

$$\xrightarrow{\text{با توجه به منفی بودن طرفین جذر می‌گیریم}} 0 \leq \sqrt{17 - x^2} \leq \sqrt{17}$$

$$\xrightarrow{\text{حدود } y} 0 \leq y \leq \sqrt{17} \Rightarrow R_f = [0, \sqrt{17}]$$

پس مجموعه‌ی اعضای صحیح برد تابع فوق $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ است و تعداد اعضای آن ۵ تا می‌باشد.

۶۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

الف) شرط تابع بودن: هیچ دو زوج مرتب متمایز، مولفه‌ی اول برابر نداشته باشند.

$$(3, 2) = (3, a^2 - a) \Rightarrow a^2 - a = 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow (a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -1 \end{cases}$$

ب) شرط یک‌به‌یک بودن: هیچ دو زوج مرتب متمایز، مولفه‌ی دوم برابر نداشته باشند.

$$(3, 2) = (b, 2) \Rightarrow b = 3$$

اما از میان دو مقدار به‌دست آمده برای a ، باید یکی را به گونه‌ای انتخاب کنیم که شرایط الف و ب کماکان برقرار بماند.

در نتیجه فقط $a = 2$ قابل قبول می‌باشد. زیرا اگر $a = -1$ باشد، دو زوج مرتب $(-1, 4)$ و $(-1, 5)$ در مجموعه دیده

می‌شوند که در آن صورت مجموعه‌ی حاصل تابع نخواهد بود. در نتیجه $(a, b) = (2, 3)$ می‌باشد.

۶۵

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = 2x - |4 - 2x| = \begin{cases} 2x + 4 - 2x & x > 2 \\ 2x - 4 + 2x & x \leq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 4 & x > 2 \\ 4x - 4 & x \leq 2 \end{cases}$$

به ازای $x \leq 2$ تابع یک به یک و وارون‌پذیر است.

$$x \leq 2 \Rightarrow 4x - 4 \leq 4 \Rightarrow y \leq 4$$

$$y = 4x - 4 \Rightarrow x = \frac{y + 4}{4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + 1 \quad (x \leq 4)$$

$$|a| = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار، بیش‌ترین مقدار تابع برابر ۳ است پس:

همچنین با توجه به این که تابع سه دوره تناوب طی کرده تا به ۳ رسیده، پس:

$$3T = 3 \Rightarrow T = 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 1 \Rightarrow |b| = 2$$

با توجه به این که مقدار تابع در بازه‌ی $[0, \frac{1}{4}]$ نزولی است بنابراین تابع به صورت‌های زیر است:

$$y = -3 \sin 2\pi x \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a \cdot b = -6$$

$$y = 3 \sin (-2\pi x) \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow a \cdot b = -6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \sqrt{x + |x + 2|} \Rightarrow f(-x) = \sqrt{-x + |-x + 2|} \Rightarrow -x + |-x + 2| \geq 0$$

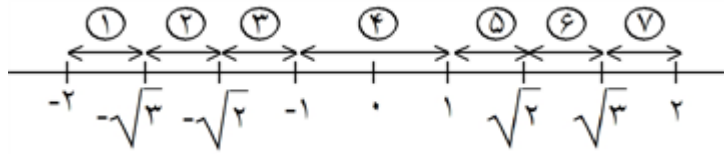
$$\Rightarrow x \leq |x - 2| \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} x^2 \leq x^2 - 4x + 4 \Rightarrow x \leq 1$$

۶۸ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{-2x^2 + 5x}{x-2} \Rightarrow f(1-\sqrt{2}) = \frac{-2(1-\sqrt{2})^2 + 5(1-\sqrt{2})}{1-\sqrt{2}-2}$$

$$\Rightarrow f(1-\sqrt{2}) = \frac{-2(1+2-2\sqrt{2}) + 5 - 5\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}-2} = \frac{-6+4\sqrt{2}+5-5\sqrt{2}}{-1-\sqrt{2}} = \frac{-1-\sqrt{2}}{-1-\sqrt{2}} = 1$$

۶۹ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.



$$-2 < x < 2 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 4 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x^2 < 1 \Rightarrow \text{یک پاره خط} \\ 1 \leq x^2 < 2 \Rightarrow \text{دو پاره خط} \\ 2 \leq x^2 < 3 \Rightarrow \text{دو پاره خط} \\ 3 \leq x^2 < 4 \Rightarrow \text{دو پاره خط} \end{array} \right\} \text{ ۷ پاره خط}$$

۷۰ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4} - 2x = k\pi \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = (2k+1) \frac{\pi}{8}$$

$$-\pi \leq (2k+1) \frac{\pi}{8} \leq \frac{2\pi}{2} \Rightarrow -8 \leq 2k+1 \leq 12 \Rightarrow -2/25 \leq k \leq 2/25 \Rightarrow k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

۷۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x(2-x) \geq 0 \Rightarrow x \in [0, 2] \Rightarrow 0 \leq 2-x \leq 2 \Rightarrow -3 \leq -x \leq -1 \Rightarrow x \in [1, 3]$$

۷۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون برد تابع $[-2, 2]$ است و برد تابع سینوس $[-1, 1]$ است پس $a = 2$ است.

$$y = 2 \sin \pi \left(\frac{1}{2} + bx \right) \Rightarrow y = 2 \cos(b\pi x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -2/5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \cos \frac{-5\pi}{2} b = 0 \\ x = 2/5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \cos \frac{5\pi}{2} b = 0 \end{array} \right. \Rightarrow b = 1 \text{ یا } T = \frac{2\pi}{\pi b} = 2 \Rightarrow b = 1$$

۷۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در بازه $[-4, -3]$ ، y مثبت و x منفی است که $xf(x)$ منفی می‌شود و قابل قبول نمی‌باشد.

در بازه $[-3, 0]$ ، y منفی و x هم منفی است که $xf(x)$ مثبت می‌شود و قابل قبول است و در بازه $[1, 2]$ هم x و y مثبت هستند که قابل قبول است.

۷۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = x^2 - 2[x] \Rightarrow f(\sqrt{3}) = 3 - 2[\sqrt{3}] = 3 - 2 = 1$$

$$-\frac{1}{2} f(\sqrt{3}) = -\frac{1}{2} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2} f(\sqrt{3})\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - 2\left[-\frac{1}{2}\right] = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} = 2/25$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۵

$$\begin{aligned}\sqrt{n^r - rn} &= \sqrt{(n-1)^r - 1} \Rightarrow n-r < \sqrt{n^r - rn} < n-1 \Rightarrow \left\lfloor \sqrt{n^r - rn} \right\rfloor = n-r \\ \sqrt{rn^r - rn + 1} &= \sqrt{(rn-1)^r + n} \Rightarrow rn-1 < \sqrt{rn^r - rn + 1} < rn \Rightarrow \left\lfloor \sqrt{rn^r - rn + 1} \right\rfloor = rn-1 \\ \left\lfloor \sqrt{rn^r - rn + 1} \right\rfloor - r \left\lfloor \sqrt{n^r - rn} \right\rfloor &= (rn-1) - r(n-r) = r\end{aligned}$$

راه حل دوم: چون این رابطه برای همه اعداد طبیعی $n \geq 3$ برقرار است پس:

$$n = 3 \Rightarrow \text{عبارت} = \left\lfloor \sqrt{3^6 - 9 + 1} \right\rfloor - 3 \left\lfloor \sqrt{3} \right\rfloor = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۶

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{x}{x-1} \Rightarrow f(x^r) - rf(x) + 1 = \frac{x^r}{x^r-1} - \frac{rx}{x-1} + 1 = \frac{x^r - rx(x+1) + x^r - 1}{x^r - 1} \\ \frac{x^r - rx^r - rx + x^r - 1}{x^r - 1} &= \frac{-rx - 1}{x^r - 1} = \frac{rx + 1}{1 - x^r}\end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۷

$$\begin{aligned}D_{\frac{rf}{g}} &= D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = \{1, 2, 3\} - \{3\} = \{1, 2\} \\ \left(\frac{rf}{g}\right)(1) &= \frac{rf(1)}{g(1)} = \frac{r(r)}{0} = \frac{r}{0} \Rightarrow \frac{rf}{g} = \left\{ \left(1, \frac{r}{0}\right), (2, 1) \right\} \\ \left(\frac{rf}{g}\right)(2) &= \frac{rf(2)}{g(2)} = \frac{r(r)}{r} = 1\end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۸

$$f(x) = \frac{x^r + r}{\sqrt{x^r + 1}} = \frac{x^r + 1 + 1}{\sqrt{x^r + 1}} = \frac{x^r + 1}{\sqrt{x^r + 1}} + \frac{1}{\sqrt{x^r + 1}} \Rightarrow f(x) = \sqrt{x^r + 1} + \frac{1}{\sqrt{x^r + 1}}$$

با فرض $t = \sqrt{x^r + 1}$ به تابع $g(t) = t + \frac{1}{t}$ می‌رسیم. واضح است که $t \in [1, +\infty)$ برد توابع f و g با هم برابر است.

$$g'(t) = 1 - \frac{1}{t^r} = \frac{t^r - 1}{t^r} \geq 0$$

بنابراین g در دامنه‌ی تعریفش اکیداً صعودی است.

$$t \geq 1 \Rightarrow g(t) \geq g(1) \Rightarrow g(t) \geq r$$

$$R_g = R_f = [r, +\infty)$$

بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۹

$$\begin{aligned}\tan\left(\pi + \frac{\pi}{r}\right) \sin\left(r\pi + \frac{r\pi}{r} - \alpha\right) &= \frac{\sqrt{r}}{r} \Rightarrow -\sqrt{r} \cos \alpha = \frac{\sqrt{r}}{r} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{r} \\ \frac{\tan \frac{\alpha}{r} \left(\tan^r\left(\frac{\alpha}{r}\right) - 1\right)}{\left(1 + \tan^r\left(\frac{\alpha}{r}\right)\right)^r} &= \frac{-\tan \frac{\alpha}{r}}{1 + \tan^r\left(\frac{\alpha}{r}\right)} \times \frac{1 - \tan^r \frac{\alpha}{r}}{1 + \tan^r\left(\frac{\alpha}{r}\right)} = -\frac{1}{r} \sin \alpha \cos \alpha \\ &= -\frac{1}{r} \times \sqrt{1 - \frac{1}{r^2}} \times \left(-\frac{1}{r}\right) = \frac{\sqrt{15}}{32}\end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای یافتن طول نقطه A داریم:

$$f(x) = \frac{5}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3} - 2 \cos(3\pi x) = \frac{5}{3} \Rightarrow \cos(3\pi x) = -1 \Rightarrow 3\pi x = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$$

$$3\pi x_A = \pi \Rightarrow x_A = \frac{1}{3}$$

نقطه A، اولین نقطه با طول مثبت است پس داریم:

$$T = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3}$$

از طرفی دوره تناوب تابع برابر است با:

$$x_C = \frac{2}{3}$$

بنابراین برای طول نقطه C داریم:

و برای طول نقطه B می‌توان نوشت:

$$f(x) = -\frac{4}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3} - \cos(3\pi x) = -\frac{4}{3} \Rightarrow \cos(3\pi x) = \frac{1}{3} \Rightarrow 3\pi x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}, \dots$$

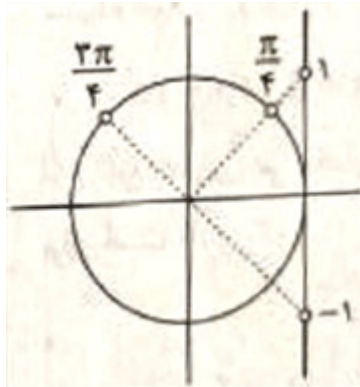
$$3\pi x_B = \frac{7\pi}{3} \Rightarrow x_B = \frac{7}{9}$$

نقطه B سومین نقطه به طول مثبت است و داریم:

$$x_A + x_B + x_C = \frac{1}{3} + \frac{7}{9} + \frac{2}{3} = \frac{16}{9}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\pi}{8} < \alpha < \frac{3\pi}{8} \Rightarrow \frac{\pi}{4} < 2\alpha < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} \tan 2\alpha < -1 \\ \text{یا} \\ \tan 2\alpha > 1 \end{cases} \Rightarrow |\tan 2\alpha| > 1 \Rightarrow \left| \frac{2}{2m-1} \right| > 1$$



$$\Rightarrow \frac{2}{|2m-1|} > 1 \xrightarrow{m \neq \frac{1}{2}} |2m-1| < 2 \Rightarrow -2 < 2m-1 < 2$$

$$\Rightarrow -1 < m < 2 \xrightarrow{m \neq \frac{1}{2}} m \in (-1, 2) - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$f(x) = \tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$$

بیشترین مقدار صحیح برای m عدد ۱ می‌باشد. بنابراین داریم:

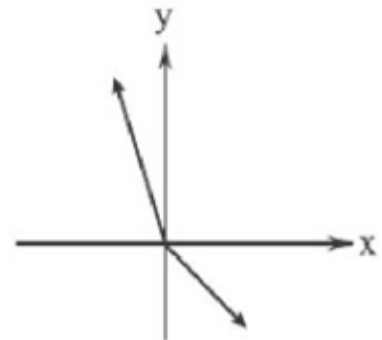
برای یافتن دامنه این تابع داریم:

$$2x - \frac{\pi}{6} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3} \Rightarrow D_f = R - \left\{ \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3} ; k \in Z \right\}$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \xrightarrow{\times 2} -2 \leq 2 \sin x \leq 2 \xrightarrow{-1} -3 \leq 2 \sin x - 1 \leq 1 \Rightarrow \text{برد} = [-3, 1]$$

۸۲ نادرست

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع $h(x)$ یک به یک است. نمودار آن را ببینید:



۸۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم $f(x) = c$ باشد.

$$f(m) + f(n) = 3f(m)f(n) \Rightarrow c + c = 3c \times c \Rightarrow 3c^2 - 2c = 0 \xrightarrow{c \neq 0} c = \frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}$$

$$(f + fg)(-1) = f(-1) + f(-1)g(-1) = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times (-1) = 0$$

۸۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{x+1}{[x] + [-x] + 1} = \begin{cases} x+1 & x \in \mathbb{Z} \\ \text{ت.ن} & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

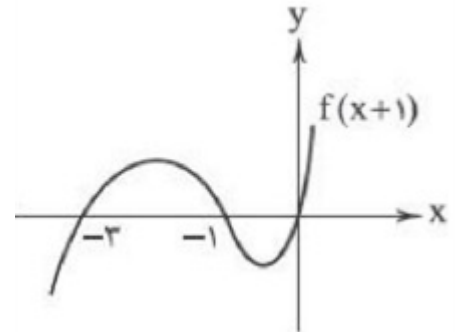
بنابراین دامنه تابع $D = \mathbb{Z}$ است و در نتیجه برد تابع نیز $R_f = \mathbb{Z}$ خواهد بود.

۸۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید رأس سهمی در بازه $(1, 2)$ قرار گیرد.

$$1 < \frac{1}{a} < 2 \Rightarrow 1 < \frac{3}{2a} < 2 \xrightarrow{\times \frac{2}{3}} \frac{2}{3} < \frac{1}{a} < \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{3}{4} < a < \frac{3}{2}$$

۸۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار تابع $f(x+1)$ را رسم می‌کنیم.

$$f(x)f(x+1) \geq 0$$

اکنون دامنه‌ها را حساب می‌کنیم.

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	$+\infty$		
$f(x)f(x+1)$	+	0	-	0	+	0	-	0	+

دامنه تابع $\sqrt{f(x)f(x+1)}$ برابر است با: $(-\infty, -3] \cup [-2, -1] \cup [1, +\infty) \cup \{0\}$

$$-x-1 > 0 \Rightarrow x < -1$$

حال دامنه $\sqrt{-x-1}$ را حساب می‌کنیم:اشتراک جواب‌های به دست آمده $(-\infty, -3] \cup [-2, -1)$ است.

۸۸

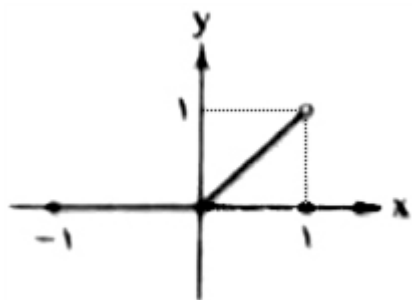
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{2-x^2+x}{x} > 0 \Rightarrow \frac{x^2-x-2}{x} < 0$$

X	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
	-	○	+	○	+

$$x \in (-\infty, -1) \cup (0, 2)$$





$$\begin{aligned} -1 \leq x < 0 &\Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow g(x) = xf(-1) = 0 \\ 0 \leq x < 1 &\Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow g(x) = xf(0) = x \\ x = 1 &\Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow g(1) = f(1) = 0 \end{aligned}$$

تعریف نمی شود $(f+g)(1) = f(1) + g(1)$

$$(f+g)(2) = f(2) + g(2) = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$(f+g)(4) = f(4) + g(4) = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

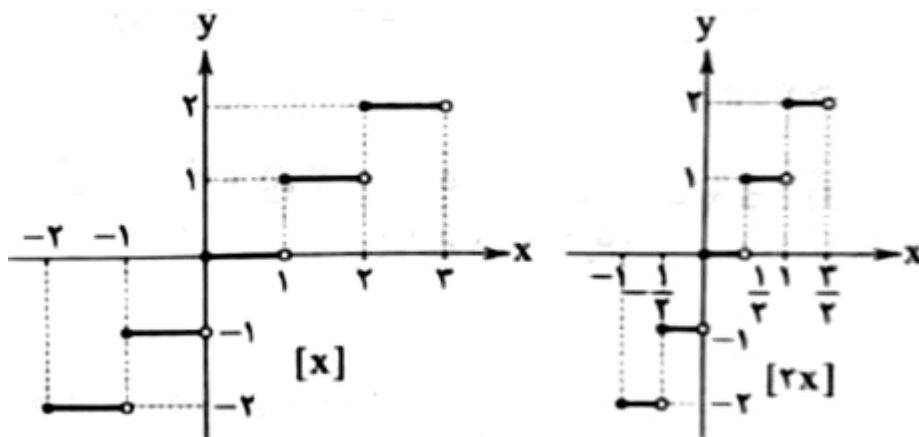
$$-\frac{1}{2} + \frac{7}{3} = \frac{-3+14}{6} = \frac{11}{6}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(f(x) + g(x)) + \frac{1}{2}(f(x) - g(x))$$

بنابراین اشتراک دامنه‌های $f+g$ و $f-g$ دامنه f خواهد بود.

$$4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_f = [-2, 2]$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار دو تابع $[x]$ و $[2x]$ را رسم می‌کنیم و نقاط مشترک را انتخاب می‌کنیم.



نمودار دو تابع در بازه $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ مشترکند، بنابراین $ab = -\frac{1}{4}$ خواهد بود.

$$|x-2| - 3|x| = 0 \Rightarrow |x-2| = 3|x| \Rightarrow \begin{cases} x-2 = 3x \\ x-2 = -3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = -2 \\ 4x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

حاصل ضرب ریشه‌های مخرج $-\frac{1}{2}$ خواهد بود.

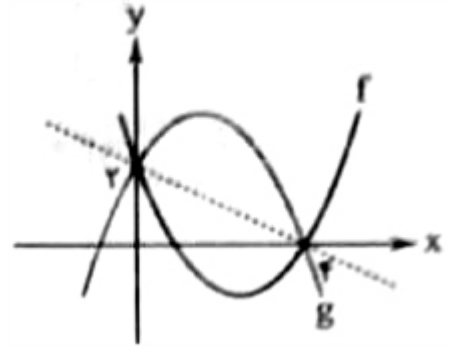
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقاط برخورد روی محورهای $\left| \begin{smallmatrix} ۰ \\ ۲ \end{smallmatrix} \right|$ و $\left| \begin{smallmatrix} ۴ \\ ۲ \end{smallmatrix} \right|$ می‌باشد، معادله خط گذرا از دو نقطه را می‌نویسیم.

$$y - ۰ = -\frac{1}{۲}(x - ۴) \Rightarrow y = ۲ - \frac{1}{۲}x$$

جواب نامعادله $۲ - \frac{1}{۲}x - f(x) \geq ۰$ جواب مسئله است.

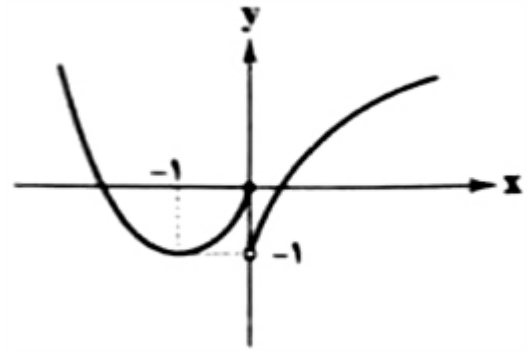
$$۲ - \frac{1}{۲}x \geq f(x) \Rightarrow ۰ \leq x \leq ۴$$

چون دامنه $g(x)$ برابر R است پس $D_h = [۰, ۴]$ است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

برد f برابر $(-۱, +\infty)$ است. با توجه به نمودار g حداقل مقدار a باید -۱ باشد تا برد f و g با هم برابر باشند.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1-x}{1+x} = ۲ \Rightarrow x = -\frac{1}{۳}$$

$$\frac{1-x}{1+x} = ۴ \Rightarrow x = -\frac{۳}{۵}$$

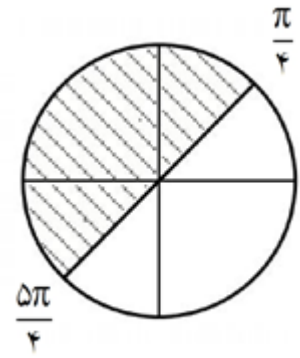
$$\frac{1+fa}{1-fa} = a \Rightarrow a - fa^2 = 1 + fa$$

$$\Rightarrow fa^2 + 5a + 1 = ۰ \Rightarrow (۲a+1)(۳a+1) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{۲} \\ a = -\frac{1}{۳} \end{cases}$$

بنابراین حداقل مقدار a برابر $-\frac{1}{۲}$ خواهد بود.

۹۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در محدوده رنگی در شکل زیر $\sin \alpha > \cos \alpha$ است.



بررسی گزینه‌ها:

$$۱) \frac{3\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}$$

$$۲) \frac{3\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$$

$$۳) \frac{3\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}$$

$$۴) \frac{3\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} = \frac{5\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$$

۹۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin(3\alpha + \frac{\pi}{2}) = \sin(\alpha + 2(\alpha + \frac{\pi}{2})) = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \tan \alpha = 1, \cot \alpha = \frac{1}{1}$$

$$1 \cot(3\pi + \alpha) + \tan(\pi - \alpha) = 1 \cot \alpha - \tan \alpha = 1 - 1 = 0$$

۹۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر $\pi \approx 3.14$ فرض شود کل محیط دایره مثلثاتی 2π یعنی 6.28 واحد خواهد بود. اگر طول

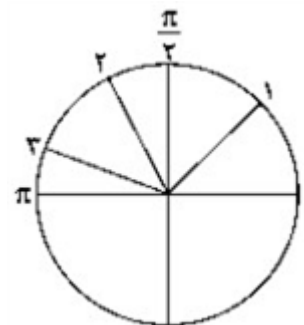
$$4x + 1/88 = 6/28 \Rightarrow 4x = 4/4 \Rightarrow x = 1/1$$

کمان‌های برابر را x فرض کنیم آن‌گاه:

$$|\widehat{ABC}| = 2x = 2/2$$

۱۰۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱، ۲ و ۳ رادیان را در دایره مثلثاتی ببینید:



با توجه به دایره بالا $\sin 2 > \sin 1$ صحیح است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۱

$$t_r = \frac{[\sin r]}{[\cos r]} = \frac{\cdot}{-1} = \cdot$$

$$t_r = \frac{[\sin r]}{[\cos r]} = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$t_r = \frac{[\sin 5]}{[\cos r]} = \frac{-1}{-1} = 1$$

مجموع سه جمله برابر ۲ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۲

$$\frac{r\pi}{r} < x - \frac{\pi}{r} < \frac{V\pi}{r} \xrightarrow{+\frac{\pi}{r}} \pi < x < 2\pi$$

$\sin x$ در این دو ناحیه منفی است و در بازه $(-1, 0)$ تغییر می‌کند.

$$-1 \leq \frac{r+m}{1+m} < \cdot \Rightarrow \begin{cases} \frac{r+m}{1+m} < \cdot & (1) \\ \frac{r+m}{1+m} \geq -1 & (2) \end{cases}$$

$$1) \frac{r+m}{1+m} < \cdot \Rightarrow m \in (-r, -1)$$

$$2) \frac{r+m}{1+m} + 1 \geq \cdot \Rightarrow \frac{rm+5}{m+1} \geq \cdot \Rightarrow m \in \left(-\infty, \frac{-5}{r}\right] \cup (-1, +\infty)$$

اشتراک جواب‌های به دست آمده برابر $\left(-r, \frac{-5}{r}\right]$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۳

$$x + 1 \cdot x = 11x = 11 \times \frac{\pi}{11} = \pi \Rightarrow \sin x = \sin 1 \cdot x$$

$$rx + \frac{5}{r}x = \frac{11}{r}x = \frac{11}{r} \times \frac{\pi}{11} = \frac{\pi}{r} \Rightarrow \cos rx = \sin \frac{5}{r}x$$

$$A = \frac{\sin x \cos rx \tan \frac{rx}{r}}{\sin 1 \cdot x \sin \frac{5x}{r} \cot \frac{11x}{r}} = \frac{\tan\left(\frac{rx}{r} \times \frac{\pi}{11}\right)}{\cot\left(\frac{11}{r} \times \frac{\pi}{11}\right)} = \frac{\tan \frac{r\pi}{r}}{\cot\left(\frac{\pi}{r}\right)}$$

$$A = \tan\left(\pi + \frac{\pi}{r}\right) = \tan \frac{\pi}{r} = \sqrt{r}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰۴

$$\tan x = \frac{\sin\left(r\pi + \frac{\pi}{r} - x\right) - \sin(-x)}{\sin x + \cos x} = \frac{\cos x + \sin x}{\sin x + \cos x} = 1$$

$$\tan x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{r}, \pi + \frac{\pi}{r}, 2\pi + \frac{\pi}{r}, \dots$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۵

$$f(\pi) = -1 \Rightarrow a + b \sin \frac{\pi}{r} = -1 \Rightarrow a + \frac{b\sqrt{r}}{r} = -1 \quad (1)$$

$$f(\cdot) = r\sqrt{r} \Rightarrow a - \frac{\sqrt{r}}{r}b = r\sqrt{r} \quad (2)$$

رابطه‌های (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم:

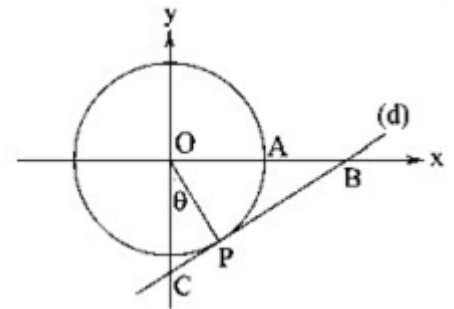
$$ra = r\sqrt{r} - 1 \Rightarrow a = \sqrt{r} - \frac{1}{r}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در (۲)}} \frac{\sqrt{r}}{r}b = \sqrt{r} - \frac{1}{r} - r\sqrt{r} = -\frac{1}{r} - \sqrt{r} \Rightarrow b = -\frac{\sqrt{r}}{r} - r$$

$$\alpha = ۲۷.^\circ + \theta \Rightarrow \theta = \alpha - ۲۷.^\circ$$

$$\Delta OCP : \tan \theta = \frac{CP}{OP} \Rightarrow CP = \tan \theta$$

$$CP = \tan(\alpha - ۲۷.^\circ) \Rightarrow CP = -\cot \alpha$$



پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴

۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴

۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰۶	۱	۲	۳	۴

