



www.sejall.ir

تست های طبقه بندی شده و فصل به فصل کنکور سراسری همراه با پاسخ کامل تشریحی

پایه تحصیلی : یازدهم تجربی

نام درس : ریاضی ۲ تجربی فصل ۱ و ۲

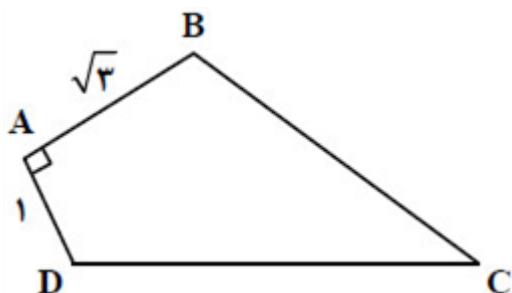
نام آموزشگاه : سامانه جامع آزمونهای

الکترونیکی سجال sejall.ir

سوال ۱۱۳

ریاضی ۲ تجربی فصل ۱ و ۲

۱ در شکل مقابل، از نقاط B و D به ترتیب دو پاره خط موازی اضلاع AD و AB چنان رسم می کنیم که یکدیگر را در نقطه E درون چهارضلعی قطع کنند. اگر $\widehat{CDE} = 30^\circ$ و فاصله نقطه E تا وسط ضلع BC برابر $\frac{1}{5}$ باشد، طول ضلع DC کدام است؟



۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲ نقاط $A(-2, k)$ و $B(4, m)$ روی خطی با شیب $-\frac{1}{2}$ قرار داشته و دو رأس مجاور مربع ABCD هستند. مساحت این مربع کدام است؟

۹۰ (۴)

۴۵ (۳)

$3\sqrt{5}$ (۲)

$3\sqrt{10}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳ به ازای چند مقدار صحیح از a ، معادله $|4x - 2| = x^2 - x + a$ دارای چهار ریشه حقیقی است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴ اگر معادله $|4x - 2| = x^2 - x + a$ دارای سه ریشه حقیقی باشد، ریشه بزرگتر معادله کدام است؟

$5/5$ (۴)

۵ (۳)

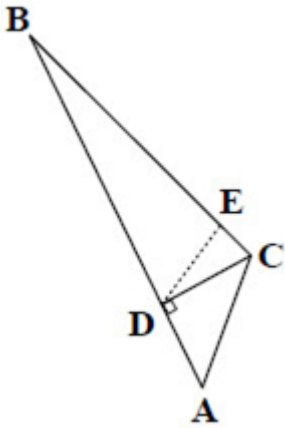
$4/5$ (۲)

۴ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۴ تیرماه



۵ اگر $AC = 3$ ، $BC = 9$ و DE بر BC عمود باشد، طول BE کدام است؟ ($\hat{C} = 90^\circ$)



۵/۶ (۴)

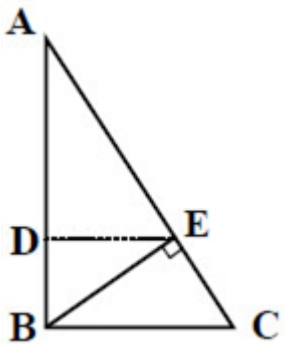
۶/۴ (۳)

۷/۲ (۲)

۸/۱ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۴ تیرماه

۶ اگر $AB = 4$ ، $BC = 3$ و DE ارتفاع رسم شده در مثلث ABE باشد، طول AD کدام است؟ ($\hat{B} = 90^\circ$)



۳/۰۶ (۴)

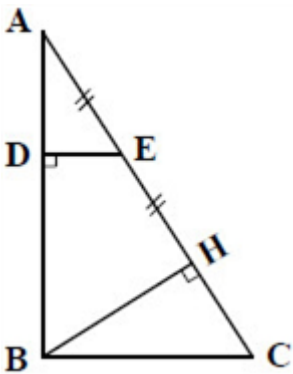
۳/۰۴ (۳)

۲/۶۴ (۲)

۲/۵۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۷ در شکل مقابل، $AB = 16$ ، $BC = 12$ و زاویه $\hat{ABC}$ قائمه است. طول DE کدام است؟



۱/۹۲ (۴)

۲/۳۶ (۳)

۲/۶۴ (۲)

۳/۸۴ (۱)

سراسری-تجربی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۸ نقاط M و N روی پاره خط AB قرار دارند. نقطه M پاره خط AB را به نسبت ۱ به ۵ و نقطه N این پاره خط را به نسبت ۳ به ۴ تقسیم می‌کند. اگر $MN = 22$ و هر دو نقطه به یک سر پاره خط نزدیکتر باشند، مجموع ارقام طول پاره خط AB چقدر است؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

سراسری-تجربی-اردیبهشت ۱۴۰۴



۹ اگر $\sqrt{x-a} + \sqrt{x-4} = 4$ باشد، حاصل عبارت $1 - \sqrt{x-a} + \sqrt{x-4}$ کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{a}{4}$ (۲)

$\frac{a}{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۰ دو رأس یک مستطیل روی خط $2y - x = 4$ و نقاط $(1, 4)$ و $(-1, 0)$ رأسهای غیرمجاور این مستطیل هستند. طول مستطیل کدام است؟

$2\sqrt{3}$ (۴)

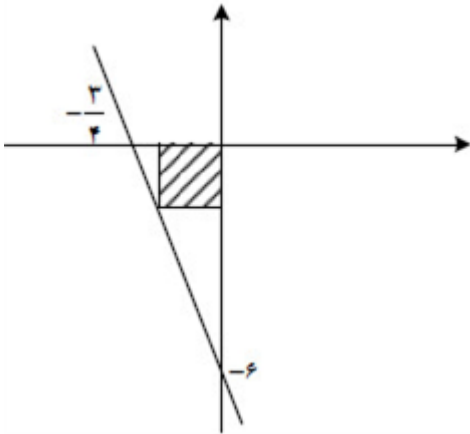
$3\sqrt{2}$ (۳)

$4\sqrt{3}$ (۲)

$5\sqrt{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱ در شکل مقابل، قطر مربع هاشورخورده، کدام است؟



$\frac{3}{2\sqrt{3}}$ (۴)

$\frac{3}{2\sqrt{2}}$ (۳)

$\frac{4}{3\sqrt{2}}$ (۲)

$\frac{4}{2\sqrt{3}}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۲ برای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه معادله $-x^2 + 5x + m = 0$ کوچکتر از $\frac{9}{2}$ است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۳ در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف و منفی a ، بیشترین مقدار سهمی $y = ax^2 + x + 2a$ برابر $-\frac{1}{2}$ است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

هیچ مقدار a (۲)

۳ (۱)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۱۴ نقطه $A(-5, -1)$ یک رأس مثلثی است که یک ضلع آن روی خط $x - 2y = 1$ قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس A از این خط بوده و نقطه $(-4, -2)$ داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه سوم محوره‌های مختصات کدام است؟

$6/4$ (۴)

۶ (۳)

$4/2$ (۲)

۴ (۱)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۱۵ در یک مستطیل، نقاط $A(5, 2)$ و $C(4, -1)$ دو رأس غیرمجاور و دو رأس B و D روی خط $x - 3y = 3$ واقع‌اند. اختلاف طول نقاط B و D کدام است؟

$1/5$ (۴)

۱ (۳)

$3/5$ (۲)

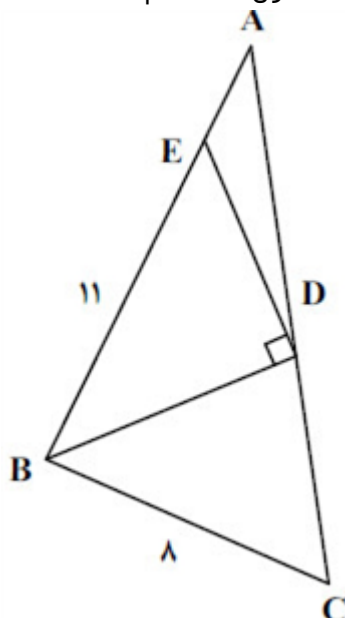
۳ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳



۱۶

در شکل مقابل، BD نیمساز است. اگر در مثلث BDE ارتفاع وارد بر ضلع BE موازی BC باشد، طول AE کدام است؟



۲/۴ (۴)

۳/۶ (۳)

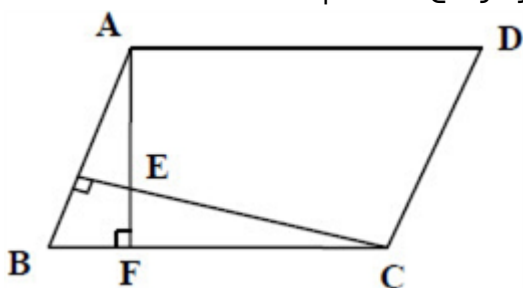
۵/۴ (۲)

۶/۶ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۷

در متوازی‌الاضلاع شکل مقابل، $AD = ۱۴$ ، $BF = ۶$ و $AE = ۸$ است. اندازه ارتفاع AF کدام است؟



۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

۱۴ (۲)

۱۶ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۸

نقاط $A(۲, ۰)$ و $C(۰, -۱)$ دو رأس یک مربع و روی یک قطر هستند. کدام نقطه یک رأس مربع روی قطر دیگر است؟

 $\left(\frac{۵}{۴}, \frac{۱}{۴}\right)$ (۴) $\left(\frac{۳}{۴}, -\frac{۵}{۴}\right)$ (۳) $\left(\frac{۳}{۲}, -\frac{۳}{۲}\right)$ (۲) $\left(۰, \frac{۳}{۲}\right)$ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۹

برای چند مقدار صحیح و یک رقمی a ، جواب معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a$ ، عددی صحیح است؟

۷ (۴)

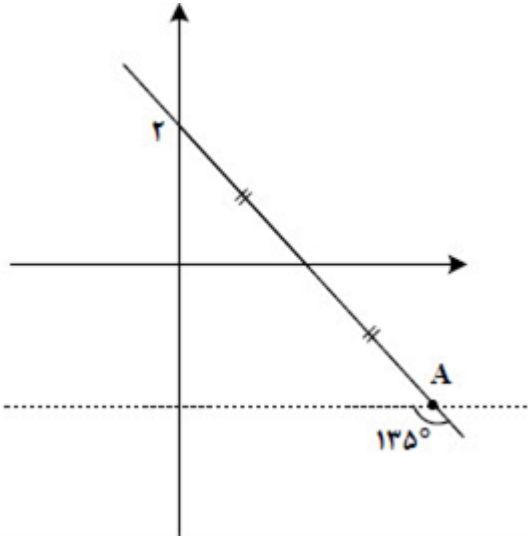
۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۲۰ در شکل مقابل، فاصله نقطه A از مبدأ مختصات کدام است؟



$5\sqrt{2}$ (۴)

$4\sqrt{3}$ (۳)

$3\sqrt{6}$ (۲)

$2\sqrt{5}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۲۱ نقاط $(3, -4)$ و $(-1/5, -4)$ روی یک تابع درجه دوم واقع هستند. مجموع صفرهای این تابع در صورت وجود، کدام است؟

$\frac{5}{4}$ (۴)

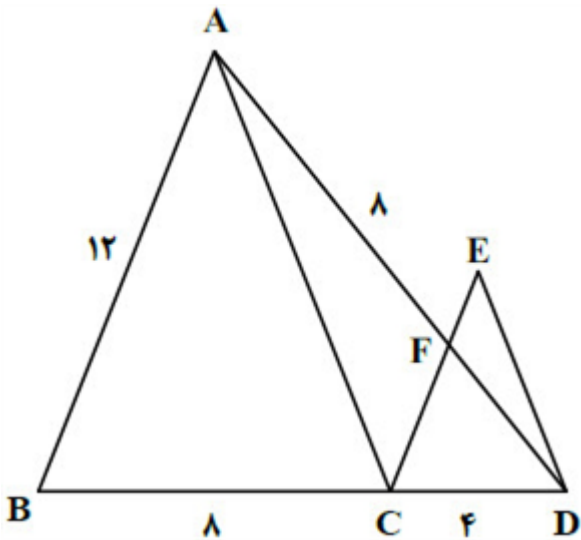
$\frac{5}{2}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۲۲ در شکل مقابل، $AB \parallel CE$ و $AC \parallel ED$ است. اندازه ED چقدر است؟



$3\sqrt{5}$ (۴)

$2\sqrt{7}$ (۳)

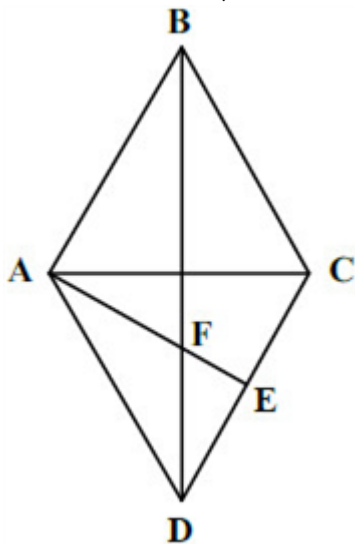
$\sqrt{33}$ (۲)

$\sqrt{29}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی



۲۳ در لوزی شکل مقابل، E وسط ضلع CD است. اگر قطر بزرگ لوزی ۳ برابر قطر کوچک باشد، طول EF چند برابر AB است؟



۴ $\frac{\sqrt{10}}{10}$

۳ $\frac{\sqrt{10}}{5}$

۲ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

۱ $\frac{\sqrt{5}}{10}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۴ صفحهای تابع $y = mx^2 - 4x - (m + 4)$ و نقطه تقاطع آن با محور yها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر ۳ باشد، اختلاف طول رأس سهمیهای رسم شده توسط مقادیر مختلف m کدام است؟

۴ $\frac{9}{2}$

۳ $\frac{7}{4}$

۲ $\frac{9}{4}$

۱ $\frac{7}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۵ نقطه $(-6, 3)$ یکی از رئوس متوازی الاضلاعی است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $x - 3y = 4$ و $x + 4y = -3$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر با اضلاع کدام است؟

۴ $\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{2}}$

۳ $\frac{\sqrt{65}}{2}$

۲ $\frac{19}{\sqrt{10}}$

۱ $\frac{19}{2\sqrt{10}}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۶ مجموع ریشههای معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2-x)^2} = \frac{4}{9}$ کدام است؟

۴ $\frac{4}{5}$

۳ ۴

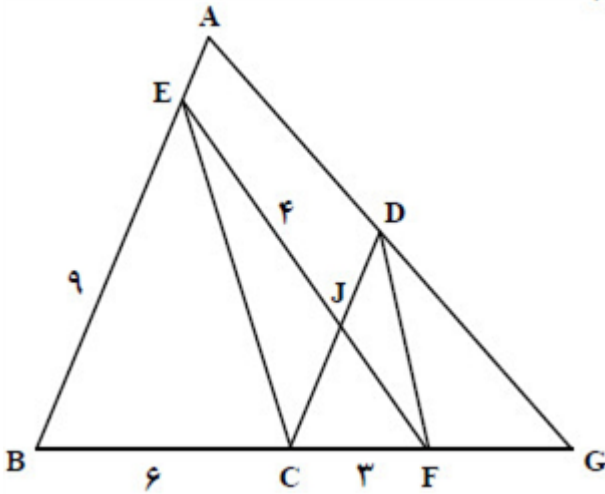
۲ $\frac{2}{5}$

۱ ۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



۲۷ در شکل مقابل، $AB \parallel CD$ و $EC \parallel DF$ است. اندازه DF چقدر است؟



۴ $\frac{\sqrt{33}}{2}$

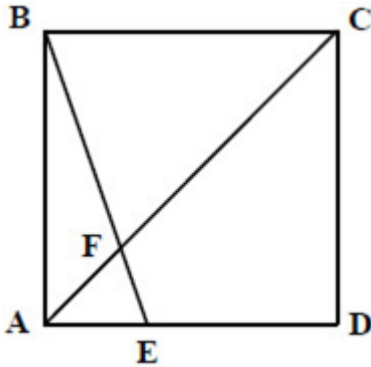
۳ $\frac{\sqrt{33}}{4}$

۲ $\frac{\sqrt{11}}{2}$

۱ $\frac{\sqrt{11}}{4}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۲۸ در مربع شکل مقابل، اندازه ED دو برابر AE است. طول EF چند برابر AF است؟



۴ $\frac{\sqrt{10}}{2}$

۳ $\frac{\sqrt{10}}{3}$

۲ $\frac{\sqrt{5}}{2}$

۱ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۲۹ نقاط $A(-1, 4)$ ، $B(3, 1)$ ، $C(x, y)$ و $D(-1-x, y+3)$ رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های D و C مجاور باشند، محیط مستطیل کدام است؟

۴ ۱۶

۳ ۱۵

۲ ۱۴

۱ ۱۳

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۳۰ صفرهای تابع $y = 2x^2 - (m+2)x + m$ و نقطه تقاطع آن با محور عرض‌ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر $\frac{3}{4}$ باشد، کدام می‌تواند طول رأس سهمی $y = x^2 - mx + 1$ باشد؟

۴ $-\frac{1}{2}$

۳ $-\frac{3}{4}$

۲ $\frac{2}{3}$

۱ $\frac{1}{4}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۳۱ ریشه‌های معادله $2x^2 - ax + b = 0$ نیم‌واحد از ریشه‌های معادله $2ax^2 + ax - 6 = 0$ بیشتر است. مقدار $\left[\frac{ab}{4}\right]$ کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.)

۴ -۱

۳ -۲

۲ -۳

۱ -۴

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

www.sejall.ir

تست‌های طبقه‌بندی شده و فصل به فصل کنکور سراسری همراه با پاسخ کامل تشریحی

۳۲ در متوازی‌الاضلاع ABCD، نقاط M و N وسط اضلاع BC و CD هستند. اگر $AB = ۸$ و فاصله A از ضلع CD برابر ۶ واحد باشد، مساحت مثلث AMN کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۳۳ اگر نقطه $A(۲, -۳)$ رأس یک مربع و معادله یک ضلع مربع $۴x + ۳y = ۹$ باشد، مساحت مربع چقدر است؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۳۴ معادله $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 + 2x}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{x^2 + 2x}} = \frac{x + 5}{\sqrt{x^2 + 2x}}$ دارای چند جواب است؟

- ۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۳۵ خط $x - 2y = 2$ معادله یک ضلع و نقطه $A(۲, ۵)$ مختصات یک رأس از مستطیلی هستند. اگر طول قطر مستطیل $۴\sqrt{۵}$ باشد، مساحت آن کدام است؟

- ۱۰ (۱) $۱۰\sqrt{۲}$ (۲) $۲۰\sqrt{۲}$ (۳) $۲۰\sqrt{۳}$ (۴)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۳۶ با کدام شرط، استدلال گزاره زیر، درست است؟

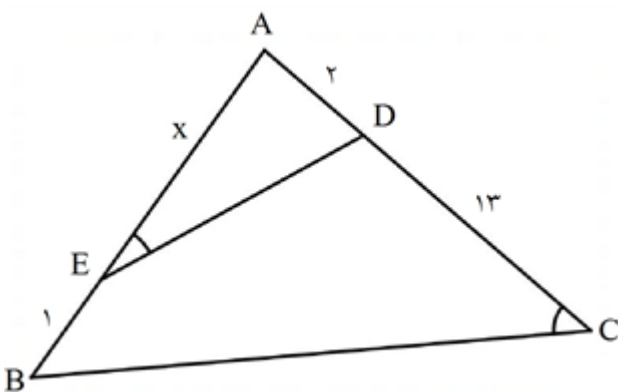
«در یک مستطیل با اضلاع a و b، اگر اندازه a، $\frac{۱۶}{۹}$ برابر شود، اندازه قطر $\frac{۴}{۳}$ برابر می‌شود.»

- $b = a$ (۱) $b = \frac{۴}{۳}a$ (۲)

- $b = \frac{۱۶}{۹}a$ (۳) برای هر مستطیلی، این گزاره درست است. (۴)

سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱

۳۷ در شکل مقابل، $\widehat{AED} = \widehat{ACB}$ است. مقدار x کدام است؟



- ۷ (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴)

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۳۸ معادله $\sqrt{2x - 3} = \sqrt{x + \sqrt{x - 2}} - \sqrt{2 - x}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- ۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴)

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

معادله $\frac{1}{x+2} - \frac{x^2-9x-2}{x^2+8} = \frac{6x}{x^2-2x+4}$ دارای چند جواب مثبت است؟ ۳۹

- ۱) صفر ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

معادله‌های $x^2 + 6x + m = 0$ و $x^2 + 2x - 3m = 0$ یک ریشه مشترک غیرصفر دارند. اختلاف ریشه‌های غیرمشترک کدام است؟ ۴۰

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۷

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

به ازای چند مقدار m ، تابع $y = (1 - 18m)x^2 + 8(m^2 + 1)x + 11$ در نقطه‌ای به طول $\frac{1}{2}$ دارای ماکسیمم است؟ ۴۱

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) هیچ مقدار m ۴) تمام مقادیر m

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

به ازای چند مقدار m ، $x = 2$ جواب معادله $\frac{x+1}{x-2} - \frac{2}{x} = \frac{2m^2}{x(x-2)}$ است؟ ۴۲

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) هیچ مقداری از m

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

طول ارتفاع AH در مثلثی با رأس‌های $A(1, 9)$ ، $B(3, 2)$ و $C(7, 11)$ کدام است؟ ۴۳

- ۱) ۲ ۲) $\sqrt{10}$ ۳) $2\sqrt{5}$ ۴) ۶

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

اگر a و b اعداد طبیعی و ریشه‌های معادله $x^2 - (a^2 + b^2 - 12)x + a + b - 1 = 0$ باشند، مقدار $a + b$ کدام است؟ ۴۴

- ۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۹ ۴) ۱۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

حاصل ضرب ریشه‌های معادله $\frac{x}{x-2} - \frac{3}{x+3} = 2$ ، کدام است؟ ۴۵

- ۱) -۱۸ ۲) $-\frac{6}{5}$ ۳) -۳ ۴) $-\frac{1}{5}$

سراسری-انسانی-تیرماه ۱۴۰۱

سه ضلع یک مثلث به معادلات $AB: y + 2x = 7$ ، $AC: 4y - 3x = 17$ و $BC: 2y - 7x = -19$ هستند. طول ارتفاع BH ، کدام است؟ ۴۶

- ۱) $\frac{4}{3}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{2}{5}$ ۴) ۱

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 6x + a = 0$ هستند. اگر $0 < \beta < \alpha$ و $12\sqrt{2} + 85 = 3\alpha^2 + 2\beta^2$ باشد، مقدار a چقدر است؟ ۴۷

- ۱) ۱ ۲) $\frac{13}{4}$ ۳) $\frac{21}{5}$ ۴) ۲

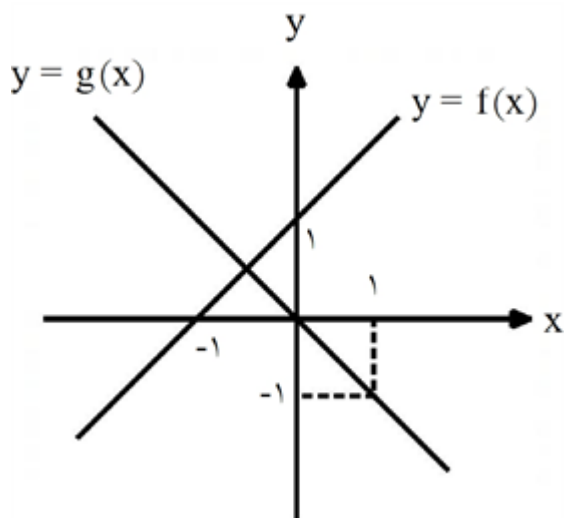
سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱



۴۸

فرض کنید نمودار تابع‌های خط راست $y = f(x)$ و $y = g(x)$ در صفحه‌ی مختصات مطابق شکل زیر داده شده باشند.

قدرمطلق اختلاف جواب‌های معادله‌ی $\frac{f^r(x)}{g(x)} = 2$ ، کدام است؟



$3\sqrt{2}$ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

اگر معادله‌ی $\frac{x^2 - a}{x + 3} = 2x - 1$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز باشد، محدوده‌ی تغییرات a ، کدام می‌تواند باشد؟

$a > \frac{27}{4}$ (۴)

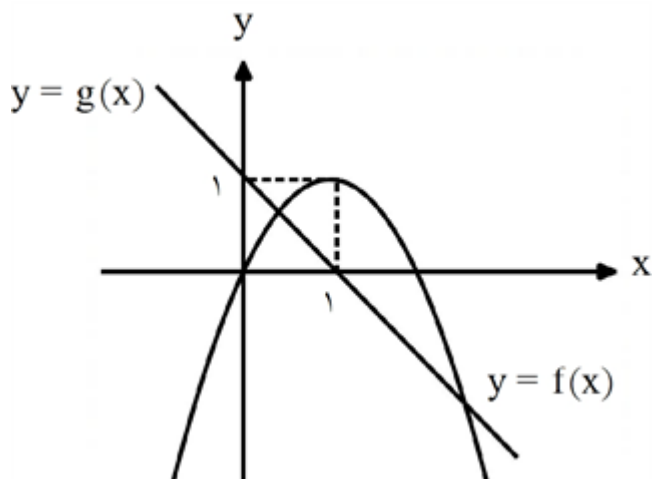
$a < \frac{27}{4}$ (۳)

$a > 9$ (۲)

$a < 9$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

نمودار تابع با ضابطه‌های سهمی $y = f(x)$ و خط راست $y = g(x)$ در صفحه‌ی مختصات مطابق شکل زیر داده شده است. مجموع جواب‌های معادله‌ی $f(x) = g^r(x)$ ، کدام است؟



۲ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

-۲ (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۰



۵۱) اگر عبارت‌های گویا تعریف شده باشند، مجموع جواب‌های معادله‌ی $\frac{4x^2 - (2-x)^2}{x+2} - \frac{7}{x} = 2$ ، کدام است؟

- ۱) -۱ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{7}{3}$

سراسری-انسانی-۱۴۰۰

۵۲) نقاط B, C و $M(3, 2)$ روی خط $x + 2y = 7$ قرار دارند. مثلث متساوی‌الساقین ABC را چنان می‌سازیم که اندازه‌ی میانه‌ی AM برابر $5\sqrt{5}$ واحد و BC قاعده‌ی مثلث باشد. طول مختصات یک رأس A ، کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) -۲ ۳) -۵ ۴) -۸

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۳) سهمی $y = -x^2 + 2x + 1$ خط راست گذرا از نقطه‌ی $(1, 0)$ و با عرض از مبدأ -۱ را در نقاط A و B قطع می‌کند. اگر M وسط پاره‌خط AB باشد، فاصله‌ی رأس سهمی از نقطه‌ی M ، کدام مضرب $\sqrt{26}$ است؟

- ۱) ۲ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴) $\frac{1}{2}$

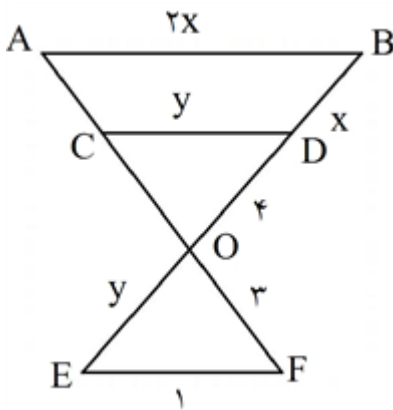
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۴) فرض کنید $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 9\}$. چند معادله‌ی درجه‌ی دوم به صورت $ax^2 + bx - c = 0$ می‌توان نوشت که فاصله‌ی حاصل‌ضرب ریشه‌های هر معادله با جمع ریشه‌های آن معادله، دو واحد باشد؟

- ۱) ۲۴ ۲) ۲۸ ۳) ۳۲ ۴) ۳۶

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۵) در شکل زیر AB, CD و EF موازی‌اند. طول پاره‌خط AC ، کدام است؟



- ۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) ۲ ۴) ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۶) شیب نیم‌خطی با نقطه‌ی شروع $A(2, 4)$ برابر ۳ است. مستطیل $ABCD$ را چنان می‌سازیم، که نقطه‌ی B روی نیم‌خط فوق و رأس سوم آن $C(-3, -1)$ باشد. محیط مستطیل، کدام است؟

- ۱) ۲۴ ۲) ۱۸ ۳) $6\sqrt{10}$ ۴) $3\sqrt{10}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۵۷) فرض کنید $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 9\}$. چند معادله‌ی درجه‌ی دوم به صورت $ax^2 + bx - c = 0$ می‌توان تشکیل داد، به طوری که مجموع ریشه‌های هر معادله از حاصل‌ضرب ریشه‌های همان معادله، دو واحد بیش‌تر باشد؟

- ۱) ۱۴ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸



۵۸ فرض کنید x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 5x = 0$ باشند. $\frac{1}{(x_1 + 1)^3}$ و $\frac{1}{(x_2 + 1)^3}$ ، ریشه‌های کدام معادله هستند؟

۱ $125x^2 + 16x = 1$

۲ $125x^2 = 16x + 1$

۳ $125x^2 = 12x + 1$

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۵۹ فرض کنید x_1 و x_2 جواب‌های معادله‌ی $(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 1)(\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2\sqrt[3]{x}$ باشند. مقدار $x_1 + x_2$ ، کدام است؟

۱ -۱

۲ صفر

۳ ۱

۴ ۲

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۶۰ اگر مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $x^2 - 7x^2 - 5 = 0$ به ترتیب S و P باشند، حاصل عبارت $2SP + 2S - 3P^2$ ، کدام است؟

۱ $59 - 7\sqrt{69}$

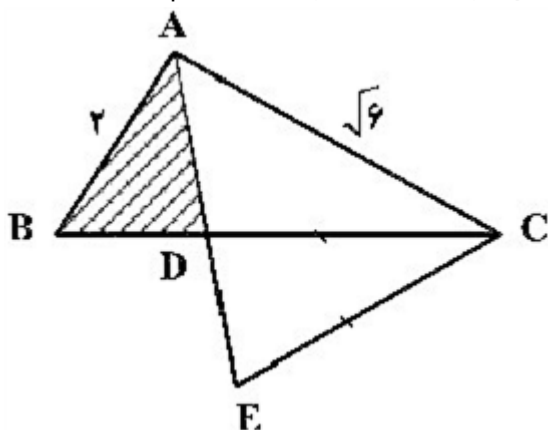
۲ $7 + \sqrt{69}$

۳ ۵۰

۴ $59 + 7\sqrt{69}$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۶۱ در شکل زیر، AD نیمساز زاویه‌ی A و $CE = CD$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و ACE، کدام است؟



۱ $\frac{1}{3}$

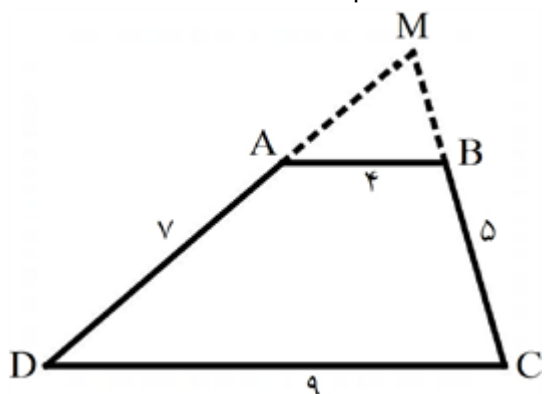
۲ $\frac{2}{3}$

۳ $\frac{3}{4}$

۴ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۲ اندازه‌ی اضلاع دوزنقه ABCD مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB، کدام است؟



۱ $13/2$

۲ $13/6$

۳ $14/4$

۴ $14/8$

سراسری-تجربی-۹۹



۶۳ معادله‌ی درجه‌ی دوم $3x^2 + (2m - 1)x + 2 - m = 0$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی است. اگر مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل‌ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار m کدام است؟

- ۱ $\frac{7}{2}$ ۲ ۳ ۳ -۱ ۴ $-\frac{5}{2}$

سراسری-تجربی-۹۹

۶۴ در مستطیل ABCD به طول $AB = 17$ ، از نقطه‌ی A عمود AH بر قطر BD رسم شده است. اگر $BH = 15$ باشد، طول قطر مستطیل از عدد ۱۹، چه قدر بیش‌تر است؟

- ۱ $\frac{4}{15}$ ۲ $\frac{1}{3}$ ۳ $\frac{7}{15}$ ۴ $\frac{3}{5}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۵ در مثلث ABC، اضلاع $AB = 4$ و $AC = 6$ و $BC = 7$ است. از رأس C خطی موازی میانه AM رسم شده و امتداد BA را در نقطه‌ی D قطع کرده است. اندازه‌ی BD، کدام است؟

- ۱ $7/5$ ۲ ۸ ۳ $8/5$ ۴ ۹

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۶ اگر $1 = 2a + \sqrt{2a + 16}$ باشد، عدد $4a + 9$ ، کدام است؟

- ۱ ۴ ۲ ۶ ۳ ۱۵ ۴ ۲۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۷ پرنده‌ای فاصله‌ی یک کیلومتر را در جهت موافق باد رفته و در جهت مخالف باد برگشته است. اگر سرعت باد ۵ کیلومتر بر ساعت و مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه باشد، سرعت پرنده در هوای آرام، چند کیلومتر بر ساعت است؟

- ۱ ۱۲ ۲ $12/5$ ۳ $13/5$ ۴ ۱۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۸ سرعت یک قایق موتوری، در آب راکد ۱۰۰ متر بر دقیقه است. این قایق فاصله‌ی ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه، چند متر بر دقیقه است؟

- ۱ ۱۲ ۲ ۱۵ ۳ ۲۰ ۴ ۲۵

سراسری-تجربی-۹۸

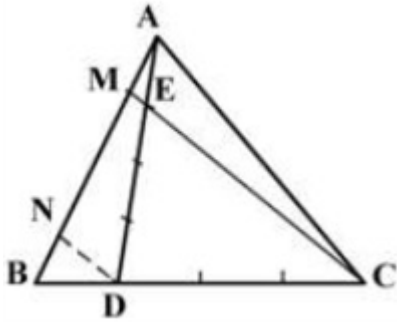
۶۹ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC، اضلاع قائم $AB = 3\sqrt{5}$ و $AC = 6$ ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC، چند برابر مساحت مثلث AMH، است؟

- ۱ ۱۰ ۲ ۱۲ ۳ ۱۵ ۴ ۱۸

سراسری-تجربی-۹۸



۷۰ در شکل زیر، $AE = \frac{1}{4}AD$ و $BD = \frac{1}{4}BC$ و $DN \parallel CM$ ، اندازه‌ی AB چند برابر AM است؟



۴ ۶

۳ ۵

۲ ۴/۵

۱ ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۱ خط d از نقطه‌ی $A(2, -3)$ موازی خط گذرا بر دو نقطه‌ی $(0, 5)$ و $(2, 1)$ رسم شده است. خط d محور y ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

۴ ۳

۳ ۱

۲ -۱

۱ -۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۷۲ به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله‌ی درجه‌ی دوم $x^2 + (m-2)x + m + 1 = 0$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی مثبت است؟

۴ $m > 8$

۳ $2 < m < 8$

۲ $m < 0$

۱ $-1 < m < 0$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۷۳ قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده، سپس ۲ واحد به طرف x های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار حاصل، نیم‌ساز ناحیه‌ی اول و سوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

۴ $1/5$

۳ ۱

۲ $0/5$

۱ -۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۷۴ به ازای کدام مقدار m ، هریک از ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $8x^2 - mx - 8 = 0$ ، توان سوم ریشه‌های معادله‌ی $2x^2 - x - 2 = 0$ می‌باشد؟

۴ ۱۵

۳ ۱۳

۲ ۱۱

۱ ۹

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۵ به‌ازای یک مقدار m ، ریشه‌های معادله $2x^2 + 3mx + 2m + 6 = 0$ ، معکوس یک‌دیگرند. مجموع این دو ریشه، کدام است؟

۴ ۳

۳ ۲

۲ $1/5$

۱ $-1/5$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۷۶ عرض از مبدأ خط گذرا بر دو نقطه‌ی $(3, -2)$ و $(1, 2)$ ، کدام است؟

۴ $5/5$

۳ ۵

۲ $4/5$

۱ ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۷۷ عرض از مبدأ خط گذرا بر نقطه‌ی $(5, -1)$ و عمود بر خط $y = 2x + 1$ ، کدام است؟

۴ $2/5$

۳ ۲

۲ $1/5$

۱ ۱

سراسری-انسانی-۹۵



۷۸ به‌ازای کدام مجموعه مقادیر m ، منحنی به معادله $y = (m - 2)x^2 - 2(m + 1)x + 12$ ، محور x ها را در دو نقطه به طول‌های منفی، قطع می‌کند؟

- (۱) $m > 2$ (۲) $-1 < m < 2$ (۳) هر مقدار m (۴) هیچ مقدار m

سراسری-ریاضی-۹۵

۷۹ به‌ازای کدام مجموعه‌ی مقادیر m ، منحنی به معادله‌ی $y = (m + 2)x^2 + 2x + 1 - m$ ، محور x ها را در هر دو طرف مبدأ مختصات، قطع می‌کند؟

- (۱) $m > 1$ یا $m < -2$ (۲) $-2 < m < 1$ (۳) فقط $m < -2$ (۴) فقط $m > 1$

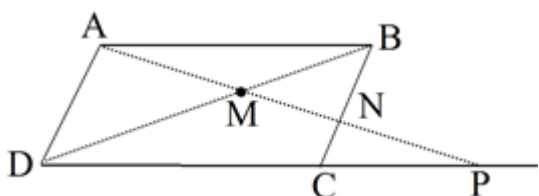
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۸۰ در دوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۸ و ۱۲ و ارتفاع ۱۰ واحد، مساحت مثلث محدود به دو قطر و یک ساق آن، چند واحد مربع است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۴ (۴) ۲۸

سراسری-تجربی-۹۵

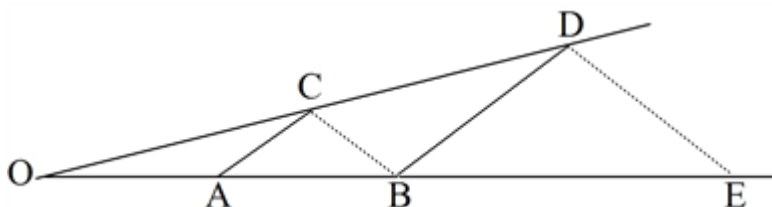
۸۱ در شکل روبه‌رو، $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. حاصل $MN \times MP$ برابر کدام است؟



- (۱) AB^2 (۲) AD^2 (۳) MD^2 (۴) MA^2

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۸۲ در شکل روبه‌رو، دو جفت پاره‌خط موازی‌اند. $OA = 3$ و $AB = 5$ ، اندازه‌ی BE کدام است؟



- (۱) $13\frac{1}{3}$ (۲) $12\frac{2}{3}$ (۳) $11\frac{1}{3}$ (۴) $10\frac{2}{3}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۸۳ در دوزنقه‌ای اندازه‌ی قاعده‌ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۵ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون دوزنقه تشکیل شود، کدام است؟

- (۱) $11/4$ (۲) $11/6$ (۳) $12/2$ (۴) $12/8$

سراسری-تجربی-۹۴

۸۴ نقطه‌ی $A(3, -1)$ وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله‌ی $2y - x = 5$ است. مساحت این مربع، کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۵ (۳) ۷۵ (۴) ۸۰

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی



۸۵ دو نقطه‌ی $A(2,3)$ و $B(4,7)$ و خط به معادله $y = x - 1$ ، در صفحه‌ی محورهای مختصات مفروض‌اند. نقطه‌ی M بر روی خط مفروض، با کدام طول انتخاب شود، به‌طوری‌که تفاضل فواصل آن از دو نقطه‌ی مفروض، بیش‌ترین مقدار را داشته باشد؟

۳ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

-۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۸۶ در معادله‌ی درجه‌ی دوم $6x^2 + (k+1)x + k = 0$ ، اگر مجموع دو ریشه‌ی حقیقی برابر $\frac{1}{6}$ باشد، ریشه‌ی مثبت آن، کدام است؟

$\frac{4}{3}$ (۴)

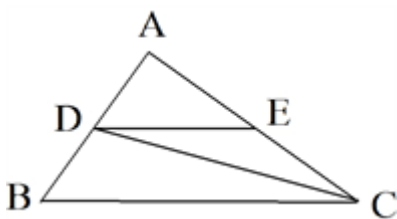
۱ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

سراسری-انسانی-۹۴

۸۷ در شکل مقابل، مساحت مثلث DEC شصت درصد مساحت مثلث ADE است. مساحت دوزنقه چند برابر مساحت مثلث ADE است؟



$\frac{1}{64}$ (۴)

$\frac{1}{56}$ (۳)

$\frac{1}{44}$ (۲)

$\frac{1}{36}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۰

۸۸ به ازای کدام مقادیر m ، خط به معادله $y = 2x - 4$ بر منحنی به معادله $y = (m+3)x^2 + mx$ مماس است؟

۴ و ۱۱ (۴)

۲ و ۲۲ (۳)

-۲ و ۲۲ (۲)

-۲ و ۱۸ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۰

۸۹ مجموع ریشه‌های حقیقی معادله $(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0$ ، کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)

سراسری-تجربی-۹۰

۹۰ در معادله‌ی $x^2 - 20x + 64 = 0$ ، حاصل $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ کدام است؟ (x_1, x_2 ریشه‌های معادله هستند).

۱۰ (۴)

۶ (۳)

$4 + \sqrt{2}$ (۲)

$2 + \sqrt{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-تجربی

۹۱ در معادله‌ی $x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{3}{16} = 0$ ، حاصل $\frac{27}{x_1} + \frac{27}{x_2}$ کدام است؟

-۱۸ (۴)

-۷۲ (۳)

-۳۶ (۲)

-۱۰۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۹۲ در مثلث ABC، داریم $\widehat{A} = 2\widehat{B}$ و $BC = 6$ و $AC = 4$ ، اندازه‌ی ضلع AB کدام است؟

۶ (۴)

$\frac{5}{5}$ (۳)

۵ (۲)

$\frac{4}{5}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی



۹۳ کدام عدد حکمیت «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع اعداد طبیعی متوالی نوشت» را نقض می‌کند؟

۶۴ (۴)

۵۶ (۳)

۴۶ (۲)

۴۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۹۴ ریشه بزرگتر معادله کسری $\frac{6x}{x-1} + \frac{x-1}{3x} = 3$ ، کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{5}$ (۳)

$-\frac{1}{5}$ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

سراسری-انسانی-۹۰

۹۵ معادله $(x^2 + x + 1)^2 + 3(x^2 + x + 1) - 4 = 0$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

دو ریشه (۲)

چهار ریشه (۱)

دو ریشه‌ی مضاعف (۴)

دو ریشه‌ی متفاوت و یک ریشه‌ی مضاعف (۳)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-تجربی

۹۶ معادله $3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0$ ، از نظر تعداد جواب‌ها چگونه است؟

دو جواب هم‌علامت (۲)

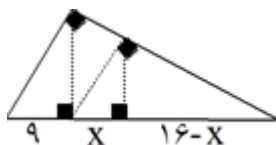
یک جواب (۱)

جواب ندارد. (۴)

دو جواب با علامت مخالف (۳)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۹۷ در شکل مقابل، ارتفاع هر سه مثلث قائم‌الزاویه رسم شده است. اندازه‌ی x کدام است؟



$6/75$ (۴)

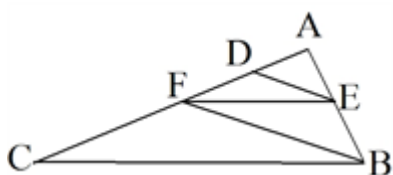
$5/76$ (۳)

$5/36$ (۲)

$2/54$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۹۸ در شکل مقابل $BC \parallel EF$ و $DE \parallel FB$. اگر $AD = 3$ و $DF = 6$ آن‌گاه BC چند برابر EF است؟



۳ (۴)

$2/75$ (۳)

$2/5$ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۹۹ در معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ حاصل $x_1\sqrt{x_2} + x_2\sqrt{x_1}$ کدام است؟

۳ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

۵ (۲)

$\sqrt{5}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۰۰ در معادله‌ی درجه دوم $x^2 - x - 3 = 0$ ، حاصل $(x_1^2 - 3)(x_2^2 - 3)$ چه قدر است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

۹ (۳)

-۳ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۰۱ اگر یکی از ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 - x - 5 = 2$ برابر ۲ باشد، مجموع دو ریشه‌ی دیگر آن کدام است؟

- ۱) -۲ ۲) $-\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$

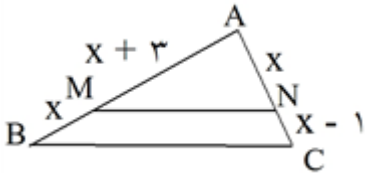
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۰۲ اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $4x^2 - 12x + 1 = 0$ باشند، مقدار $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ چقدر است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۰۳ در شکل مقابل، MN موازی BC است. مساحت مثلث بزرگ‌تر چند برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است؟



- ۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{5}{9}$ ۳) $\frac{7}{9}$ ۴) $\frac{8}{9}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۰۴ به‌ازای کدام مقدار m، عدد $\sqrt{2}$ واسطه‌ی هندسی بین ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $mx^2 - 5x + m^2 - 3 = 0$ است؟

- ۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۳ ۴) -۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۰۵ به‌ازای کدام مقدار m، مجموع مربعات ریشه‌های حقیقی معادله $mx^2 - (m + 3)x + 5 = 0$ برابر ۶ می‌باشد؟

- ۱) $-\frac{9}{5}$ ۲) ۱ ۳) 1 و $-\frac{9}{5}$ ۴) $\frac{9}{5}$ و -۱

سراسری-تجربی-سراسری - آزاد (۹۳)

۱۰۶ ۱۱ کیلوگرم رنگ با غلظت ۴۰ درصد با چهار کیلوگرم رنگ از همان نوع با غلظت ۷۰ درصد مخلوط شده‌اند. با تبخیر چند کیلوگرم از آن، غلظت محلول به ۵۰ درصد می‌رسد؟

- ۱) ۵/۴ ۲) ۵/۵ ۳) ۵/۶ ۴) ۵/۸

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۰۷ خط گذرا بر نقطه‌ی (۴ و -۲) با شیب ۲، و منحنی $y = x^2$ در دو نقطه A و B مشترک هستند. مختصات وسط AB، کدام است؟

- ۱) (۸ و ۱) ۲) (۱۰ و ۱) ۳) (۹ و ۲) ۴) (۱۰ و ۲)

سراسری-انسانی-سراسری - آزاد (۹۳)

۱۰۸ در معادله $\frac{x^2}{x-4} - \frac{2x+8}{x-4} = 2x$ ، تفاضل معکوس جواب از خود جواب، کدام است؟

- ۱) $\frac{5}{4}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{7}{4}$ ۴) $\frac{5}{2}$

سراسری-انسانی-سراسری - آزاد (۹۲)

۱۰۹ خط گذرنده از دو نقطه (۲، ۵) و (-۱، ۳)، خط به معادله‌ی $y + x + 3 = 0$ را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴



۱۱۰ دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط به معادلات $2y + x = 6$ و $2x - y = 7$ یک رأس مستطیل نقطه $A(8, 5)$ است. مساحت این مستطیل کدام است؟

۱۲/۸ (۴)

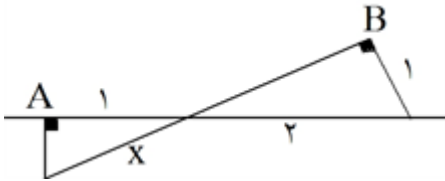
۱۱/۴ (۳)

۹/۶ (۲)

۷/۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۱۱ در شکل مقابل دو زاویه ی $\hat{A}$ و $\hat{B}$ قائمه‌اند، مقدار x چه قدر است؟



$\frac{3}{2}$ (۴)

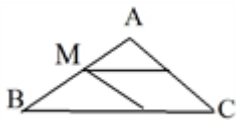
$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{2}{3}\sqrt{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۱

۱۱۲ در شکل مقابل $AM = \frac{2}{3}MB$ و چهار ضلعی متوازی‌الاضلاع است. مساحت متوازی‌الاضلاع چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



۶۰ (۴)

۵۴ (۳)

۵۰ (۲)

۴۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۱۳ به ازای کدام مقدار m مجموع مربع‌های دو ریشه معادله $x^2 - mx + 1 - m = 0$ برابر ۱ می‌شود؟

-۲ و -۱ (۴)

۱ و -۳ (۳)

-۱ و ۳ (۲)

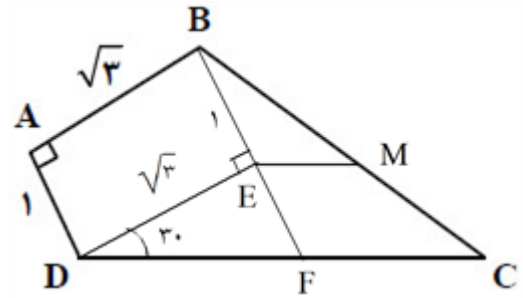
۱ و ۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ضلع BE را امتداد می‌دهیم تا DC را در نقطه‌ی F قطع کند. در مثلث قائم‌الزاویه‌ی DEF

می‌نویسیم:



$$\triangle DEF: \widehat{D} = 30^\circ \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{DE}{DF} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{DF} \Rightarrow DF = 2$$

$$\triangle DEF: \widehat{D} = 30^\circ \Rightarrow EF = \frac{DF}{2} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow BE = EF$$

از طرف دیگر اگر M وسط BC باشد، بنابر فرض $EM = 1/5$ پس با استفاده از قضیه‌ی تالس و عکس آن می‌نویسیم:

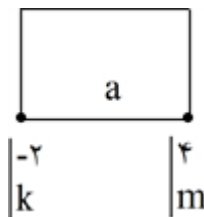
$$\triangle BFC: \frac{BE}{EF} = \frac{BM}{MC} = 1 \xrightarrow{\text{عکس تالس}} EM \parallel FC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BE}{BF} = \frac{EM}{FC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1/5}{FC} \Rightarrow FC = 2$$

$$DC = DF + FC = 2 + 2 = 4$$

بنابراین:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$-\frac{1}{2} = \frac{m-k}{4+2} \Rightarrow m-k = -3$$



$$\text{ضلع مربع} = \sqrt{(m-k)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45}$$

$$S = 45$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$|4x-2| = x^2 - x + a \Rightarrow 4 \left| x - \frac{1}{2} \right| = \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{1}{4} + a$$

$$\xrightarrow{\left| x - \frac{1}{2} \right| = t} t^2 - 4t + \left(a - \frac{1}{4} \right) = 0$$

این معادله باید دو ریشه مثبت داشته باشد تا معادله اصلی ۴ ریشه داشته باشد.

$$S > 0 \Rightarrow 4 > 0$$

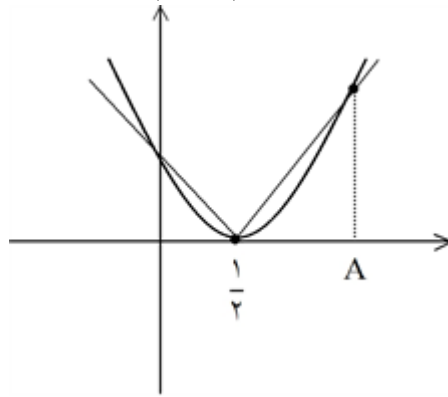
$$\left. \begin{aligned} P > 0 &\Rightarrow a - \frac{1}{4} > 0 \Rightarrow a > \frac{1}{4} \\ \Delta > 0 &\Rightarrow 16 - 4a + 1 > 0 \Rightarrow a < \frac{17}{4} \end{aligned} \right\} \frac{1}{4} < a < \frac{17}{4} \Rightarrow \text{مقادیر صحیح} = \{1, 2, 3, 4\}$$

تذکر: این مسأله را به روش هندسی هم می‌توان حل کرد.

۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر نمودار $y = \left| 2\left(x - \frac{1}{2}\right) \right|$ و نمودار $y = x^2 - x + a$ در سه نقطه متقاطع باشند باید رأس

سهمی همان نقطه شکستگی قدرمطلق باشد. $x_s = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$



معادله به شکل مقابل است:

ریشه بزرگتر A است که از $\frac{1}{2}$ بیشتر است: داخل قدر مطلق مثبت می شود $\Rightarrow \left| 2\left(x - \frac{1}{2}\right) \right| = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

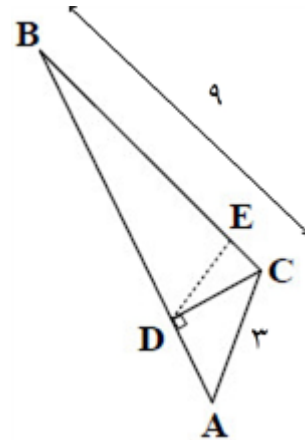
$$\Rightarrow 2\left(x - \frac{1}{2}\right) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$2t = t^2$$

$$t^2 - 2t = 0 \quad \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 = x - \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم الزاویه می نویسیم.



$$\triangle ABC : AB^2 = BC^2 + AC^2 = 9^2 + 3^2 = 90 \Rightarrow AB = 3\sqrt{10}$$

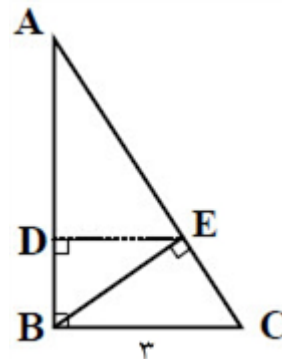
$$\triangle ABC : BC^2 = BD \times BA \Rightarrow 9^2 = BD \times 3\sqrt{10} \Rightarrow BD = \frac{27}{\sqrt{10}}$$

$$\triangle BDC : BD^2 = BE \times BC \Rightarrow \left(\frac{27}{\sqrt{10}}\right)^2 = BE \times 9 \Rightarrow BE = \frac{27 \times 27}{10 \times 9}$$

$$\Rightarrow BE = \frac{81}{10} = 8.1$$

۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به کمک روابط طولی در مثلث قائم الزاویه می نویسیم.



$$\triangle ABC : AC^2 = AB^2 + BC^2 = 5^2 + 3^2 = 34 \Rightarrow AC = \sqrt{34}$$

$$\triangle ABC : BE \times AC = AB \times BC \Rightarrow BE \times \sqrt{34} = 5 \times 3 \Rightarrow BE = \frac{15}{\sqrt{34}}$$

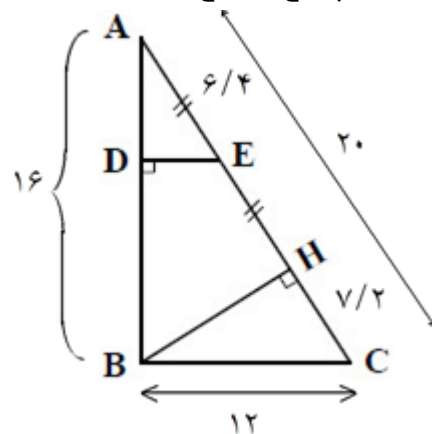
$$\triangle ABC : AB^2 = AE \times AC \Rightarrow 5^2 = AE \times \sqrt{34} \Rightarrow AE = \frac{25}{\sqrt{34}}$$

$$\triangle ABE : AE^2 = AD \times AB \Rightarrow \left(\frac{25}{\sqrt{34}}\right)^2 = AD \times 5$$

$$\Rightarrow AD = \frac{62}{34} = \frac{31}{17}$$

۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



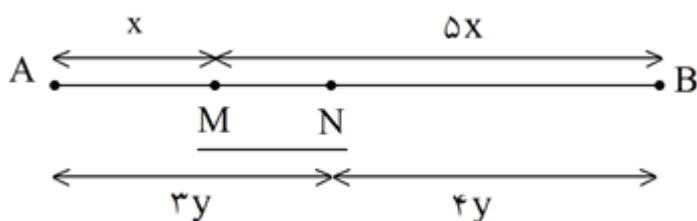
$$\left. \begin{aligned} AB &= 4 \times 4 = 16 \\ BC &= 4 \times 3 = 12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow AC = 4 \times 5 = 20$$

$$12^2 = HC \times 20 \Rightarrow HC = 7/2$$

$$\Rightarrow \frac{6/4}{20} = \frac{DE}{12} \Rightarrow DE = 3/8$$

۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



M و N به A نزدیکتر هستند.

طول پاره خط $4x = 7y$

$$3y - x = 22 \Rightarrow 3y - \frac{7}{4}y = 22 \Rightarrow \frac{11y}{4} = 2 \times 11$$

$$\Rightarrow y = 12 \Rightarrow \text{طول پاره خط} = 7 \times 12 = 84 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 8 + 4 = 12$$

۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

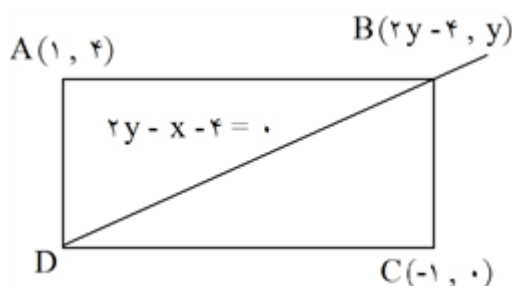
$$\sqrt{x-4} - \sqrt{x-a} = t \Rightarrow \text{حکم: } 1+t = ?$$

$$\sqrt{x-4} + \sqrt{x-a} = 4 \xrightarrow{\times(t)} \cancel{\sqrt{x-4}} - \cancel{\sqrt{x-a}} + a = 4t \Rightarrow t = \frac{a-4}{4} = \frac{a}{4} - 1$$

$$1+t = \cancel{\sqrt{x-4}} + \frac{a}{4} - \cancel{\sqrt{x-a}} = \frac{a}{4}$$

۱۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\text{شرط: } x = 2y - 4 > 0 \Rightarrow y > 2$$

$$m_{AB} \times m_{BC} = -1 \Rightarrow \frac{y-4}{2y-5} \times \frac{y}{2y-3} = -1$$

$$\Rightarrow -y^2 + 4y = 2y^2 - 16y + 15 \Rightarrow y^2 - 4y + 3 = 0$$

$$y = 3 \quad \checkmark$$

$$y = 1 \quad \times$$

$$x = 2 \Rightarrow B(2, 3) \Rightarrow C(-1, 0) \Rightarrow |BC| = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2} \Rightarrow \text{طول} \quad \checkmark$$

$$B(2, 3) \Rightarrow A(1, 4) \Rightarrow |AB| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \Rightarrow \text{عرض}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله خط را می‌نویسیم و سپس نقطه $(-x, -x)$ را در آن قرار می‌دهیم.

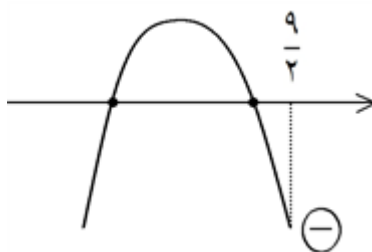
$$y = -8x - 6$$

$$-x = -8(-x) - 6 \Rightarrow 9x = 6 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$\text{قطر} = \sqrt{2}x = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4}{3\sqrt{2}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} f\left(\frac{9}{2}\right) < 0 \Rightarrow -\left(\frac{9}{2}\right)^2 + 5\left(\frac{9}{2}\right) + m < 0 \\ \Rightarrow -\frac{81}{4} + \frac{45}{2} + m < 0 \\ \Rightarrow m < -\frac{9}{4} = -2.25 \\ \Delta > 0 \Rightarrow 25 + 4m > 0 \Rightarrow m > -\frac{25}{4} = -6.25 \\ -6.25 < m < -2.25 \Rightarrow m = -6, -5, -4, -3 \end{cases}$$



$$x_s = -\frac{1}{2a} \text{ راس سهمی}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

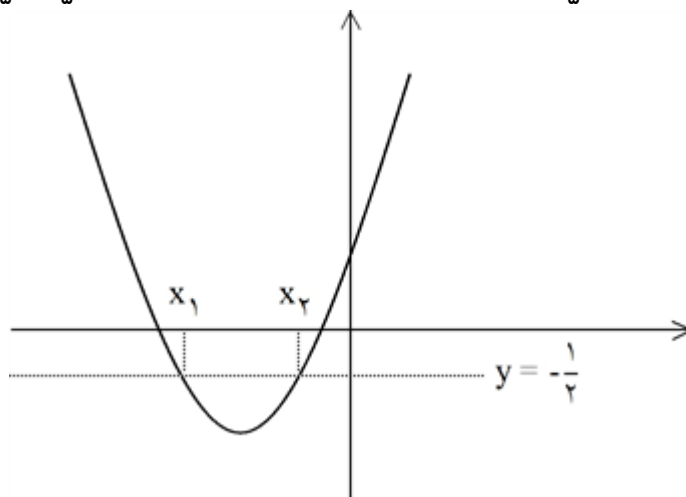
$$y_s = a\left(-\frac{1}{2a}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2a}\right) + 2a = \frac{1}{4a} - \frac{1}{2a} + 2a = -\frac{1}{4} \Rightarrow 8a^2 + 2a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \text{ ق ق} \\ a = \frac{1}{4} \text{ بیشترین مقدار ندارد} \Rightarrow \text{ق غ ق} \end{cases}$$

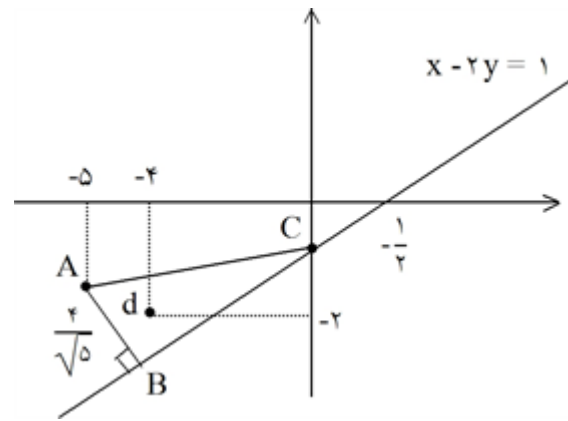
تذکر: در اصل سؤال، به مقدار منفی a اشاره نشده بود که در این صورت به ازای $0 \leq a < \frac{1}{4}$ و محدود کردن دامنه

می‌توان به ماکزیمم $-\frac{1}{4}$ رسید و در این حالت بی‌شمار مقدار برای a وجود دارد که در گزینه‌ها موجود نیست! به طور

$$y = \frac{1}{5}x^2 + x + \frac{2}{5} = \frac{1}{5}(x^2 + 5x + 2) \quad \text{مثال اگر } a = \frac{1}{5} \text{ آنگاه:}$$



با محدود کردن دامنه به فاصله $[x_1, x_2]$ ماکزیمم سهمی $-\frac{1}{4}$ می‌شود.



$$\left. \begin{aligned} BD = AC &\Rightarrow \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{10} \\ x_B - 2y_B = 2 &\Rightarrow x_B - x_D = 2(y_B - y_D) \\ x_D - 2y_D = 2 &\Rightarrow x_D - x_B = 2(y_D - y_B) \end{aligned} \right\}$$

$$9(y_B - y_D)^2 + (y_B - y_D)^2 = 10 \Rightarrow (y_B - y_D)^2 = 1 \Rightarrow |y_B - y_D| = 1$$

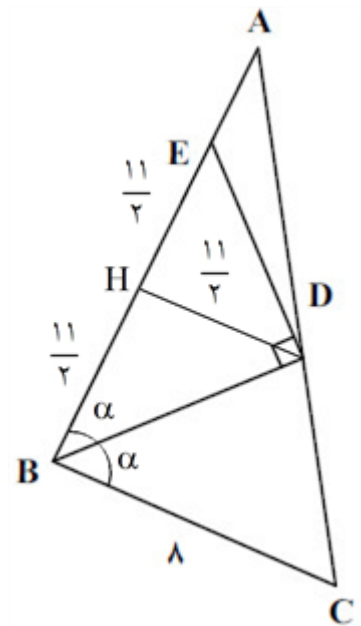
$$\Rightarrow |x_B - x_D| = 3 \times 1 = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال ارتفاع DH در مثلث قائم‌الزاویه BDE با ضلع BC موازی است پس BC هم بر AB عمود است پس $\alpha = 45^\circ$. در نتیجه مثلث BDE قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است. بنابراین DH میانه هم هست یعنی $BH = EH = \frac{11}{2}$ و طول میانه DH نصف وتر BE است پس $DH = \frac{11}{2}$.

$$DH \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AH}{AB} = \frac{DH}{BC} \xrightarrow{AE=x} \frac{x + \frac{11}{2}}{x + 11} = \frac{\frac{11}{2}}{8}$$

$$\rightarrow \frac{2x + 11}{x + 11} = \frac{11}{8} \Rightarrow 16x + 88 = 11x + 121$$

$$\Rightarrow 5x = 33 \Rightarrow x = 6\frac{3}{5}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در متوازی الاضلاع دو ضلع روبه‌رو مساویند پس $FC = ۸$.

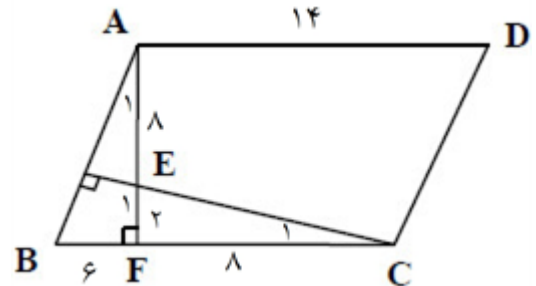
در ضمن دو مثلث قائم الزاویه AEH و CEF دارای دو زاویه متقابل به رأس مساویند (یعنی $\widehat{E}$) پس $\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1$ در نتیجه:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 \\ \widehat{F}_1 = \widehat{F}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز)} \triangle ABF \sim \triangle EFC$$

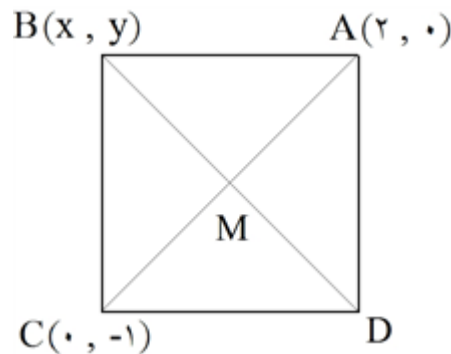
$$\Rightarrow \frac{FC}{AF} = \frac{EF}{BF} \xrightarrow{EF=x} \frac{8}{8+x} = \frac{x}{6} \Rightarrow x^2 + 8x - 48 = 0 \Rightarrow (x+12)(x-4) = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$AF = 8 + x = 8 + 4 = 12$$

بنابراین:



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$AC \text{ وسط } M\left(1, -\frac{1}{2}\right)$$

$$AC \text{ شیب خط} = \frac{-(-1)}{2-0} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_{BD} = -2$$

$$BD \text{ معادله خط: } y - \left(-\frac{1}{2}\right) = -2(x - 1) \Rightarrow y = -2x + \frac{3}{2}$$

$$AC = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} \Rightarrow MB = MD = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$MB = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + \left(-2x + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5(x-1)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow |x-1| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = -\frac{3}{2} \Rightarrow B\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right) \\ x-1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow D\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اولاً $a = 0$ قابل قبول است؛ زیرا در این صورت $x = 0$ جواب صحیح معادله است.

$$\sqrt{x} + \sqrt{x-a} \geq 0 \Rightarrow a \geq 0$$

از طرفی اگر $a \neq 0$ باشد، داریم:

$$\sqrt{x-a} = a - \sqrt{x} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x-a = a^2 + x - 2a\sqrt{x} \Rightarrow 2a\sqrt{x} = a^2 + a \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{a+1}{2}$$

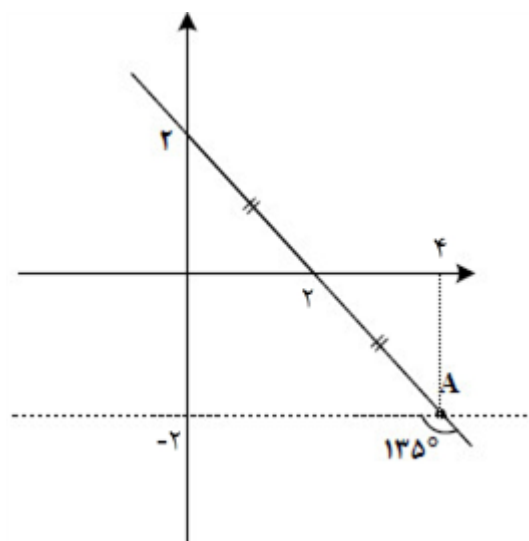
$$x = \left(\frac{a+1}{2}\right)^2$$

برای اینکه x عددی صحیح باشد، لازم است a عددی فرد باشد که در بین اعداد طبیعی یک‌رقمی مقادیر ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ قابل قبول‌اند. پس در مجموع ۶ مقدار صحیح و یک‌رقمی برای a قابل قبول است.

۲۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

معادله خط داده شده $y = 2 - x$ است؛ زیرا شیب آن برابر $\tan 135^\circ = -1$ است. حال طبق شکل مقابل مختصات نقطه A به صورت $A(4, -2)$ است و فاصله آن از مبدأ مختصات برابر $2\sqrt{5} = \sqrt{20}$ است.



۲۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در یک سهمی، اگر دو نقطه هم‌عرض داشته باشیم، طول رأس سهمی میانگین طول این دو

نقطه است. در این سؤال طول رأس سهمی $x_s = \frac{3}{4}$ است و در نتیجه مجموع صفرهای سهمی برابر $\frac{3}{2} = 2x_s$

$$\text{است.} \quad x_s = \frac{-1/5 + 2}{2} = \frac{1/5}{2} = \frac{3}{4}$$

۲۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$CF \parallel AB \Rightarrow \frac{CF}{12} = \frac{4}{12} = \frac{DF}{DF + 8}$$

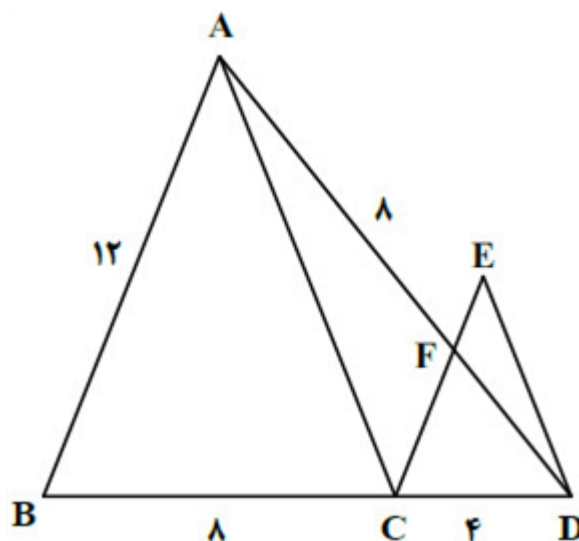
$$\Rightarrow CF = 4, DF = 4$$

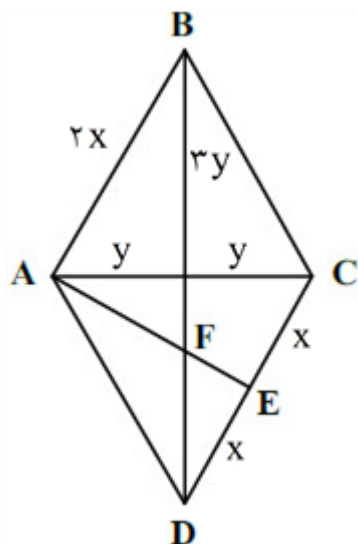
مثلث‌های $\triangle CDF$ و $\triangle ABD$ متساوی‌الاضلاع می‌باشند.

$$AC^2 = AB^2 + CB^2 - 2 \times AB \times CB \times \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow AC^2 = 112 \Rightarrow AC = 4\sqrt{7}$$

$$\frac{ED}{AC} = \frac{FD}{AF} \Rightarrow \frac{ED}{4\sqrt{7}} = \frac{4}{8} \Rightarrow ED = 2\sqrt{7}$$





$$\triangle OAB: (2x)^2 = (2y)^2 + y^2 \Rightarrow 4x^2 = 1 \cdot y^2 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{1}}{2}y$$

$$\text{رابطه میانه ها} \Rightarrow 2(AE)^2 + \frac{DC^2}{4} = AC^2 + AD^2$$

$$EF = \frac{1}{2}AE$$

پس:

$$\Rightarrow 2AE^2 + \frac{4x^2}{4} = 4y^2 + 4x^2 \Rightarrow 2AE^2 = 4y^2 + 4x^2 \Rightarrow AE = 2y \Rightarrow EF = y$$

$$\frac{EF}{AB} = \frac{y}{2x} = \frac{y}{2 \cdot \frac{\sqrt{1}}{2}y} = \frac{1}{\sqrt{1}} = \frac{\sqrt{1}}{1}$$

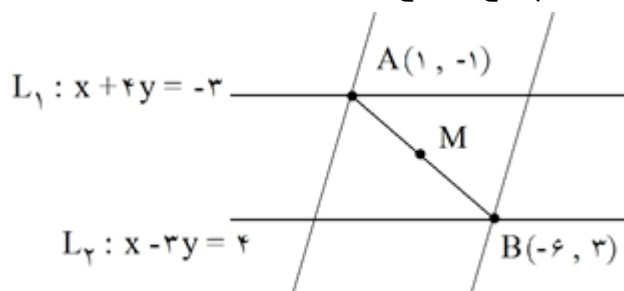
$$mx^2 - 9x - (m+9) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{m+9}{m} \end{array} \right\} |x_2 - x_1| = \left| \frac{m+9}{m} + 1 \right| = \left| \frac{2(m+9)}{m} \right|$$

$$f(0) = -(m+9) \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left| \frac{2(m+9)}{m} \right| \times |m+9| = 9$$

$$\left| \frac{m^2 + 9m + 8}{m} \right| = 9 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{m^2 + 9m + 8}{m} = 9 \Rightarrow m^2 + 9m + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -8 \end{cases} \\ \frac{m^2 + 9m + 8}{m} = -9 \Rightarrow m^2 + 9m + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -8 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} m = -1 \Rightarrow x_S = \frac{9}{-1} = -9 \\ m = -8 \Rightarrow x_S = \frac{9}{-8} = -\frac{9}{8} \end{array} \right\} \text{اختلاف} = \left| -\frac{9}{8} + 9 \right| = \frac{63}{8}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دقت کنید که $B(-۶, ۳)$ روی هیچکدام از دو خط ذکر شده نیست.



$$\begin{cases} y = \frac{x-3}{2} \\ y = \frac{-x-3}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقاطع}} \frac{x-3}{2} = \frac{-x-3}{2} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -1$$

$A(1, -1)$

$$L_1 \text{ فاصله از خط } M\left(-\frac{5}{2}, 1\right) \Rightarrow \frac{\left|-\frac{5}{2} + 4 + 3\right|}{\sqrt{17}}$$

$$L_2 \text{ فاصله از خط } \Rightarrow \frac{\left|-\frac{5}{2} - 3 - 4\right|}{\sqrt{5}} = \frac{19}{2\sqrt{5}}$$

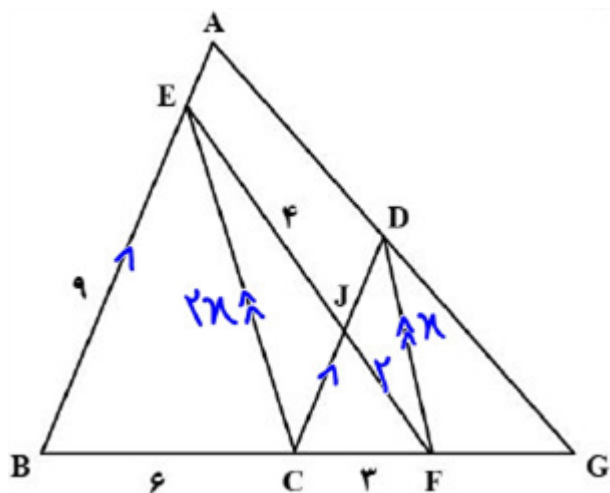
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{(2-x)^2 + x^2}{x^2(2-x)^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{4 - 4x + 2x^2}{\underbrace{(2x - x^2)}_t} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{2-2t}{t^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{2-t}{t^2} = \frac{2}{9} \Rightarrow 2 \cdot t^2 + 9t - 18 = 0 \Rightarrow \Delta = 1521 \Rightarrow \frac{-9 \pm \sqrt{1521}}{4}$$

$$= \frac{2}{9}, -\frac{12}{10} = t$$

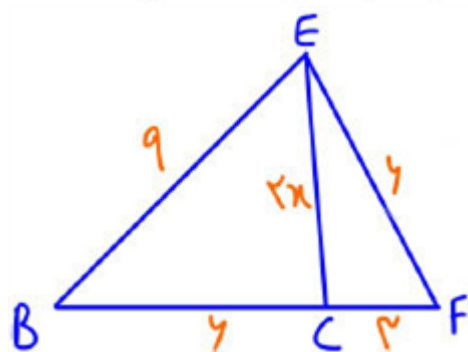
$$\begin{cases} -x^2 + 2x = -\frac{12}{10} \Rightarrow -x^2 + 2x + \frac{12}{10} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = 2 \\ -x^2 + 2x - \frac{2}{9} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = 2 \xrightarrow{\text{جواب}} 2 + 2 = 4 \end{cases}$$



$$\triangle BCE \sim \triangle CFD \left(k = \frac{1}{2} \right)$$

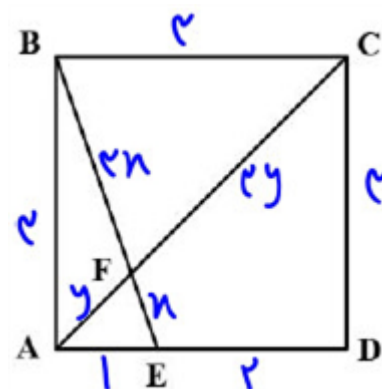
$$\Rightarrow DF = \frac{1}{2} CE$$

$$\Rightarrow FJ = \frac{EJ}{2} = 2$$



$$\Rightarrow \frac{6 \times 6^2 + 3 \times 9^2}{6+3} = (2x)^2 + 3 \times 6 \Rightarrow 24 + 27 = 4x^2 + 18$$

$$\Rightarrow 4x^2 = 33 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{33}}{2}$$



$$\frac{x}{y} = \frac{2x}{2y} = \frac{BE}{AC} = \frac{\sqrt{1+4}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\begin{aligned} AB \parallel CD &\Rightarrow \frac{y-1}{-1-y} = \frac{-y}{2x+1} \Rightarrow 2x+1 = y \Rightarrow x = \frac{y}{2} \\ AB \perp BC &\Rightarrow \frac{-y}{2} \times \frac{y-1}{-2} = -1 \Rightarrow \frac{y-1}{2} = -1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow C \left(\frac{y}{2}, -1 \right) \\ \text{محیط} &= 2(AB + BC) = 2 \left(5 + \frac{5}{2} \right) = 15 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۰

$$2x^2 - (m+2)x + m = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} x=1, \frac{m}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left| m \left(\frac{m}{2} - 1 \right) \right|$$

محور عرض: $y(\cdot) = m$

$$\Rightarrow \left| m \left(\frac{m}{2} - 1 \right) \right| = \frac{2}{2} \Rightarrow |m(m-2)| = 2 \begin{cases} m = -1 \Rightarrow \frac{m}{2} = -\frac{1}{2} \checkmark \\ m = 2 \Rightarrow \frac{m}{2} = 1 \end{cases}$$

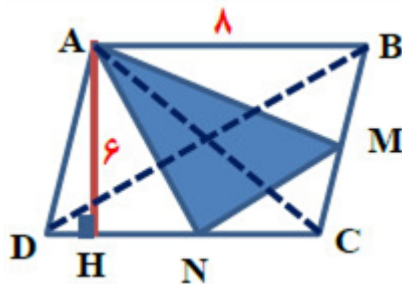
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۱

$$\alpha + \beta = \alpha' + \beta' + 1 \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{-a}{2a} + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow 2x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha', \beta' = -2, \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha, \beta = -\frac{3}{2}, 2 \Rightarrow \frac{b}{2} = \alpha\beta = -2 \Rightarrow b = -4$$

$$\left[\frac{ab}{2} \right] = \left[-\frac{6}{2} \right] = -2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۲



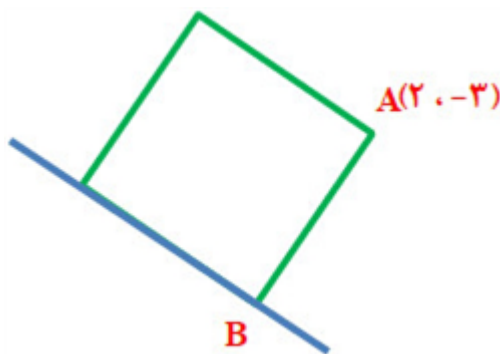
$$S_{ABCD} = DC \times AH = 8 \times 6 = 48$$

$$S_{ABM} = S_{ACM} = S_{ACN} = S_{ADN} \Rightarrow S_{AMCN} = \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{1}{4} \times 48 = 12$$

$$\frac{MC}{BC} = \frac{1}{2}, MN \parallel BD \xrightarrow{\text{Tales}} S_{MNC} = \left(\frac{1}{2} \right)^2 S_{BDC} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} S_{ABCD} \right) = 6$$

$$S_{AMN} = 12 - 6 \Rightarrow S_{AMN} = 6$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۳



$$2x + 2y - 9 = 0 \Rightarrow AB = \frac{|2(2) + 2(-3) - 9|}{\sqrt{2^2 + 2^2}}$$

$$= \frac{10}{2} = 5$$

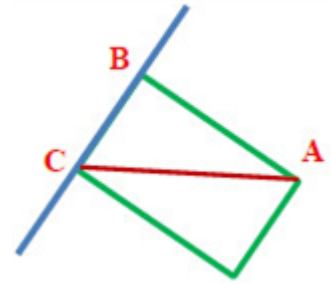
$$S = AB^2 = 5^2 \Rightarrow S = 25$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۴

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 + 2x}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{x^2 + 2x}} = \frac{x+5}{\sqrt{x^2 + 2x}}$$

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{x^2 + 2x}}{-2x} = \frac{x+5}{\sqrt{x^2 + 2x}} \Rightarrow x^2 + 2x = -2x^2 - 10x \Rightarrow 3x^2 + 12x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ ق.م.م} \\ x = -4 \end{cases}$$

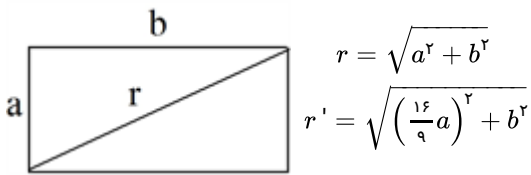
35



$$x - \mathfrak{r}y - \mathfrak{r} = . \Rightarrow \text{AB} = \frac{|\mathfrak{r} - \mathfrak{r} - \mathfrak{r}|}{\sqrt{1 + \mathfrak{r}}} = \frac{\mathfrak{r}}{\sqrt{\mathfrak{d}}}, \text{BC} = \sqrt{(\mathfrak{r}\sqrt{\mathfrak{d}})^{\mathfrak{r}} - \left(\frac{\mathfrak{r}}{\sqrt{\mathfrak{d}}}\right)^{\mathfrak{r}}} = \sqrt{\mathfrak{e}}.$$

$$S = \frac{\mathfrak{r}}{\sqrt{\mathfrak{d}}} \times \sqrt{\mathfrak{e}} \Rightarrow S = \mathfrak{r} \cdot \sqrt{\mathfrak{r}}$$

36



$$\Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{r}} \Rightarrow \frac{\sqrt{\left(\frac{1\mathfrak{f}}{\mathfrak{q}}a\right)^{\mathfrak{r}} + b^{\mathfrak{r}}}}{\sqrt{a^{\mathfrak{r}} + b^{\mathfrak{r}}}} = \frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{r}} \Rightarrow \frac{\left(\frac{1\mathfrak{f}}{\mathfrak{q}}a\right)^{\mathfrak{r}} + b^{\mathfrak{r}}}{a^{\mathfrak{r}} + b^{\mathfrak{r}}} = \frac{1\mathfrak{f}}{\mathfrak{q}}$$

27

$$ADE \sim ABC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{r}{x+1} = \frac{x}{10} \Rightarrow x(x+1) = r. \Rightarrow x = 0$$

三人

$$\left. \begin{array}{l} y - x \geq . \\ x - y \geq . \end{array} \right\} \Rightarrow x = y \xrightarrow{\text{جایگزینی}} \sqrt{1} = \sqrt{y} - \sqrt{.} \text{ جواب ندارد}$$

39

$$\begin{aligned} (x^{\text{ر}} + \text{ا} = (x + \text{ب})(x^{\text{ر}} - \text{ب}x + \text{ج})) & \quad x^{\text{ر}} \text{ را مخرج مشترک می‌گیریم:} \\ \frac{x^{\text{ر}} - \text{ب}x + \text{ج} - (x^{\text{ر}} - \text{ا}x - \text{ب})}{x^{\text{ر}} + \text{ا}} = \frac{\text{ف}x(x + \text{ب})}{x^{\text{ر}} + \text{ا}} \Rightarrow \text{و}x + \text{ف} = \text{ف}x^{\text{ر}} + \text{ا} \text{ب}x \Rightarrow \text{ف}x^{\text{ر}} + \text{ا}x - \text{ف} = . \\ \Rightarrow (\text{ب}x + \text{ب})(\text{ب}x - \text{ب}) = . \Rightarrow x_1 = -\frac{\text{ب}}{\text{ب}}, x_2 = \frac{\text{ب}}{\text{ب}} \end{aligned}$$

هر دو جواب قابل قبول اند که فقط x_2 مثبت است.

۴۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا ریشه مشترک را می‌یابیم:

$$x^2 + 6x + m = x^2 + 2x - 3m \Rightarrow 4x = -4m \Rightarrow x = -m$$

در یکی از معادله‌ها جای‌گذاری می‌کنیم:

$$m^2 - 6m + m = m^2 - 5m = 0 \xrightarrow{m \neq 0} m = 5$$

به ازای $m = 5$ معادلات به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 5 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = -5 \\ x^2 + 2x - 15 = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -5 \end{cases}$$

پس اختلاف ریشه‌های غیرمشترک $4 - (-1) = 3$ است.

۴۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = (1 - 18m)x^2 + 18(m^2 + 1)x + 11$$

تابع درجه دوم وقتی ماکسیمم دارد که ضریب x^2 منفی باشد. بنابراین:

$$1 - 18m < 0 \Rightarrow 1 < 18m \Rightarrow m > \frac{1}{18}$$

طول نقطه ماکسیمم همان طول رأس سهمی $x_s = -\frac{b}{2a}$ است. بنابراین:

$$\frac{1}{2} = \frac{-18(m^2 + 1)}{2(1 - 18m)} \Rightarrow -18m^2 - 18 = 1 - 18m \Rightarrow -18m^2 + 18m - 19 = 0 \Rightarrow 18m^2 - 18m + 19 = 0$$

$$\Delta = (-18)^2 - 4(18)(19) = 324 - 1368 = -1044$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{18+6}{36} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3} > \frac{1}{18} \text{ ق ق} \\ m_2 = \frac{18-6}{36} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} > \frac{1}{18} \text{ ق ق} \end{cases}$$

۴۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x+1}{x-2} - \frac{2}{x} = \frac{2m^2}{x(x-2)} \Rightarrow \frac{x(x+1) - 2(x-2)}{x(x-2)} = \frac{2m^2}{x(x-2)} \Rightarrow x^2 + x - 2x + 4 = 2m^2$$

$$\Rightarrow x^2 - x + 4 - 2m^2 = 0 \xrightarrow{x=2} 4 - 2 + 4 - 2m^2 = 0 \Rightarrow 6 - 2m^2 = 0 \Rightarrow 3 = m^2 \Rightarrow m = \pm\sqrt{3}$$

۴۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$B \begin{vmatrix} 3 \\ 3 \end{vmatrix} C \begin{vmatrix} 11 \\ 11 \end{vmatrix} \Rightarrow m_{BC} = \frac{11-3}{11-3} = 1$$

$$BC: y - 3 = 1(x - 3) \Rightarrow BC: y = x$$

$$AH = \frac{|2(1) - 9 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

۴۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} S = a + b = a^2 + b^2 - 12 \Rightarrow S = S^2 - 2P - 12 \\ P = ab = a + b - 1 \Rightarrow P = S - 1 \end{cases} \Rightarrow S = S^2 - 2(S - 1) - 12$$

$$S^2 - 3S - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = 5 \\ S = -2 \end{cases}$$

چون a, b اعداد طبیعی هستند فقط $S = 5$ قابل قبول است.

۴۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طرفین معادله را در $k.m.m$ می‌ضرب می‌کنیم:

$$x(x+3) - 3(x-2) = 2(x-2)(x+3) \Rightarrow x^2 + 3x - 3x + 6 = 2(x^2 + x - 2)$$

$$x^2 + 2x - 10 = 0$$

چون دلتای این معادله مثبت است پس دو ریشه دارد و چون ریشه‌های مخرج نیستند دو ریشه قابل قبول است.

$$P = \frac{c}{a} = -\frac{10}{1} = -10$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۶

$$\begin{cases} 2y - 7x = -19 \\ y + 2x = 7 \end{cases} \Rightarrow B(3, 1) \text{ و } AC: 4y - 3x - 17 = 0$$

$$BH = \frac{|4 - 9 - 17|}{5} = \frac{22}{5} = 4\frac{2}{5}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون $0 < \beta < \alpha$ پس: $\alpha - \beta = -\sqrt{\Delta}$ و از روی معادله داریم: ۴۷

$$S = -\epsilon, P = a$$

$$\begin{aligned} 3\alpha^2 + 2\beta^2 &= \frac{5}{2}(\alpha^2 + \beta^2) + \frac{1}{2}(\alpha^2 - \beta^2) = \frac{5}{2}(2\epsilon - 2a) + \frac{1}{2}(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) \\ &= 5\epsilon - 5a + \epsilon\sqrt{9-a} - a\sqrt{9-a} \end{aligned}$$

راه دوم:

$$x^2 + \epsilon x + a = 0 \Rightarrow x = \frac{-\epsilon \pm \sqrt{\epsilon^2 - 4a}}{2} = -3 \pm \sqrt{9-a}$$

$$\begin{aligned} \beta &= -3 + \sqrt{9-a} \\ \alpha &= -3 - \sqrt{9-a} \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} 3\alpha^2 + 2\beta^2 = 3(-3 - \sqrt{9-a})^2 + 2(-3 + \sqrt{9-a})^2 \\ = 3(18 - 6\sqrt{9-a} + 9 - a) + 2(9 - 6\sqrt{9-a} + 9 - a) \\ = 5(18 - a) + 6\sqrt{9-a} = 90 - 5a + 6\sqrt{9-a} \\ = 5(18 - a) + 6\sqrt{9-a} = 90 - 5a + 6\sqrt{9-a} \end{cases} \Rightarrow a = 1$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x + 1 \\ g(x) &= -x \end{aligned} \Rightarrow f^2(x) = 2g(x) \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = -2x$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۸

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{12}}{1} = 2\sqrt{3}$$

$$x^2 - a = (2x - 1)(x + 3), x \neq -3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۹

$$\Rightarrow x^2 + 5x + a - 3 = 0 \Rightarrow \Delta \text{ بزرگتر از صفر باشد همچنین}$$

$x = -3$ ریشه‌ی این معادله نباشد:

$$\begin{cases} \Delta = 25 - 4(a - 3) > 0 \Rightarrow a < \frac{29}{4} \\ (-3)^2 + 5(-3) + a - 3 \neq 0 \Rightarrow a \neq 9 \end{cases} \Rightarrow \text{گزینه ۱ صحیح است. } a < 9$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه‌ی هریک از توابع داده شده را به دست می‌آوریم: ۵۰

$$g(x) = -x + 1$$

$$f(x) = a(x - 1)^2 + 1 \Rightarrow (., .) \Rightarrow . = a + 1 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = -(x - 1)^2 + 1 = -x^2 + 2x \Rightarrow f(x) = g^2(x) \Rightarrow -x^2 + 2x = (-x + 1)^2$$

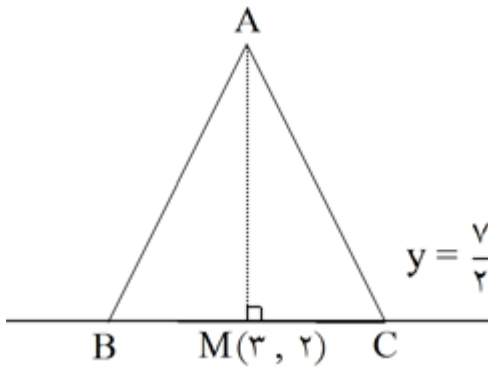
$$\Rightarrow -x^2 + 2x = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow S = -\frac{b}{a} = -\frac{-4}{2} = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۱

$$\frac{2x^2 - (2 - x)^2}{x + 2} - \frac{v}{x} = 2 \Rightarrow \frac{2x^2 - (x^2 - 4x + 4)}{x + 2} - \frac{v}{x} = 2 \Rightarrow \frac{x^2 + 4x - 4}{x + 2} - \frac{v}{x} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{(x + 2)(2x - 2)}{x + 2} - \frac{v}{x} = 2 \Rightarrow 2x - 2 - \frac{v}{x} = 2 \xrightarrow{\times x} 2x^2 - 4x - v = 0 \Rightarrow S = -\frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث متساوی الساقین میانه بر قاعده عمود است. (میانه = ارتفاع)



$$m_{AM} = \frac{-1}{m_{BC}} \Rightarrow m_{AM} = 2$$

$$AM : y - 2 = 2(x - 3)$$

$$AM : y = 2x - 4$$

$$y = \frac{5}{2} - \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow A(x_1, 2x_1 - 4) \Rightarrow AM = 5\sqrt{5} \Rightarrow (x_1 - 3)^2 + (2x_1 - 4 - 2)^2 = 125$$

$$\Rightarrow (x_1 - 3)^2 + 4(x_1 - 3)^2 = 125$$

$$5(x_1 - 3)^2 = 125 \Rightarrow (x_1 - 3)^2 = 25 \Rightarrow \begin{cases} x_1 - 3 = 5 \Rightarrow x_1 = 8 \\ x_1 - 3 = -5 \Rightarrow x_1 = -2 \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = -x^2 + 2x + 1 \Rightarrow S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right) \Rightarrow S(1, 2)$$

$$(1, 0), (0, -1) \Rightarrow y - 0 = \frac{0 - (-1)}{1 - 0}(x - 1) \Rightarrow y = x - 1$$

$$-x^2 + 2x + 1 = x - 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow A(2, 1) \quad B(-1, -2) \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$$

$$SM = \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{25}{4}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{26}$$

$$a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$ax^2 + bx - c = 0$$

$$S = \frac{-b}{a} \quad P = \frac{c}{a}$$

$$|S - P| = 2 \Rightarrow \left| -\frac{b}{a} - \frac{c}{a} \right| = 2 \Rightarrow \left| \frac{b+c}{a} \right| = 2 \xrightarrow{\text{چون } c, b, a} \frac{b+c}{a} = 2$$

$$\Rightarrow b + c = 2a$$

عدد وسط a اعداد اول و سوم b یا c $\Rightarrow \{1, 2, 3\} \{2, 3, 4\} \{3, 4, 5\} \{4, 5, 6\} \{5, 6, 7\} \{6, 7, 8\} \{7, 8, 9\}$

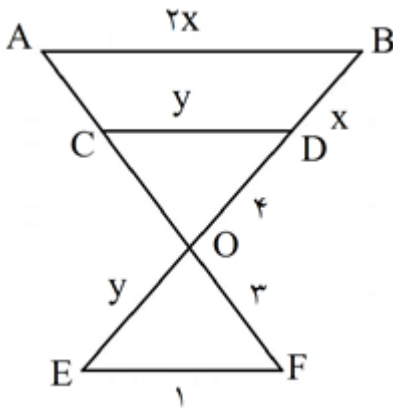
$$\Rightarrow 7 \times 2 = 14$$

$$\{1, 3, 5\} \{2, 4, 6\} \{3, 5, 7\} \{4, 6, 8\} \{5, 7, 9\} \Rightarrow 5 \times 2 = 10$$

$$\{1, 4, 7\} \{2, 5, 8\} \{3, 6, 9\} \Rightarrow 3 \times 2 = 6$$

$$\{1, 5, 9\} \Rightarrow 1 \times 2 = 2$$

$$\Rightarrow 14 + 10 + 6 + 2 = 32$$



$$\triangle OAB : CD \parallel AB \Rightarrow \frac{OD}{OB} = \frac{CD}{AB} \Rightarrow \frac{r}{r+x} = \frac{y}{2x}$$

$$\Rightarrow \lambda x = ry + xy \quad (1)$$

$$CD \parallel EF \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle OCD \sim \triangle OEF$$

$$\frac{OD}{OE} = \frac{CD}{EF} \Rightarrow \frac{r}{y} = \frac{y}{1} \Rightarrow y^2 = r \Rightarrow y = \sqrt{r} \quad (2)$$

$$(2), (1) \Rightarrow \lambda x = \lambda + \sqrt{r}x \Rightarrow rx = \lambda \Rightarrow x = \frac{\sqrt{r}}{r}$$

بنابراین:

$$CD \parallel EF \Rightarrow \triangle OCD \sim \triangle OEF \Rightarrow \frac{OC}{OF} = \frac{CD}{EF} \Rightarrow \frac{OC}{3} = \frac{y}{1} \xrightarrow{y=\sqrt{r}} OC = \sqrt{r}$$

$$\triangle OAB : CD \parallel AB \Rightarrow \frac{OC}{AC} = \frac{OD}{BD} \Rightarrow \frac{\sqrt{r}}{AC} = \frac{\sqrt{r}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{r}}{AC} = \frac{\sqrt{r}}{2} \Rightarrow AC = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل رسم شده، فاصله نقطه C تا نیم‌خط برابر عرض مستطیل و فاصله C تا A برابر قطر مستطیل است.

$$A \text{ شروع } \Rightarrow y - \sqrt{r} = 3(x - 2) \Rightarrow y = 3x - 2$$

فاصله نقطه C(-3, -1) تا خط $y - 3x + 2 = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|-1 + 9 + 2|}{\sqrt{1+9}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \Rightarrow CB = \sqrt{10}$$

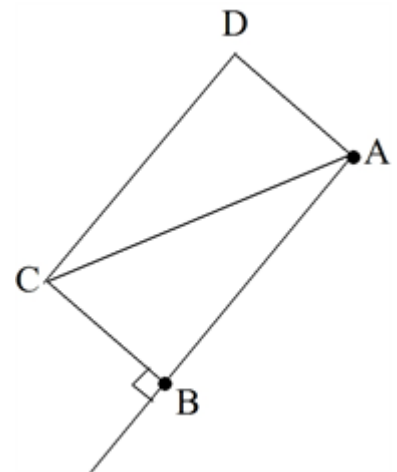
از طرفی AC برابر قطر مستطیل است.

$$AC = \sqrt{(2+3)^2 + (\sqrt{r}+1)^2} = \sqrt{25 + 2\sqrt{r} + 1} = \sqrt{26 + 2\sqrt{r}} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

با استفاده از رابطه فیثاغورث، طول مستطیل را حساب می‌کنیم:

$$AB^2 = AC^2 - CB^2 \Rightarrow AB^2 = 50 - 10 = 40 \Rightarrow AB = 2\sqrt{10}$$

$$P = 2(AB + CB) = 2(2\sqrt{10} + \sqrt{10}) = 6\sqrt{10}$$



$$c - b = 2a$$

$$c = 9 \begin{cases} b = 1 \\ b = 3 \\ b = 5 \\ b = 7 \end{cases} \quad c = 8 \begin{cases} b = 2 \\ b = 4 \\ b = 6 \end{cases} \quad c = 7 \begin{cases} b = 1 \\ b = 3 \\ b = 5 \end{cases} \quad c = 6 \begin{cases} b = 2 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$c = 5 \begin{cases} b = 1 \\ b = 3 \end{cases} \quad c = 4 \begin{cases} b = 2 \end{cases} \quad c = 3 \begin{cases} b = 1 \end{cases}$$

روش دوم:

$$s = p + 2 \Rightarrow \frac{-b}{a} = -\frac{c}{a} + 2 \xrightarrow{\times a} -b = -c + 2a \Rightarrow 2a = c - b$$

زوج زوج

$$c - b \Rightarrow \begin{cases} c, b \text{ هر دو زوج} \\ \text{یا} \\ c, b \text{ هر دو فرد} \end{cases}$$

$$\binom{5}{2} + \binom{4}{2} = 10 + 6 = 16$$

با توجه به اینکه $c - a$ و a هم علامت نیستند، بنابراین Δ همواره مثبت است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵۸

$$x^2 + x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 x_2 = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + 1 = -x_2 \\ x_2 + 1 = -x_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{(x_2+1)^2} = \frac{-1}{x_1^2} \\ \frac{1}{(x_1+1)^2} = \frac{-1}{x_2^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S' = \frac{-(S^2 - 2SP)}{(P)^2} = \frac{-(-1-15)}{-125} \\ P' = \frac{1}{(P)^2} = \frac{-1}{125} \end{cases}$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{16}{125}x - \frac{1}{125} = 0 \xrightarrow{\times 125} 125x^2 + 16x - 1 = 0$$

$$\frac{(\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[3]{x^3} + 1)}{\sqrt[3]{x^3}} (\sqrt[3]{x^3} - 1) = 2\sqrt[3]{x}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۹

$$x^2 - 1 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۰

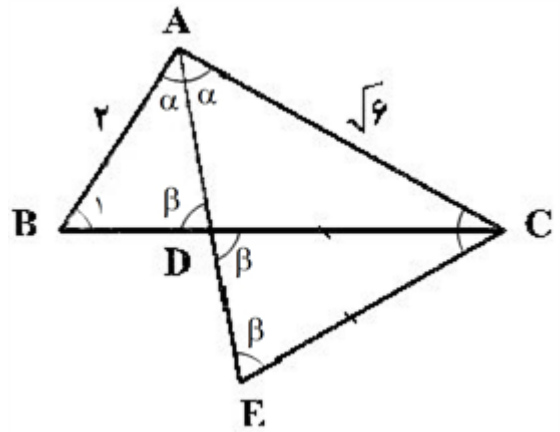
$$x^2 - vx^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{v \pm \sqrt{v^2 - 20}}{2} \xrightarrow{x^2 > 0} x^2 = \frac{v + \sqrt{v^2 - 20}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{v + \sqrt{v^2 - 20}}{2}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S = x_1 + x_2 = 0 \\ P = x_1 x_2 = -\frac{v + \sqrt{v^2 - 20}}{2} \end{cases}$$

$$2P^2 - 2SP + 2S = 2 \left(\frac{v + \sqrt{v^2 - 20}}{2} \right)^2 - 0 + 0 = 59 + v\sqrt{v^2 - 20}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۱

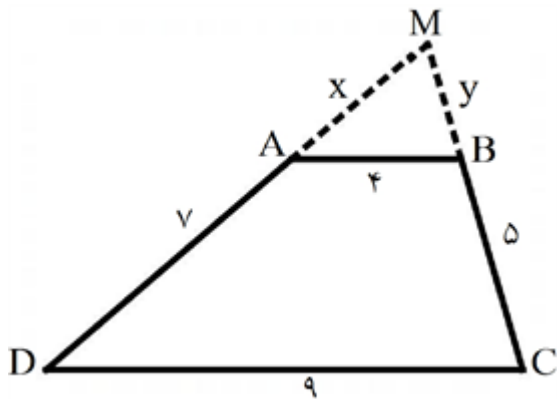


با توجه به شکل دو مثلث ABD و AEC متشابهند چون دو زاویه برابر دارند.

$$(\widehat{BAD} = \widehat{EAC} = \alpha \text{ و } \widehat{BDA} = \widehat{AEC} = \beta)$$

$$\triangle ABD \sim \triangle AEC \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{ACE}} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۲



$$\frac{x}{x+y} = \frac{2}{9} \Rightarrow 9x = 2x + 28$$

$$\Rightarrow 7x = 28 \Rightarrow x = \frac{28}{7} = 4$$

$$\frac{y}{5+y} = \frac{2}{9} \Rightarrow 9y = 2y + 20 \Rightarrow 7y = 20 \Rightarrow y = \frac{20}{7}$$

$$p = \text{محیط مثلث MAB} = 4 + 5 + \frac{20}{7} = \frac{53}{7}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۳

$$2x^2 + (2m-1)x + 2-m = 0$$

m باید در این نامعادله صدق کند.

$$\Delta > 0 \Rightarrow (2m-1)^2 - 4(2-m) > 0$$

$$S = \frac{1}{P} \Rightarrow SP = 1 \Rightarrow \frac{1-2m}{2} \times \frac{2-m}{2} = 1$$

$$\frac{2m^2 - 5m + 2}{4} = 1 \Rightarrow 2m^2 - 5m - 2 = 0 \quad \begin{cases} m = \frac{7}{2} \checkmark \\ m = -1 \times \end{cases}$$

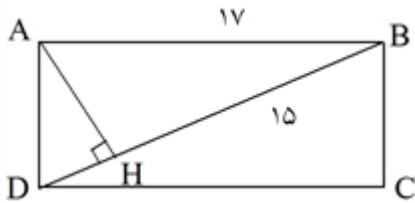
$b = a + c$

$$(2m-1)^2 - 4(2-m) > 0 \xrightarrow{m=-1} 9 - 26 < 0 \text{ صحیح نیست}$$

پس $\frac{7}{2}$ صحیح است.

۶۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم الزاویه ی ABD بنابر رابطه ی طولی در مثلث قائم الزاویه می نویسیم:



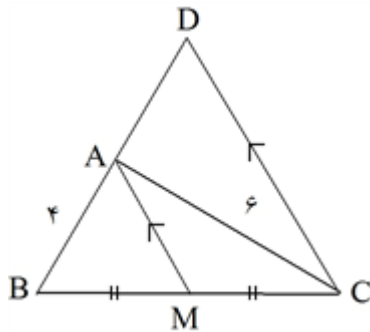
$$AB^2 = BH \times BD \Rightarrow 17^2 = 15 \times BD \Rightarrow BD = \frac{17 \times 17}{15}$$

$$BD - 19 = \frac{17 \times 17}{15} - 19 = \frac{17 \times 17 - 15 \times 19}{15} = \frac{4}{15}$$

بنابراین:

۶۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



بنابر فرض سوال شکل مقابل را خواهیم داشت:

$$AM \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BM}{MC} = \frac{AB}{AD} \xrightarrow{BM=MC} 1 = \frac{4}{AD} \Rightarrow AD = 4$$

$$BD = AB + AD = 4 + 4 = 8$$

بنابراین:

۶۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2a + \sqrt{3a + 16} = 1 \Rightarrow \sqrt{3a + 16} = 1 - 2a \xrightarrow{1-2a \geq 0} 3a + 16 = 1 - 4a + 1 \Rightarrow 4a^2 - 7a - 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \text{ ق ق} \\ a = -\frac{5}{4} \Rightarrow 4a + 9 = -5 + 9 = 4 \end{cases}$$

۶۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

زمان سرعت مسافت

$$x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v}$$

اگر سرعت پرنده را v فرض کنیم، سرعت در جهت باد $v + 5$ و در خلاف جهت باد $v - 5$ خواهد بود و زمان رفت و برگشت را یکی t و دیگری t' نام گذاری می کنیم. بنابراین داریم:

$$t + t' = \frac{9}{60}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v+5} + \frac{1}{v-5} = \frac{9}{60} \Rightarrow \frac{2v}{v^2-25} = \frac{3}{20} \Rightarrow 40v = 3v^2 - 75 \Rightarrow 3v^2 - 40v = 75$$

$$\Rightarrow v(3v - 40) = 75$$

با توجه به گزینه ها $v = 15$

۶۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر سرعت آب رودخانه را v فرض کنیم سرعت قایق در جهت رودخانه $100 + v$ و در خلاف آن $100 - v$ است، پس:

مسافت
↑
 $X = vt \Rightarrow t = \frac{X}{v}$
سرعت
↓
زمان

$$X = 1200 \quad t = \frac{1200}{v}$$

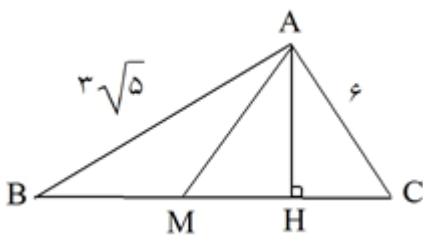
$$t - t' = 5$$

$$\Rightarrow \frac{1200}{100 - v} - \frac{1200}{100 + v} = 5 \Rightarrow 1200 \cdot \left(\frac{100 + v - 100 + v}{(100)^2 - v^2} \right) = 5 \Rightarrow 2400v = 5(100)^2 - 5v^2$$

$$\Rightarrow 480v = (100)^2 - v^2 \Rightarrow v^2 + 480v = (100)^2 \Rightarrow v(v + 480) = (100)^2 \Rightarrow v = 20$$

۶۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنابر روابط طولی در مثلث قائم الزاویه می‌نویسیم:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 45 + 36 = 81 \Rightarrow BC = 9$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 36 = CH \times 9 \Rightarrow CH = 4$$

$$MH = MC - CH = \frac{9}{2} - 4 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABH}} = \frac{\frac{1}{2}AH \times BC}{\frac{1}{2}AH \times MH} = \frac{BC}{MH} = \frac{9}{\frac{1}{2}} = 18$$

بنابراین:

۷۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} ND \parallel ME &\Rightarrow \frac{AM}{MN} = \frac{AE}{DE} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = 2AM \\ ND \parallel MC &\Rightarrow \frac{BN}{MN} = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = 2BN \end{aligned} \right\} \Rightarrow BN = AM$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{AM + MN + NB}{AM} = \frac{5AM}{AM} = 5$$

۷۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{شیب خط گذرا از } (2, 1), (0, 5) = \frac{5 - 1}{0 - 2} = -2$$

$$d \text{ معادله خط: } y - (-3) = -2(x - 2)$$

$$y + 3 = -2x + 4 \Rightarrow y = -2x + 1 \xrightarrow{x=0} y = 1 \text{ محل برخورد با محور } y \text{ ها}$$



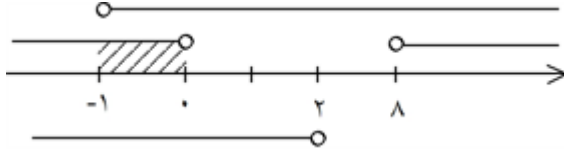
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای آنکه دو ریشه‌ی حقیقی مثبت باشد باید $\Delta > 0$ و همچنین جمع ریشه‌ها و ضرب ریشه‌ها مثبت باشد. ($P > 0$ و $S > 0$)

$$\Delta > 0 \Rightarrow (m-2)^2 - 4(1)(m+1) > 0 \Rightarrow m^2 + 4 - 4m - 4m - 4 > 0 \Rightarrow m^2 - 8m > 0$$

$$m(m-8) > 0 \Rightarrow m < 0 \cup m > 8$$

$$S > 0 \Rightarrow \frac{-(m-2)}{1} > 0 \Rightarrow m-2 < 0 \Rightarrow m < 2$$

$$P > 0 \Rightarrow \frac{m+1}{1} > 0 \Rightarrow m+1 > 0 \Rightarrow m > -1$$



$$m \in (-1, 0)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

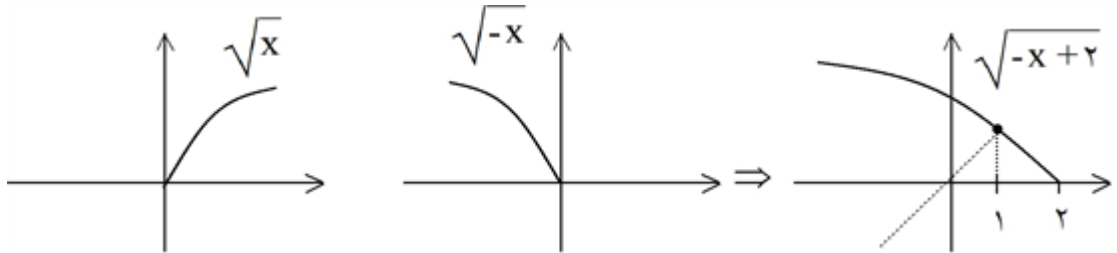
$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f(-x) = \sqrt{-x} \xrightarrow{\text{انتقال}} f(2-x) = \sqrt{-x+2}$$

$$y = x \text{ محل برخورد با } \sqrt{-x+2} = x \Rightarrow x^2 = -x+2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$x = 1 \Rightarrow \sqrt{-1+2} = 1 \checkmark \quad x = -2 \Rightarrow \sqrt{-(-2)+2} = -2 \times$$

روش دوم:



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{1}{2}, p = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -1$$

$$8x^2 - mx - 8 = 0 \Rightarrow S = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2(-1)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{2}{2} = \frac{5}{4} \Rightarrow m = 10$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{ریشه ها معکوس} \Rightarrow p = 1 \Rightarrow \frac{2m+6}{2} = 1 \Rightarrow 2m+6 = 2 \Rightarrow m = -2 \Rightarrow s = \frac{-2m}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = mx + d \Rightarrow \begin{cases} 3m + d = -2 \\ 1m + d = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3m + d = -2 \\ -3m - 3d = -6 \end{cases} \Rightarrow -2d = -8 \Rightarrow d = 4$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق فرمول $y = mx + h$ می‌دانیم m شیب خط است.

$$y = 2x + 1 \Rightarrow \text{شیب خط} = 2$$

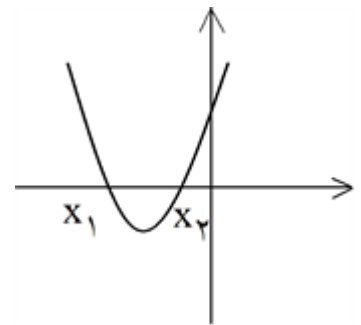
و شیب خط قائم قرینه و معکوس شیب خط اولیه می‌باشد. بنابراین شیب خط موردنظر سؤال $-\frac{1}{2}$ است. حال با توجه به نقطه $(5, -1)$ داریم:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - (-1) = -\frac{1}{2}(x - 5) \Rightarrow y + 1 = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$\frac{3}{2} = 1/5$: عرض از مبدا

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$y = (m - 2)x^2 - 2(m + 1)x + 12$$

باید معادله $(m - 2)x^2 - 2(m + 1)x + 12 = 0$ دو ریشه‌ی حقیقی و متمایز منفی داشته باشد بنابراین:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow 4(m + 1)^2 - 4 \times 12(m - 2) > 0 \xrightarrow{\div 4} m^2 + 2m + 1 - 12m + 24 > 0 \\ \Rightarrow m^2 - 10m + 25 > 0 \Rightarrow (m - 5)^2 > 0 \Rightarrow m \neq 5 \quad (1) \\ S < 0 \Rightarrow \frac{m+1}{m-2} < 0 \Rightarrow -1 < m < 2 \quad (2) \\ P > 0 \Rightarrow \frac{12}{m-2} > 0 \Rightarrow m > 2 \quad (3) \end{cases}$$

$(1) \cap (2) \cap (3) \rightarrow \emptyset$ (هیچ مقدار m)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید دو ریشه هم علامت نباشند، بنابراین: $\frac{c}{a} < 0$.

$$\frac{1-m}{m+2} < 0 \Rightarrow m < -2 \text{ یا } m > 1$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در هر دوزنقه با رسم دو قطر، دو مثلث بین دو قطر و ساق‌ها هم‌مساحت هستند و مساحت هرکدام واسطه هندسی بین مساحت مثلث‌های بین دو قطر و دو قاعده است، یعنی در شکل زیر داریم:

$$S_{OAD} = S_{OBC} = S_1$$

می‌دانیم در دوزنقه‌ها دو مثلث ایجاد شده با دو قطر و دو ساق هم‌مساحت‌اند:

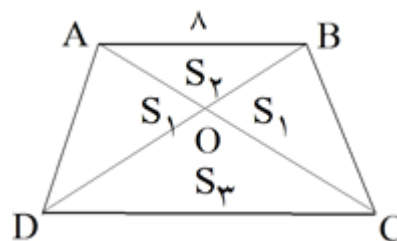
$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{AO}{CO} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{OA}{OC} = \frac{2}{3} \Rightarrow S_2 = \frac{2}{3} S_1$$

$$\frac{S_1}{S_3} = \frac{OA}{OC} = \frac{2}{3} \Rightarrow S_3 = \frac{3}{2} S_1$$

$$S_{ABCD} = 2S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow \frac{1}{2}h(AB + CD) = 2S_1 + \frac{2}{3}S_1 + \frac{3}{2}S_1 \Rightarrow \frac{1}{2}(10)(8 + 12) = \left(2 + \frac{2}{3} + \frac{3}{2}\right)S_1$$

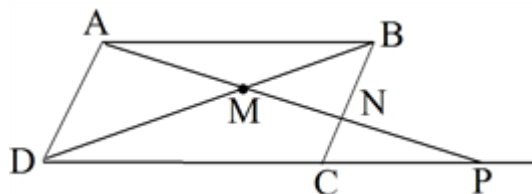
$$\Rightarrow 100 = \frac{12 + 4 + 9}{6} S_1 \Rightarrow S_1 = \frac{600}{25} = 24$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از قضیه‌ی تالس به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} BN \parallel AD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MN}{AM} = \frac{BM}{MD} \\ AB \parallel DP \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BM}{MD} = \frac{AM}{MP} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{MN}{AM} = \frac{AM}{MP}$$

$$\Rightarrow AM^2 = MN \times MP$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از قضیه‌ی تالس به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} AC \parallel BD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OA}{AB} = \frac{OC}{CD} \\ BC \parallel DE \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OC}{CD} = \frac{OB}{BE} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{OB}{BE} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{8}{BE} \Rightarrow BE = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$



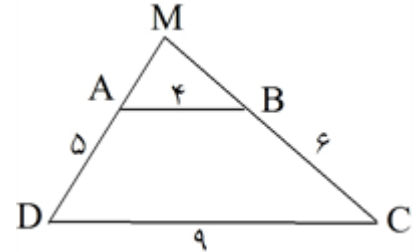
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنا بر فرض تست شکل مقابل را خواهیم داشت:

$$AB \parallel DC \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{AB}{DC} = \frac{MB}{MC}$$

$$\frac{MA}{MD} = \frac{4}{9} \xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{تفصیل از ۲}} \frac{MA}{5} = \frac{4}{9} \Rightarrow MA = \frac{20}{9}$$

$$\frac{MB}{MC} = \frac{4}{9} \xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{تفصیل از ۲}} \frac{MB}{6} = \frac{4}{9} \Rightarrow MB = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$$

$$\text{محیط MAB} = MA + MB + AB = \frac{20}{9} + \frac{8}{3} + 4 = \frac{124}{9}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مطابق شکل فاصله‌ی نقطه‌ی A از ضلع مربع برابر نصف طول ضلع است و می‌دانیم فاصله‌ی

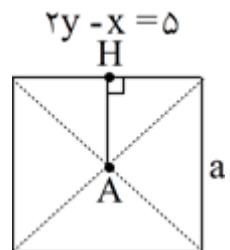
نقطه‌ی $A(x, y)$ از خط $ax + by + c = 0$ از رابطه‌ی $AH = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ به دست می‌آید.

$$A(3, -1)$$

$$2y - x = 5 \Rightarrow x - 2y + 5 = 0$$

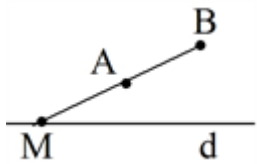
$$AH = \frac{|3 + 2 + 5|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{a}{2} = 2\sqrt{5} \Rightarrow a = 4\sqrt{5} \Rightarrow S = a^2 = (4\sqrt{5})^2 = 80$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر دو نقطه‌ی A و B در یک طرف خطی قرار داشته باشند و بخواهیم نقطه‌ای روی خط d در

نظر بگیریم، به طوری که تفاضل فواصل آن نقطه از A و B بیش‌ترین مقدار را داشته باشد، کافی است نقطه‌ی تقاطع خط d را با امتداد AB به دست آوریم. (مطابق شکل)



$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - 2}{4 - 2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{معادله‌ی AB: } y - 2 = \frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 1$$

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{2}x - 1 \\ d: y = x - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2}x - 1 = x - 1 \Rightarrow x = 0$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در معادله‌ی درجه دوم $ax^2 + bx + c$ ، مجموع دو ریشه‌ی معادله‌ی $\left(-\frac{b}{a}\right)$ است.

$$6x^2 + (k+1)x + k = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = k+1 \\ c = k \end{cases} \quad \text{بنابراین:}$$

$$\xrightarrow{\text{طبق فرض مسئله}} -\frac{b}{a} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{-(k+1)}{6} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{-k-1}{6} = \frac{1}{6} \Rightarrow -k-1 = 1 \Rightarrow -k = 2 \Rightarrow k = -2$$

$$\xrightarrow{k=-2} 6x^2 + (-2+1)x - 2 = 0$$

با به دست آوردن k معادله را بازنویسی می‌کنیم:

$$\Rightarrow 6x^2 - 1x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -1 \\ c = -2 \end{cases}$$

حال از طریق روش دلتا ریشه‌های معادله‌ی فوق را می‌یابیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(6)(-2) = 1 + 48 = 49$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{2(6)} = \frac{1 \pm 7}{12} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1+7}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ ریشه ی مثبت} \\ x_2 = \frac{1-7}{12} = \frac{-6}{12} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر از D به AC عمود کنیم و طول این عمود برابر h باشد، داریم:

$$\left. \begin{aligned} S_{DEC} &= \frac{EC \cdot h}{2} \\ S_{ADE} &= \frac{AE \cdot h}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{S_{DEC}}{S_{ADE}} = \frac{EC}{AE} = \frac{60}{100} = \frac{3}{5} \xrightarrow[\text{در صورت ترکیب}]{\frac{AC}{AE} = \frac{8}{5}} \frac{AC}{AE} = \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{5}{8}$$

از طرفی $DE \parallel BC$ پس $\triangle ADE \sim \triangle ABC$. در ضمن نسبت تشابه این دو مثلث $\frac{5}{8}$ است، داریم:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{5}{8}\right)^2 \xrightarrow[\text{از مخرج تفصیل}]{\frac{S_{ADE}}{S_{BDEC}}} = \frac{25}{39} \Rightarrow \frac{S_{BDEC}}{S_{ADE}} = \frac{39}{25} = 1.56$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر خطی بر یک منحنی مماس باشد معادله تلاقی ریشه‌ی مضاعف دارد پس:

$$(m+3)x^2 + mx = 2x - 4 \Rightarrow (m+3)x^2 + (m-2)x + 4 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (m-2)^2 - 4(4)(m+3) = 0 \Rightarrow m = -2, 22$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. با فرض این که $x^2 + x = t$ باشد، معادله به صورت زیر خواهد بود.

$$t^2 - 18t + 72 = 0 \Rightarrow (x^2 + x - 12)(x^2 + x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow S = \alpha + \beta = -1 \\ x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow S = x' + x'' = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta + x' + x'' = -2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در معادله‌ی درجه دوم $x^2 - 20x + 64 = 0$ ، اگر x_1, x_2 ریشه‌های معادله باشند، مجموع و

حاصل ضرب ریشه‌ها برابرند با:

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 20, P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 64$$

حال برای تعیین حاصل $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ کافی است این عبارت را به توان ۲ برسانیم و سپس از جواب به ست آمده جذر

بگیریم. داریم:

$$A = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} \Rightarrow A^2 = x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 \cdot x_2} = S + 2\sqrt{P}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می گیریم}} A = \sqrt{S + 2\sqrt{P}} = \sqrt{20 + 2\sqrt{64}} = \sqrt{20 + 2(8)} = \sqrt{36} = 6$$



در معادله‌ی درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، اگر x_1, x_2 دو ریشه‌ی حقیقی معادله باشند، بین آنها روابط

$$P = x_1 x_2 = \frac{c}{a}, S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

برقرار است.

$$x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{3}{16} = 0 \Rightarrow S = x_1 + x_2 = -\frac{-\frac{3}{4}}{1}, P = x_1 x_2 = \frac{-\frac{3}{16}}{1} = -\frac{3}{16}$$

$$\frac{27}{x_1} + \frac{27}{x_2} = 27 \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) = 27 \left(\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} \right) = 27 \left(\frac{\frac{3}{4}}{-\frac{3}{16}} \right) = -108$$

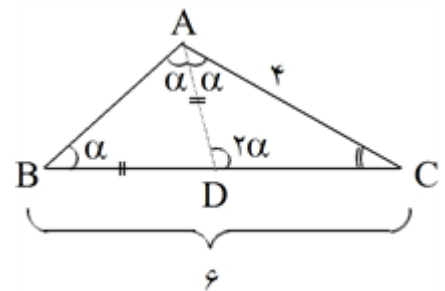
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث ABC، زاویه $\hat{A} = 2\hat{B}$ و $BC = 6$ و $AC = 4$. اگر نیمساز داخلی رأس A را رسم کنیم، چون دو زاویه‌ی داخلی دو مثلث ABC و ACD برابرند، نتیجه می‌گیریم که این دو مثلث متشابه‌اند. با نوشتن نسبت تشابه این دو مثلث، داریم:

$$\triangle ABC \sim \triangle ACD \xrightarrow{\text{نسبت تشابه}} \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{CD} = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{4}{CD} = \frac{6}{4} \Rightarrow CD = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \Rightarrow BD = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$$

چون مثلث ABD متساوی‌الساقین است، لذا $AD = BD = \frac{10}{3}$. بنابراین با جایگذاری $AD = \frac{10}{3}$ در نسبت تشابه بالا، به راحتی اندازه‌ی ضلع AB به دست می‌آید. داریم:

$$\xrightarrow{\text{نسبت تشابه}} \frac{AB}{\frac{10}{3}} = \frac{4}{\frac{8}{3}} \Rightarrow AB = \frac{10}{3} \times \frac{6}{4} = \frac{60}{12} = 5$$



گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. در بحث مثال نقض، می‌توان ثابت کرد که اعداد طبیعی به صورت 2^k را نمی‌توان به صورت حاصل‌جمع اعداد طبیعی متوالی نوشت، در نتیجه $2^6 = 64$ پاسخ صحیح است. حال سه گزینه‌ی دیگر را بررسی می‌کنیم:

(۱) گزینه ی ۴۰: $40 = 6 + 7 + 8 + 9 + 10$

(۲) گزینه ی ۴۶: $46 = 10 + 11 + 12 + 13$

(۳) گزینه ی ۵۶: $56 = 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{6x}{x-1} + \frac{x-1}{3x} = 3$$

$$\frac{6x \cdot 3x + (x-1)^2}{3x(x-1)} = \frac{3}{1} \Rightarrow 18x^2 + x^2 - 2x + 1 = 9x^2 - 9x \Rightarrow 10x^2 + 7x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2 \times 10} = \frac{-7 \pm 3}{20} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-7+3}{20} = \frac{-4}{20} = \frac{-1}{5} \\ x_2 = \frac{-7-3}{20} = \frac{-10}{20} = \frac{-1}{2} \end{cases}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با تغییر متغیر $x^2 + x + 1 = X$ داریم:

$$X^2 + 3X - 4 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب}} \rightarrow$$

$$\begin{cases} X = 1 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 1 \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ ریشه ی ساده} \\ x = -1 \text{ ریشه ی ساده} \end{cases} \Rightarrow \text{ریشه ۲} \\ X = -4 \Rightarrow x^2 + x + 1 = -4 \Rightarrow x^2 + x + 5 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ریشه ندارد} \end{cases}$$

گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0 \Rightarrow \sqrt{4x - 3} = 2 - 3x \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم}^2} 4x - 3 = 4 - 6x$$

$$(2 - 3x)^2 \Rightarrow 4x - 3 = 4 - 12x + 9x^2 \Rightarrow 9x^2 - 16x + 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{7}{9} \end{cases}$$

در حل معادلات رادیکالی باید جواب های به دست آمده را در معادله ی اولیه قرار داده و بررسی کنیم که آیا در معادله

$$x = 1 \Rightarrow 3 - 2 + \sqrt{1} \neq 0 \Rightarrow x = 1 \text{ غیر قابل قبول است} \quad \text{صدق می کنند:}$$

$$x = \frac{7}{9} \Rightarrow 3\left(\frac{7}{9}\right) - 2 + \sqrt{4\left(\frac{7}{9}\right) - 3} = \frac{7}{3} - 2 + \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \neq 0 \Rightarrow x = \frac{7}{9} \text{ غیر قابل قبول است}$$

بنابراین این معادله هیچ جواب حقیقی ندارد.

روش دوم:

$$3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0 \Rightarrow \sqrt{4x - 3} = 2 - 3x \Rightarrow \begin{cases} 4x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{3}{4} \\ 2 - 3x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{2}{3} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \in \emptyset$$

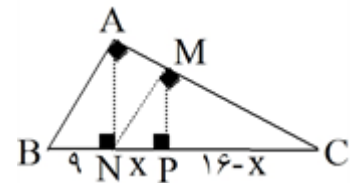
گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. از آن جا که MN و AB موازی هم و MP و AN نیز موازی هم باشند، با توجه به قضیه ی

$$\triangle ABC : MN \parallel AB \xrightarrow{\text{طبق قضیه ی تالس}} \frac{CM}{MA} = \frac{CN}{NB} = \frac{16}{9} \text{ تالس داریم:}$$

$$\triangle ACN : MP \parallel AN \xrightarrow{\text{طبق قضیه ی تالس}} \frac{CM}{MA} = \frac{CP}{PN} = \frac{16 - x}{x}$$

چون نسبت $\frac{CM}{MA}$ در هر دو تناسب وجود دارد به راحتی نتیجه می گیریم که $\frac{CN}{NB} = \frac{CP}{PN}$ است، یعنی:

$$\frac{16}{9} = \frac{16 - x}{x} \Rightarrow 16x = 144 - 9x \Rightarrow 25x = 144 \Rightarrow x = \frac{144}{25} = \frac{576}{100} = 5.76$$



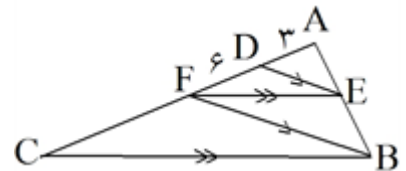
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در شکل مقابل با توجه به قضیه ی تالس، می نویسیم:

$$\Delta ABC : EF \parallel BC \xrightarrow{\text{طبق قضیه ی تالس}} \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB}$$

$$\Delta ABF : DE \parallel FB \xrightarrow{\text{طبق قضیه ی تالس}} \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BF} = \frac{AD}{AF} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

از تناسب دوم داریم $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{3}$. آن را در تناسب اول جایگذاری می کنیم و داریم:

$$\frac{EF}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow BC = 3EF$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

با محاسبه ی Δ و $P = x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ و نیز $S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$ در معادله ی درجه دوم $x^2 - 3x + 1 = 0$ داریم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= 9 - 4(1)(1) = 5 \Rightarrow \Delta > 0 \\ P &= x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow P > 0 \\ S &= x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{-(-3)}{1} = 3 \Rightarrow S > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{معادله دو جواب حقیقی و هم علامت (+) دارد.}$$

حال رابطه ی خواسته شده را می توان با استفاده از خواص رادیکالی به صورت زیر ساده نمود:

$$A = x_1 \sqrt{x_2} + x_2 \sqrt{x_1} = (\sqrt{x_1})^2 \sqrt{x_2} + (\sqrt{x_2})^2 \sqrt{x_1} = \sqrt{x_1 x_2} (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})$$

$$\xrightarrow{x_1 x_2 = P} A = \sqrt{P} (\sqrt{S + 2\sqrt{P}}) \xrightarrow[S=3]{P=1} A = \sqrt{1} (\sqrt{3 + 2\sqrt{1}})$$

$$A = \sqrt{1} (\sqrt{3 + 2\sqrt{1}}) \Rightarrow A = \sqrt{5}$$

(توجه کنید که $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}}$ به سادگی قابل اثبات است. کافی است طرفین این رابطه را به توان ۲

برسانید تا به صحت آن پی ببرید. البته واضح است که باید $x_1, x_2 > 0$)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به این که همواره جواب های یک معادله در آن صدق می کنند، اگر x_1 و x_2 جواب های

معادله ی $x^2 - x - 3 = 0$ باشند، داریم:

$$x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1^2 - x_1 - 3 = 0 \Rightarrow x_1^2 - 3 = x_1 \\ x_2^2 - x_2 - 3 = 0 \Rightarrow x_2^2 - 3 = x_2 \end{cases}$$

حال در عبارت داده شده، مقادیر فوق را جایگذاری می کنیم:

$$(x_1^2 - 3)(x_2^2 - 3) = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{1} = -3$$

۱۰۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا با قرار دادن $x = 2$ در معادله‌ی داده شده، a را می‌یابیم:

$$x(ax^2 - x - 5) = 2 \xrightarrow{x=2} 2(4a - 2 - 5) = 2 \Rightarrow 4a - 7 = 1 \Rightarrow a = 2$$

پس معادله به صورت $2x^2 - x^2 - 5x - 2 = 0$ می‌شود. حال با تقسیم معادله بر $x - 2$ آن را به شکل زیر بازنویسی

$$2x^2 - x^2 - 5x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(2x^2 + 3x + 1) = 0.$$

می‌کنیم:

اما می‌دانیم مجموع دوریشه‌ی دیگر که ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم داخل پرانتز می‌باشند، برابر با $-\frac{3}{2} = -\frac{b}{a}$ می‌شود.

۱۰۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله‌ی $4x^2 - 12x + 1 = 0$ دارای دو جواب مثبت است $(\alpha, \beta > 0)$ ، حال عبارت خواسته

شده را بر حسب S و P می‌نویسیم:

$$A = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}} \xrightarrow[\alpha > 0, \beta > 0]{\text{طرفین به توان } 2} A^2 = \frac{(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2}{(\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta})^2}$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{\alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta} \xrightarrow[P = \alpha\beta]{S = \alpha + \beta} A^2 = \frac{S + 2\sqrt{P}}{P}$$

حال مقدار A^2 را با توجه به مقادیر $P = \frac{c}{a} = \frac{1}{4}$ و $S = \frac{-b}{a} = \frac{12}{4} = 3$ محاسبه می‌کنیم:

$$\xrightarrow[P = \frac{1}{4}]{S = 3} A^2 = \frac{3 + 2\sqrt{\frac{1}{4}}}{\frac{1}{4}} \Rightarrow A^2 = 16 \xrightarrow{A > 0} A = 4$$

۱۰۳

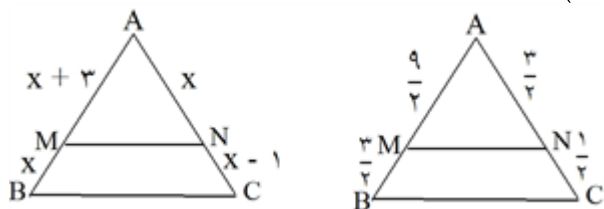
گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر MN موازی BC باشد، آن‌گاه بر اساس قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{x+3}{x} = \frac{x}{x-1} \Rightarrow \cancel{x}^2 + 2x - 3 = \cancel{x}^2 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

بنابراین شکل به صورت روبه‌رو درمی‌آید. از طرفی می‌دانیم نسبت مساحت دو مثلث متشابه برابر با مربع نسبت تشابه

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AMN}} = \left(\frac{AC}{AN}\right)^2 = \left(\frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$$

آن‌ها است، بنابراین:



۱۰۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق تعریف واسطه‌ی هندسی داریم:

$$x_1 x_2 = (\sqrt{2})^2 \Rightarrow x_1 x_2 = 2$$

از طرفی حاصل‌ضرب جواب‌های معادله‌ی داده شده برابر با $\frac{c}{a} = \frac{m^2 - 3}{m}$ می‌باشد، پس داریم:

$$\frac{m^2 - 3}{m} = 2 \Rightarrow m^2 - 3 = 2m \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Rightarrow (m - 3)(m + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}$$

فقط $m = -1$ قابل قبول می‌باشد، زیرا به ازای $m = 3$ ، دلتای معادله منفی بوده و معادله فاقد جواب می‌باشد.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰۵

$$mx^r - (m + r)x + 5 = 0$$

$$S^r - rP = f \Rightarrow \left(\frac{m+r}{m}\right)^r - r\left(\frac{5}{m}\right) = f \Rightarrow (m+r)^r - 1 \cdot m = fm^r$$

$$\Rightarrow 5m^r + rm - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{9}{5} \end{cases}$$

$$\Delta = (m+r)^r - r \cdot m \begin{cases} m = 1 \Rightarrow \Delta = 16 - 20 < 0 \\ m = -\frac{9}{5} = -1/8 \Rightarrow \Delta = (1/2)^r - 20(-1/8) > 0 \end{cases}$$

پس فقط $m = -\frac{9}{5}$ قابل قبول است.

$$\begin{cases} 11 \times \frac{4}{100} = 4/4 \\ 4 \times \frac{5}{100} = 2/8 \end{cases} \Rightarrow 4/4 + 2/8 = 7/2 \quad \text{جرم کل رنگ}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۶

فرض می‌کنیم با تبخیر x کیلوگرم محلول، غلظت آن به ۵۰٪ می‌رسد. داریم:

$$\frac{7/2}{15-x} = \frac{50}{100} \Rightarrow 15-x = 14/2 \Rightarrow x = 0.5 \text{ کیلوگرم}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۷

$$y - 4 = 2(x + 2) \Rightarrow y = 2x + 8$$

$$\begin{cases} y = 2x + 8 \\ y = x^2 \end{cases} \Rightarrow x^2 = 2x + 8 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = 4^2 = 16 & A(4, 16) \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow y = (-2)^2 = 4 & B(-2, 4) \end{cases}$$

$$M \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{4 + (-2)}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{16 + 4}{2} = 10 \end{cases} \Rightarrow M(1, 10)$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۸

$$\frac{x^r}{x-4} - \frac{2x+8}{x-4} = 2x$$

$$D = R - [4]$$

طرفین معادله را در $(x-4)$ ضرب می‌کنیم.

$$(x-4) \left(\frac{x^r}{x-4} - \frac{2x+8}{x-4} = 2x \right) \Rightarrow x^r - (2x+8) = 2x(x-4)$$

$$x^r - 2x - 8 = 2x^2 - 8x \Rightarrow x^r - 2x^2 - 2x + 8x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow -x^r + 6x - 8 = 0 \xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم}]{\text{طرفین معادله را در یک منفی}} x^r - 6x + 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases} \quad \text{غ ق چون مخرج کسر را صفر می‌کند}$$

تفاضل معکوس جواب از خود جواب یعنی $x - \frac{1}{x}$ و چون جواب معادله $x = 2$ بود بنابراین داریم:

$$x - \frac{1}{x} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$A \begin{vmatrix} -1 \\ 3 \end{vmatrix} B \begin{vmatrix} 2 \\ 5 \end{vmatrix}$$

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{3 - 5}{-1 - 2} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3} \Rightarrow m = \frac{2}{3}$$

$$y = mx + n \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + n$$

مختصات هر نقطه از خط در معادله خط صدق می‌کند یعنی می‌توانیم به جای x و y در معادله خط مختصات نقطه را قرار دهیم. بنابراین مختصات نقطه‌ی A را در معادله‌ی خط قرار می‌دهیم.

$$y = \frac{2}{3}x + n \xrightarrow{(-1, 3)} 3 = \frac{2}{3}(-1) + n \Rightarrow n = 3 + \frac{2}{3} \Rightarrow n = \frac{11}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$$

بنابراین معادله‌ی خط به صورت روبه‌رو می‌باشد.

معادله‌ی خط به دست آمده را با معادله‌ی خط $y + x + 3 = 0$ در یک دستگاه حل می‌کنیم تا عرض نقطه‌ی تقاطع به دست

$$\begin{cases} y = \frac{2}{3}x + \frac{11}{3} \\ x = -y - 3 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{2}{3}(-y - 3) + \frac{11}{3}$$

آید.

طرفین معادله را در ۳ ضرب می‌کنیم.

$$3 \left(y = \frac{2}{3}(-y - 3) + \frac{11}{3} \right) \Rightarrow 3y = -2y - 6 + 11 \Rightarrow 5y = 5 \Rightarrow y = 1$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. چون شیب و خط $2y + x = 6$ و $2x - y = 7$ عکس و قرینه‌ی یکدیگر می‌باشند، دو ضلع داده شده مجاور هم می‌باشند. از طرفی مختصات نقطه‌ی A در هیچ‌یک از دو خط صدق نمی‌کند پس رأس A مقابل به دو ضلع واقع شده است به صورت روبه‌رو:

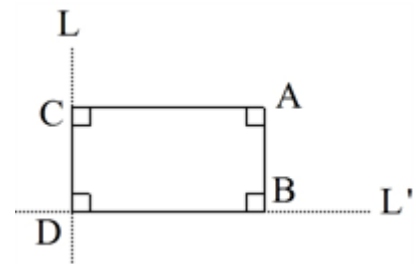
کافی است فاصله‌ی نقطه‌ی A را از هریک از دو ضلع به دست آورده تا طول و عرض مستطیل به دست آید و از آن‌جا مساحت را تعیین کنیم. فاصله‌ی نقطه‌ی $A(x, y)$ از خط $ax + by + c = 0$ از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$AH = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$x + 2y - 6 = 0 \Rightarrow AH = \frac{|1 + 10 - 6|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

$$2x - y - 7 = 0 \Rightarrow AH' = \frac{|16 - 5 - 7|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

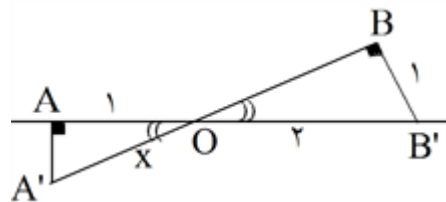
$$A = AH \cdot AH' = \frac{12}{\sqrt{5}} \times \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{48}{5} = 9\frac{3}{5}$$



$$\Delta OBB' : OB^x = OB^y + BB^x \Rightarrow OB^y = x - 1 = x \Rightarrow OB = \sqrt{x}$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 \\ A = B \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AOA' \sim \triangle BOB' \Rightarrow \frac{A'O}{OB'} = \frac{AO}{OB} \Rightarrow \frac{x}{x} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

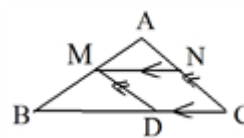
$$\Rightarrow x = \frac{x\sqrt{x}}{x}$$



$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC, MD \parallel AC \Rightarrow \triangle BMD \sim \triangle ABC$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{AM}{MB} = \frac{x}{y} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AM}{AB} = \frac{x}{x+y} = k_1 \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = k_1^2 = \frac{x^2}{(x+y)^2} \\ \frac{BM}{AB} = \frac{y}{x+y} = k_2 \Rightarrow \frac{S_{\triangle BMD}}{S_{\triangle ABC}} = k_2^2 = \frac{y^2}{(x+y)^2} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} + \frac{S_{\triangle BMD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{x^2}{(x+y)^2} + \frac{y^2}{(x+y)^2} = \frac{x^2 + y^2}{(x+y)^2} = \frac{13}{25} \Rightarrow \frac{S_{MNC}}{S_{ABC}} = \frac{12}{25} = 48\%$$



$$x_1 + x_2 = m, x_1 x_2 = 1 - m$$

طبق فرض باید $x_1^2 + x_2^2$ برابر ۱ باشد، بنابراین:

$$x_1^2 + x_2^2 = 1 \Rightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 1 \Rightarrow (m)^2 - 2(1 - m) = 1 \Rightarrow m^2 + 2m - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (m - 1)(m + 3) = 0 \Rightarrow m = 1, -3$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴

۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴

۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴

