



www.sejall.ir

تست های طبقه بندی شده و فصل به فصل کنکور سراسری همراه با پاسخ کامل تشریحی

پایه تحصیلی : دهم ریاضی

نام درس : هندسه ۱

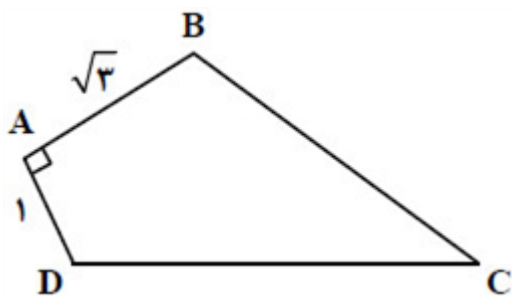
نام آموزشگاه : سامانه جامع آزمونهای

الکترونیکی سجال sejall.ir

سوال ۱۴۸

هندسه ۱

۱ در شکل مقابل، از نقاط B و D به ترتیب دو پاره خط موازی اضلاع AB و AD چنان رسم می‌کنیم که یکدیگر را در نقطه E درون چهارضلعی قطع کنند. اگر $\widehat{CDE} = 30^\circ$ و فاصله نقطه E تا وسط ضلع BC برابر $1/5$ باشد، طول ضلع DC کدام است؟



۴ ۶

۳ ۵

۲ ۴

۱ ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲ در مثلث قائم‌الزاویه ABC فاصله پای ارتفاع وارد بر وتر تا رأس C برابر ۹ است. اگر طول وتر ۲۴ باشد، نسبت طول اضلاع قائمه کدام است؟

۴ $\frac{\sqrt{17}}{2}$

۳ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۲ $\frac{\sqrt{15}}{3}$

۱ $\frac{\sqrt{10}}{3}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳ نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AC و BC مثلث ABC، انتخاب شده‌اند اگر $AM = 3$ CM و مساحت مثلث ABC، ۲ برابر مساحت مثلث CMN باشد، مقدار $\frac{BN}{CN}$ کدام است؟

۴ $2/0$

۳ $8/0$

۲ $75/0$

۱ $25/0$

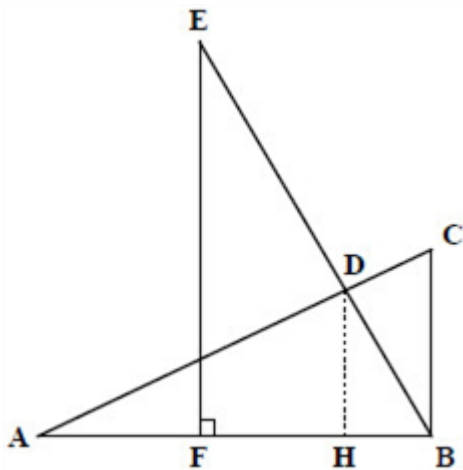
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

www.sejall.ir

تست های طبقه بندی شده و فصل به فصل کنکور سراسری همراه با پاسخ کامل تشریحی



۴ در شکل مقابل، دو مثلث ABC و BEF همنهشت هستند. اگر $AB = ۲$ ، $BC = ۱$ و $EF \parallel DH$ باشد، اندازه DH کدام است؟



۴ ۰/۸

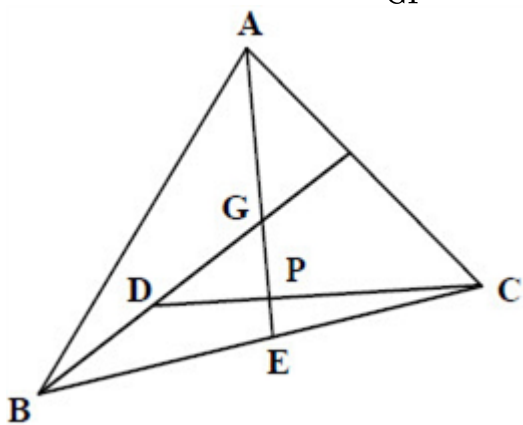
۳ ۰/۷۵

۲ ۰/۶

۱ ۰/۵۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵ در شکل مقابل، نقطه G مرکز ثقل مثلث ABC است. اگر $BD = DG$ باشد، مقدار $\frac{AG}{GP}$ کدام است؟



۴ ۴/۵

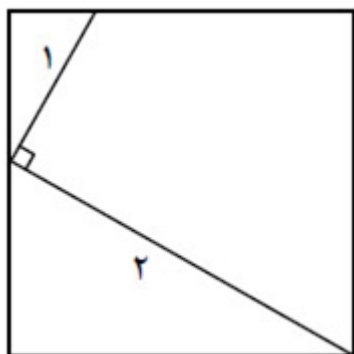
۳ ۴

۲ ۳/۵

۱ ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۶ مساحت مربع شکل مقابل، چقدر است؟



۴ ۳/۲

۳ ۳/۶

۲ ۴/۵

۱ ۴/۹

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

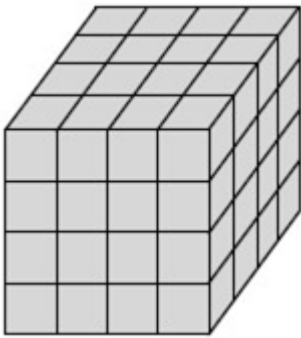


۷ برای کدام گزاره، نمی‌توان مثال نقض ارائه کرد؟

- ۱ هر دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، هم‌نهشت‌اند.
- ۲ در هر مثلث، هر ارتفاع از هر کدام از سه ضلع مثلث، کوچک‌تر است.
- ۳ در هر مثلث، اگر دو ضلع برابر باشند، دو زاویه روبه‌رو به آنها نیز برابرند.
- ۴ در هر مثلث، اندازه بزرگ‌ترین زاویه از ۴ برابر اندازه کوچک‌ترین زاویه، کوچک‌تر است.

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۸ تمام وجه‌های مکعب به ابعاد $4 \times 4 \times 4$ شکل مقابل، رنگ‌آمیزی شده است. چند مکعب به ابعاد $1 \times 1 \times 1$ وجود دارد که فقط یک وجه‌شان رنگ شده است؟



۲۴ ۴

۱۶ ۳

۱۲ ۲

۸ ۱

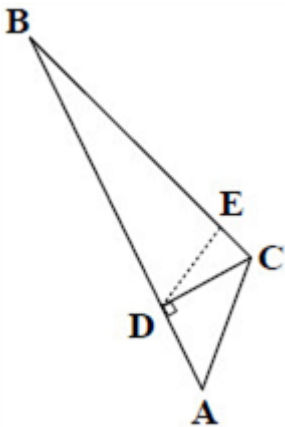
سراسری-ریاضی-۱۴۰۴ تیرماه

۹ با استفاده از کدام روش رسم زیر، می‌توانیم نقطه‌ای در فاصله بین دو ضلع یک زاویه بیابیم به طوری که فاصله آن نقطه از یک ضلع زاویه دو برابر فاصله آن نقطه از ضلع دیگر زاویه باشد؟

- ۱ رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای روی آن
- ۲ رسم خط موازی با نیمساز یک زاویه، از نقطه‌ای روی آن
- ۳ رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن
- ۴ رسم خط موازی با یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن

سراسری-ریاضی-۱۴۰۴ تیرماه

۱۰ اگر $AC = 3$ ، $BC = 9$ و DE بر BC عمود باشد، طول BE کدام است؟ ($\hat{C} = 90^\circ$)



۵/۶ ۴

۶/۴ ۳

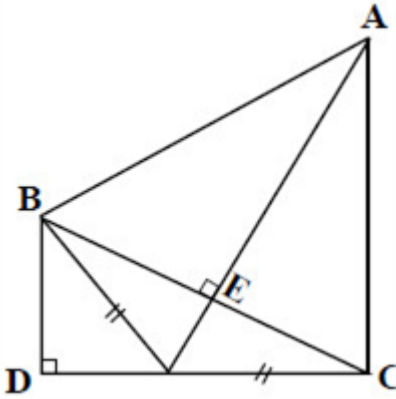
۷/۲ ۲

۸/۱ ۱

سراسری-تجربی-۱۴۰۴ تیرماه



۱۱ در شکل مقابل، $BD = 2$ ، $CD = 4$ و زاویه $\widehat{ACD}$ قائمه است. مساحت مثلث ABE کدام است؟



۲/۵ (۴)

۵ (۳)

۷/۵ (۲)

۱۰ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۴ تیرماه

۱۲ مثلثی با اضلاع ۴، ۵ و x با مثلثی با اضلاع ۳، ۷ و y متشابه است. اختلاف کمترین و بیشترین مقادیر ممکن برای y کدام است؟

۲/۸ (۴)

۳/۱۵ (۳)

۶/۳۵ (۲)

۷/۲ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۴ تیرماه

۱۳ در یک متوازی‌الاضلاع به مساحت ۵۴، نسبت دو ضلع مجاور ۲ به ۳ است. اگر زاویه بزرگتر بین دو ضلع مجاور ۱۵۰ درجه باشد، محیط متوازی‌الاضلاع کدام است؟

$30\sqrt{2}$ (۴)

$15\sqrt{2}$ (۳)

۱۵ (۲)

۳۰ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۴ تیرماه

۱۴ ارتفاع یک مثلث ۲ واحد بیشتر از ۳ برابر قاعده آن است. اگر ۴ واحد هم به ارتفاع و هم به قاعده این مثلث اضافه شود، مساحت مثلث جدید ۴/۵ برابر مساحت مثلث اولیه می‌شود. مساحت مثلث اولیه کدام است؟

۲۸ (۴)

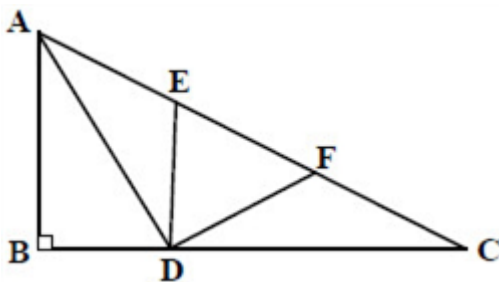
۱۶/۵ (۳)

۱۴/۵ (۲)

۸ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۴ تیرماه

۱۵ در مثلث شکل مقابل، اگر مثلث DEF متساوی‌الاضلاع و مثلث‌های ADE و CFD متساوی‌الساقین باشند، آنگاه $\frac{AD}{BD}$ کدام است؟



$\sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

۱/۵ (۲)

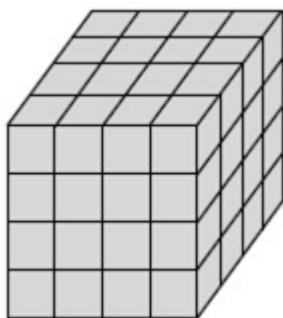
۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



۱۶

تمام وجه‌های مکعب شکل مقابل رنگ‌آمیزی شده است. تعداد مکعبات کوچک رنگ شده چند برابر تعداد مکعبات کوچک رنگ نشده است؟



۴ ۱

۶ ۲

۷ ۳

۸ ۴

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۷

با استفاده از کدام روش رسم زیر، می‌توانیم نقطه‌ای در فاصله بین دو ضلع یک زاویه بیابیم به طوری که فاصله آن نقطه از یک ضلع زاویه ۱/۵ برابر فاصله آن نقطه از ضلع دیگر زاویه باشد؟

۱ رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای روی آن

۲ رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن

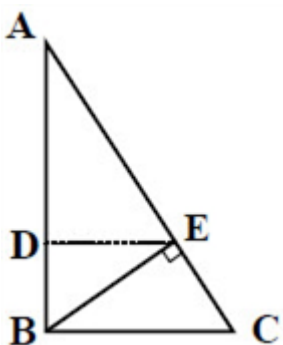
۳ رسم خط موازی با نیمساز یک زاویه، از نقطه‌ای روی آن

۴ رسم خط موازی با یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۸

اگر $AB = ۴$ ، $BC = ۳$ و DE ارتفاع رسم شده در مثلث ABE باشد، طول AD کدام است؟ ($\hat{B} = ۹۰^\circ$)



۲/۵۶ ۱

۲/۶۴ ۲

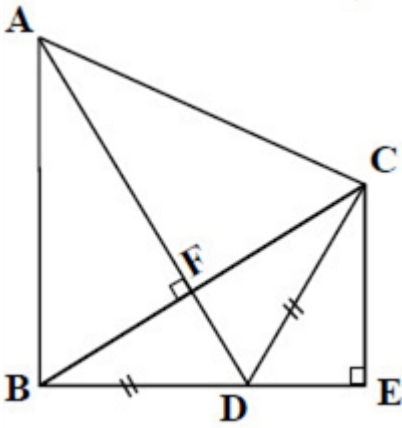
۳/۰۴ ۳

۳/۰۶ ۴

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی



۱۹ در شکل مقابل، $CE = ۳$ ، $BE = ۴$ و زاویه ABE قائمه است. مساحت مثلث ACF کدام است؟



۴ $\frac{۲۵}{۶}$

۳ $\frac{۲۵}{۸}$

۲ $\frac{۲۵}{۳}$

۱ $\frac{۲۵}{۴}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۰ مثلث ABC با اضلاع ۵، ۶ و a و مثلث DEF با اضلاع ۹، ۴ و b متشابه هستند. حاصل ضرب کمترین و بیشترین مقدار ممکن برای b کدام است؟

۴ ۱۶

۳ ۲۱

۲ ۳۶

۱ ۸۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۱ در یک دوزنقه متساوی الساقین اندازه قاعده کوچک و هر ساق، به ترتیب، ۲ و ۵ است. اگر $\cos \theta = \frac{۵}{۶}$ و θ زاویه حاده بین ساق و یکی از قاعده‌ها باشد، مساحت دوزنقه کدام است؟

۴ ۴۰

۳ ۳۲

۲ ۲۰

۱ ۱۶

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۲ طول یک مستطیل ۳ سانتی‌متر بیشتر از ۴ برابر عرض آن است. اگر ۹ واحد به طول و هم به عرض این مستطیل اضافه شود، مساحت مستطیل جدید ۱۰ برابر مساحت مستطیل اولیه می‌شود. محیط مستطیل اولیه کدام است؟

۴ ۲۶

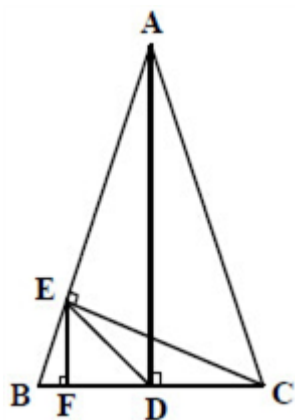
۳ ۳۱

۲ ۳۶

۱ ۴۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۳ در شکل مقابل، مثلث ABC متساوی الساقین بوده و $AB = ۲CE$ است. اگر $DE = ۲\sqrt{۳} + ۴$ باشد، اندازه BF کدام است؟



۴ $۲\sqrt{۳}$

۳ $\sqrt{۳}$

۲ ۲

۱ ۱

سراسری - ریاضی - اردیبهشت ۱۴۰۴

۲۴ مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه‌ای بر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{2}$ محیط شده است. برای رسم عمود منصف یکی از ساق‌های این مثلث، باید دهانهٔ پرگار را حداقل بیشتر از کدام عدد زیر باز کرد؟

$\sqrt{2} + 1$ (۴)

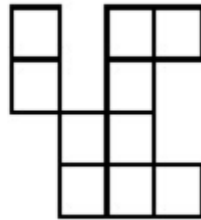
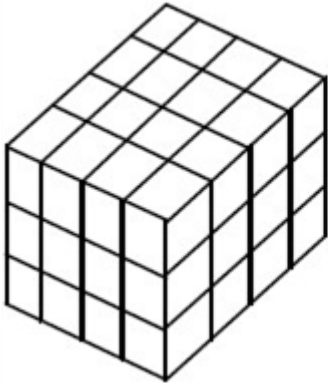
$\sqrt{2} - 1$ (۳)

$2 + \sqrt{2}$ (۲)

$2 - \sqrt{2}$ (۱)

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۲۵ حداکثر چند مکعب کوچک باید از مکعب سمت چپ برداشته شود تا نمای بالا به صورت شکل سمت راست باشد؟



۱۴ (۴)

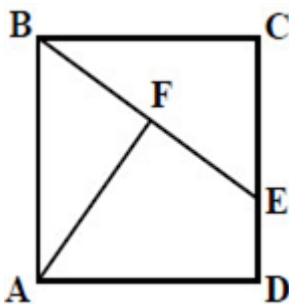
۱۸ (۳)

۳۸ (۲)

۲۴ (۱)

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۲۶ در مربع شکل مقابل، $CD = 3ED$ و نقطه F ، وسط پاره خط BE قرار دارد. اگر $AF = 5$ باشد، مساحت چهارضلعی $ADEF$ کدام است؟



۲۵ (۴)

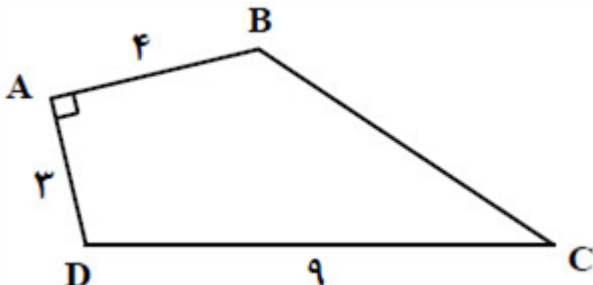
۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۲۷ در چهارضلعی $ABCD$ ، از نقاط B و D دو پاره خط به ترتیب موازی AD و AB طوری رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه M (درون چهارضلعی) قطع کنند. اگر $\widehat{BDC} = 2\widehat{BDM}$ باشد، فاصله نقطه M از وسط ضلع BC چقدر است؟



۳ (۴)

$2/5$ (۳)

۲ (۲)

$1/5$ (۱)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳



۲۸

در مثلث قائم الزاویه ABC، نقطه H، نقطه تلاقی ارتفاع وارد بر وتر است. اگر طول وتر ۲۰ و کمترین فاصله H از رأس‌های مجاورش ۴ باشد، نسبت طول اضلاع قائمه این مثلث کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۲۹

نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AB و BC در مثلث ABC انتخاب شده‌اند. اگر $2BN = 3NC$ و مساحت مثلث ABC، ۳ برابر مساحت مثلث BMN باشد، مقدار $\frac{BM}{AM}$ کدام است؟

$1/4$ (۴)

$1/25$ (۳)

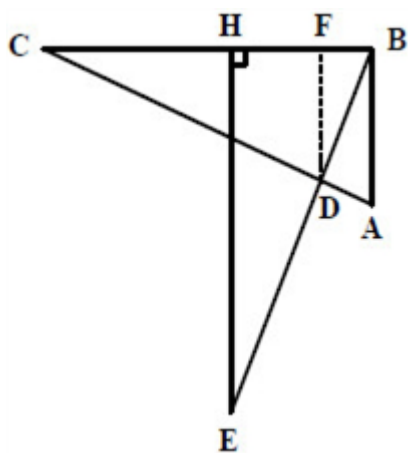
$0/8$ (۲)

$0/75$ (۱)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۳۰

در شکل مقابل، دو مثلث ABC و BEH همنهشت هستند. اگر $AB = 4$ ، $EH = 8$ و $DF \parallel EH$ باشد، اندازه BF کدام است؟



$2/6$ (۴)

$2/4$ (۳)

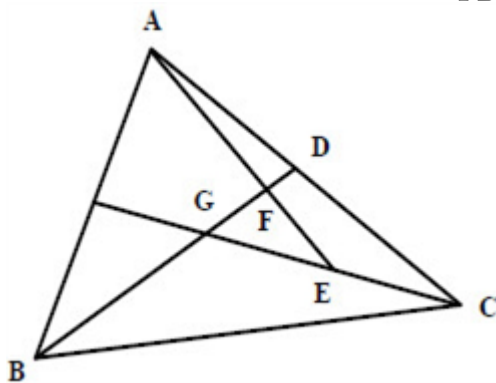
$1/6$ (۲)

$1/4$ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۳۱

در شکل مقابل، G مرکز ثقل مثلث ABC است. اگر $GE = EC$ باشد، مقدار $\frac{BD}{FD}$ کدام است؟



۵ (۴)

۶ (۳)

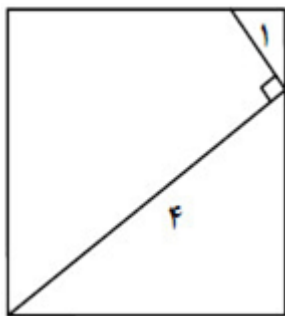
۸ (۲)

۹ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳



۳۲ مساحت مربع شکل زیر، چقدر است؟



۱۰/۲۴ (۴)

۸/۴۱ (۳)

۷/۲۹ (۲)

۱۳/۳۱ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۳۳ برای کدام گزاره، می‌توان مثال نقض ارائه کرد؟

۱ هر چهارضلعی که قطرهای یکدیگر را نصف کنند، متوازی‌الاضلاع است.

۲ اندازه میانه‌های وارد بر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند.

۳ هر چهارضلعی با قطرهای برابر و عمود بر هم، مربع است.

۴ نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث هم‌رسند.

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۳۴ در یک مثلث متساوی‌الساقین، اندازه قاعده ۱۶ و اندازه میانه وارد بر آن، نصف قاعده است. اندازه میانه نظیر هر ساق کدام است؟

۴√۱۰ (۴)

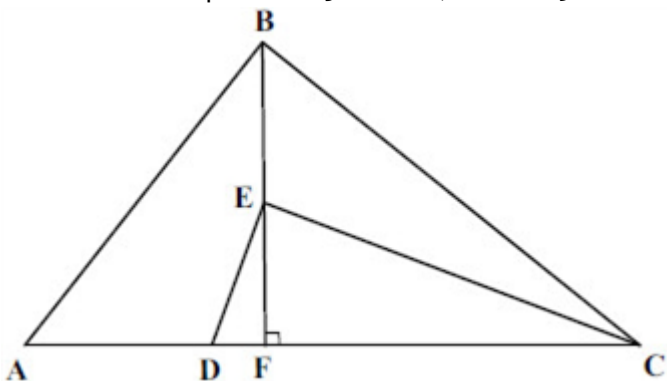
۶√۵ (۳)

۷/۲√۱۰ (۲)

۱۱/۲√۵ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۳۵ در شکل مقابل، $\widehat{ABC} = \widehat{CED} = 90^\circ$ است. اگر $AD = 3$ ، $EF = 4$ و $DF = 1$ باشد، اندازه BC کدام است؟



۸√۵ (۴)

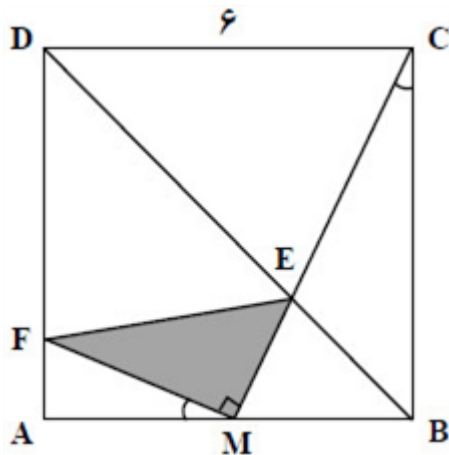
۶√۳ (۳)

۱۰√۲ (۲)

۴√۶ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۳۶ در مربع شکل مقابل، نقطه M وسط ضلع AB و $\widehat{BCE} = \widehat{AMF}$ است. مساحت مثلث سایه خورده کدام است؟



۳/۲۵ (۴)

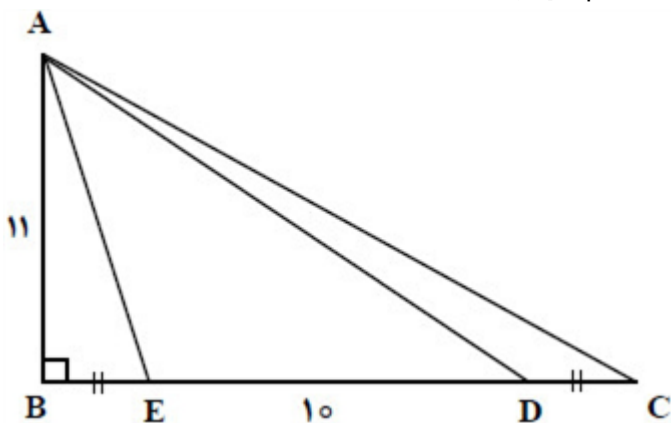
۳/۷۵ (۳)

۴/۲۵ (۲)

۴/۷۵ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۳۷ در شکل مقابل، $\widehat{DAE} = \widehat{ACD}$ و $BE = DC$ است. اندازه DC کدام می‌تواند باشد؟



۵ (۴)

۶ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۳۸ فاصله کدام نقطه از سه ضلع مثلث ABC، همواره یکسان است؟

تلاقی سه عمودمنصف (۴)

تلاقی سه نیمساز (۳)

تلاقی سه میانه (۲)

تلاقی سه ارتفاع (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۳۹ در مثلث ABC، طول دو میانه عمود بر هم رسم شده از رأس‌های B و C به ترتیب، ۱۲ و ۹ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟

۷۲ (۴)

۶۴ (۳)

۵۴ (۲)

۳۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴۰ از رئوس دو سر قطر کوچک یک متوازی‌الاضلاع، خط‌هایی عمود بر قطر بزرگ رسم می‌کنیم تا سه پاره‌خط روی آن ایجاد شود و امتداد این خطوط ضلع مقابل را قطع کند. اگر طول پاره‌خط وسطی روی قطر بزرگ نصف طول پاره‌خط‌های کناری باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع کوچک حاصل از دو عمود رسم شده چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ساخته شده در شکل است؟

۱/۵ (۴)

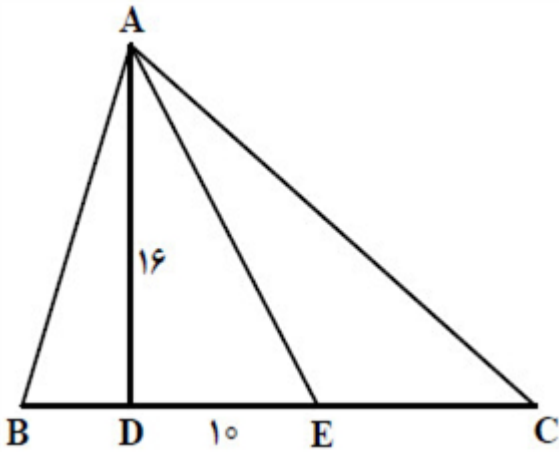
۲ (۳)

۲/۵ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴۱ در شکل مقابل، $B\hat{A}D = E\hat{A}C$ و $BA = BE$ است. طول EC کدام است؟



۱۵/۶ (۴)

۹/۳ (۳)

۱۲/۴ (۲)

۸/۷ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴۲ در یک لوزی، هر ضلع واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه بزرگتر لوزی، چند درجه است؟

۱۱۵ (۴)

۱۳۵ (۳)

۱۲۰ (۲)

۱۵۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴۳ در مثلث ABC، میانه‌های رسم شده از رأس‌های B و C بر هم عمودند. اگر طول میانه رسم شده از رأس C برابر $\frac{4}{5}$ و مساحت این مثلث برابر ۱۸ باشد، نسبت طول میانه‌های رسم شده از دو رأس B و C کدام است؟

$\frac{4}{3}$ (۴)

$\frac{5}{3}$ (۳)

$\frac{19}{9}$ (۲)

$\frac{17}{9}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۴۴ در یک مستطیل، خط‌هایی از دو رأس مقابل بر یک قطر عمود می‌شوند و آن قطر به سه قسمت طوری تقسیم می‌شود که قسمت وسط دو برابر هریک از قسمت‌های کناری است. مساحت این مستطیل چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ایجاد شده در مستطیل است؟

۸ (۴)

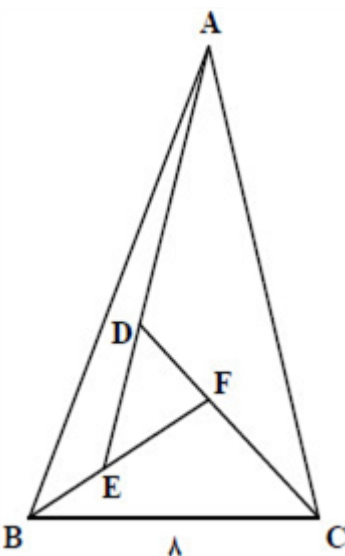
۱۲ (۳)

۱۶ (۲)

۲۴ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۴۵ در شکل مقابل، $\hat{A}BF = \hat{C}AE = \hat{B}CD$ ، $DF = \frac{2}{5}$ و $EF = 3$ است. طول AB کدام است؟



۹/۶ (۴)

۱۰/۵ (۳)

۷/۵ (۲)

۸/۶ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

www.sejall.ir

تست‌های طبقه بندی شده و فصل به فصل کنکور سراسری همراه با پاسخ کامل تشریحی

۴۶ در یک لوزی هر ضلع واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه کوچکتر در هر مثلث حاصل از رسم قطرهای این لوزی چند درجه است؟

۴۵ (۴)

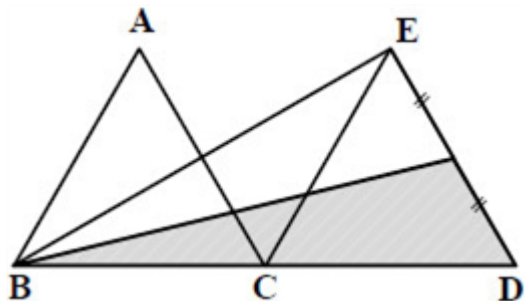
۳۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۴۷ در شکل مقابل، مثلثهای ABC و CDE متساویالاضلاع به ضلع ۴ سانتی متر هستند. مساحت ناحیه هاشورخورده چند سانتی متر مربع است؟



$6\sqrt{3}$ (۴)

$8\sqrt{3}$ (۳)

$4\sqrt{3}$ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۴۸ در یک مثلث قائم الزاویه، اندازه دو پاره‌خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می‌کند، $\frac{6}{4}$ و $\frac{3}{6}$ سانتی متر است. مجموع اندازه‌های دو ضلع زاویه قائمه در این مثلث، چند سانتی متر است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۴۹ در مثلث ABC، $AB = AC$ و عمود منصف AB، ضلع AC را در نقطه M قطع می‌کند. اگر $\widehat{BAM} = 24^\circ$ باشد، اندازه زاویه $\widehat{BMC}$ چند درجه است؟

۷۸ (۴)

۵۴ (۳)

۴۸ (۲)

۳۶ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۵۰ در متوازی‌الاضلاع ABCD، نقاط M و N وسط اضلاع BC و CD هستند. اگر $AB = 8$ و فاصله A از ضلع CD برابر ۶ واحد باشد، مساحت مثلث AMN کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۵۱ در فضا، دو خط L_1 و L_2 موازی هستند. اگر خط d خط L_1 را در یک نقطه قطع کند، کدام مورد در خصوص وضعیت خط d و L_2 همواره درست است؟

غیرموازی‌اند (۴)

غیرمتقاطع‌اند (۳)

موازی‌اند (۲)

متنافرند (۱)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۵۲ در یک n ضلعی، با کم شدن یک ضلع، ۱۶ قطر از تعداد قطرهای آن کم می‌شود. اگر دو ضلع کم شود، چند قطر از تعداد قطرها کم می‌شود؟

۳۳ (۴)

۳۲ (۳)

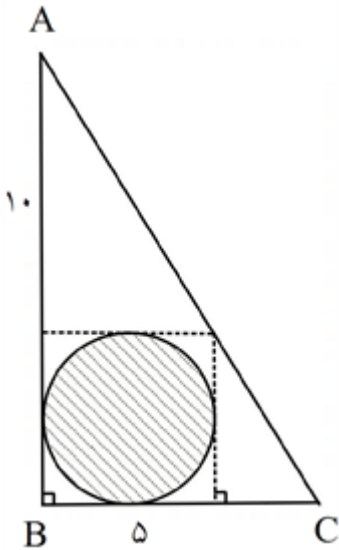
۳۱ (۲)

۳۰ (۱)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱



۵۳ اگر اندازه اضلاع قائمه مثلث ABC، ۵ و ۱۰ باشد، مساحت ناحیه هاشورخورده، کدام است؟



۴ $\frac{5}{4}\pi$

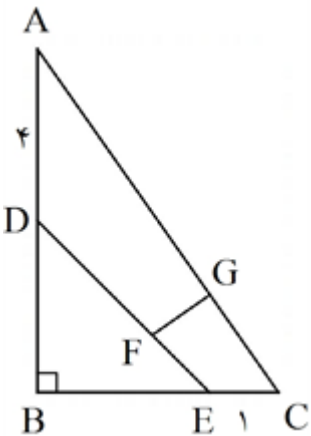
۳ $\frac{9}{4}\pi$

۲ $\frac{16}{9}\pi$

۱ $\frac{25}{9}\pi$

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۵۴ در شکل مقابل، اگر $\frac{AC}{CG} = \frac{DE}{EF} = 4$ باشد، اندازه FG کدام است؟



۴ $1/75$

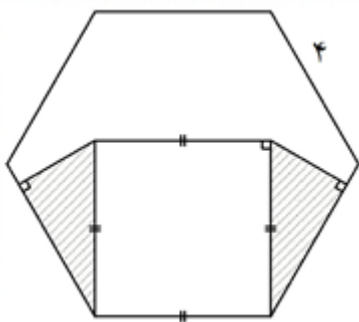
۳ $1/5$

۲ $1/25$

۱ ۱

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۵۵ در شش‌ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشورخورده چند سانتی‌متر مربع است؟



۴ $4\sqrt{3}$

۳ $3\sqrt{3}$

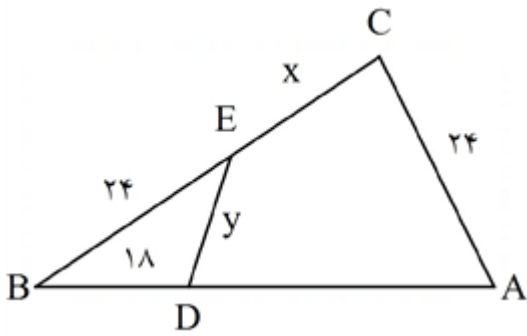
۲ $2\sqrt{3}$

۱ $\sqrt{3}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



۵۶ در شکل مقابل، $\widehat{ECA} = \widehat{BDE}$ و $AB = ۴۸$ است. مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟



۲ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵۷ در مثلث متساوی الساقین ABC، $\widehat{A} = ۸۰^\circ$ و عمودمنصف‌های دو ساق مثلث، قاعده BC را در نقاط M و N قطع می‌کند. کوچک‌ترین زاویه مثلث AMN چند درجه است؟

۳۰ (۴)

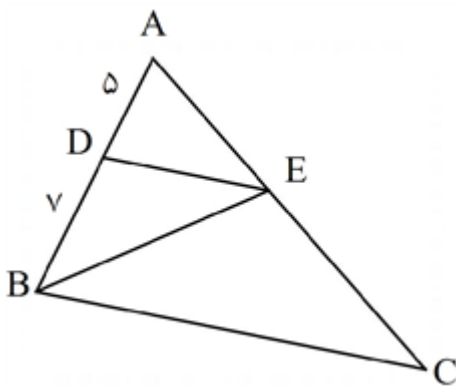
۲۵ (۳)

۲۰ (۲)

۱۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵۸ در مثلث ABC، ضلع BC موازی ضلع DE است. مساحت مثلث BCE، چند برابر مساحت مثلث BDE است؟



$۲/۴$ (۴)

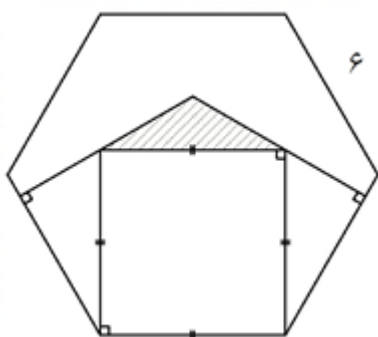
$۲/۱$ (۳)

$۱/۷$ (۲)

$۱/۵$ (۱)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۵۹ در شش‌ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشورخورده چند سانتی‌متر مربع است؟



۲ (۴)

۳ (۳)

$۲\sqrt{۳}$ (۲)

$۳\sqrt{۳}$ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱



۶۰ در یک مثلث قائم الزاویه، اندازه دو پاره‌خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می‌کند $\frac{2}{5}$ و $\frac{14}{4}$ سانتی‌متر است. طول ارتفاع وارد بر وتر، چند سانتی‌متر است؟

۸ (۴)

$\frac{7}{2}$ (۳)

۶ (۲)

$\frac{4}{8}$ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۶۱ در مثلث متساوی‌الساقین ABC، نقطه M وسط ساق AB و عمودمنصف آن، ساق AC را در نقطه N قطع می‌کند. اگر $\widehat{NBC} = 54^\circ$ باشد، اندازه زاویه $\widehat{MNB}$ چند درجه است؟

۷۸ (۴)

۶۶ (۳)

۵۶ (۲)

۴۸ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۶۲ مثلث ABC یک مثلث حاده‌الزاویه است. عمودمنصف ضلع BC و نیمساز زاویه B در نقطه‌ای M در خارج مثلث متقاطع‌اند. کدام گزینه درست است؟

$\widehat{B} < 2\widehat{C}$ (۴)

$\widehat{B} > 2\widehat{C}$ (۳)

$\widehat{B} < \widehat{A}$ (۲)

$\widehat{A} > \widehat{B}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۶۳ در مثلثی به اضلاع ۱۰، ۱۷ و ۲۱، طول یکی از ارتفاع‌ها برابر $AH = 8$ است. اگر M، N و P وسط اضلاع باشند، مساحت چهارضلعی که H رأس‌های آن هستند، کدام است؟

۳۰ (۴)

۲۹ (۳)

۲۸ (۲)

۲۷ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۶۴ رأس‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع بر روی اضلاع یک مثلث متساوی‌الاضلاع دیگر قرار دارد، به طوری‌که اضلاع آن بر یک‌دیگر عمودند. نسبت مساحت مثلث بزرگ‌تر به مساحت مثلث کوچک‌تر، کدام است؟

۴ (۴)

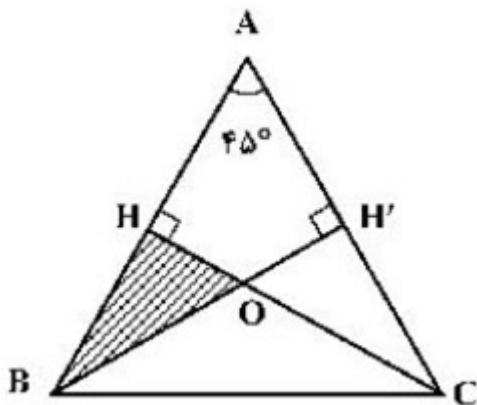
$\frac{3}{5}$ (۳)

$2\sqrt{3}$ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۶۵ در شکل زیر مثلث ABC متساوی‌الساقین و طول ساق AB برابر ۸ واحد است. مساحت مثلث OHB، کدام است؟



$\frac{16}{3+2\sqrt{2}}$ (۴)

$\frac{12}{3+2\sqrt{2}}$ (۳)

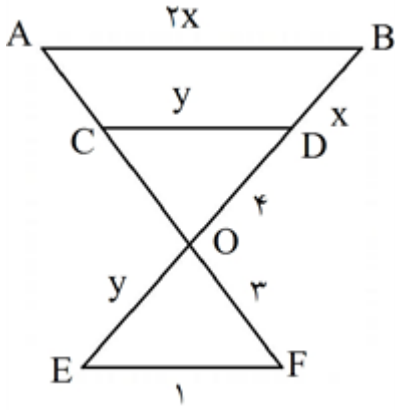
$\frac{8}{2+\sqrt{3}}$ (۲)

$\frac{6}{2+\sqrt{3}}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی



۶۶ در شکل زیر AB، CD و EF موازی‌اند. طول پاره‌خط AC، کدام است؟



۳ (۴)

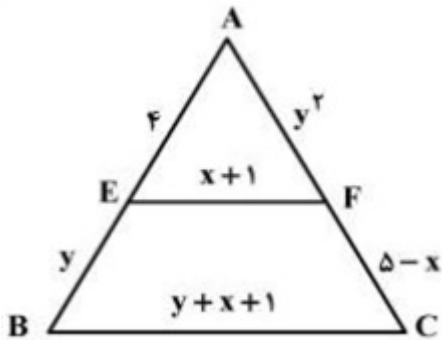
۲ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۷ در شکل زیر EF موازی BC است. مقدار $y - 2x$ ، کدام است؟



۴ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۶۸ در یک مثلث با زاویه 138° ، کوچک‌ترین زاویه‌ی بین دو نیمساز خارجی به درجه، کدام است؟

۴۲ (۴)

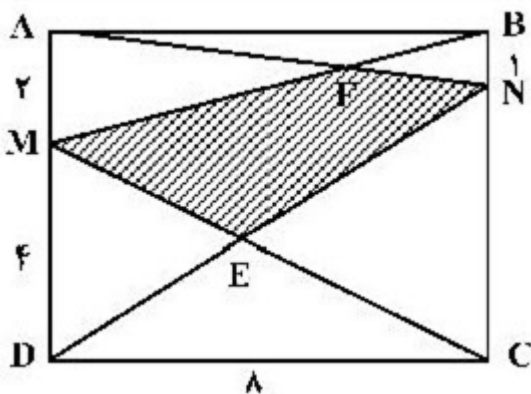
$34/5$ (۳)

$11/5$ (۲)

۲۱ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۶۹ مستطیل ABCD مطابق شکل زیر مفروض است. مساحت چهارضلعی MENF، کدام است؟



۱۶ (۴)

$\frac{47}{3}$ (۳)

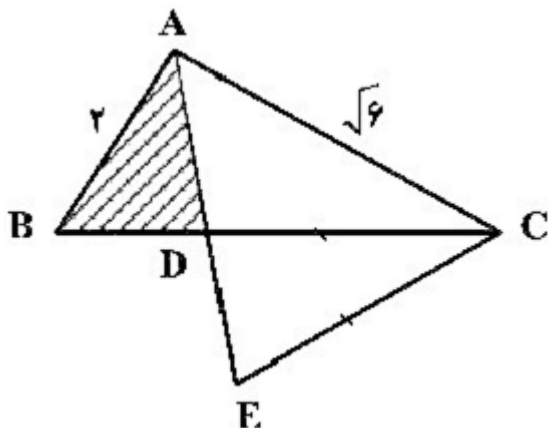
۱۳ (۲)

$\frac{104}{9}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰



۷۰ در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A و $CE = CD$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و ACE، کدام است؟



۴ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

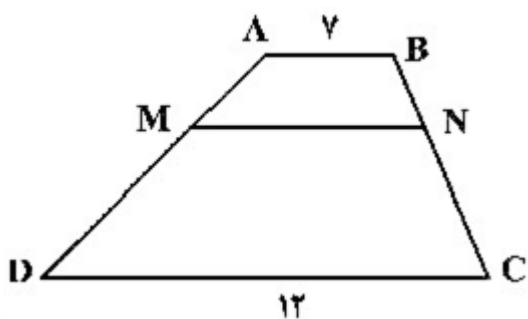
۳ $\frac{2}{4}$

۲ $\frac{2}{3}$

۱ $\frac{1}{3}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۷۱ در دوزنقه‌ی ABCD، پاره‌خط MN موازی قاعده‌ها و $\frac{MA}{MD} = \frac{2}{3}$ است. اندازه‌ی MN، کدام است؟



۴ $9/5$

۳ ۹

۲ $8/75$

۱ ۸

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۷۲ طول یک مستطیل ۲ واحد کمتر از $1/5$ برابر عرض آن است. اگر مساحت مستطیل ۱۹۲ واحد مربع باشد، محیط آن کدام است؟

۴ ۶۴

۳ ۶۰

۲ ۵۶

۱ ۵۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۳ دو کره به شعاع‌های ۳ و ۴ واحد، که مرکزهای آن‌ها با یکدیگر ۵ واحد فاصله دارند، متقاطع‌اند. مساحت مکان هندسی نقاط مشترک این دو کره، کدام است؟

۴ $5/76\pi$

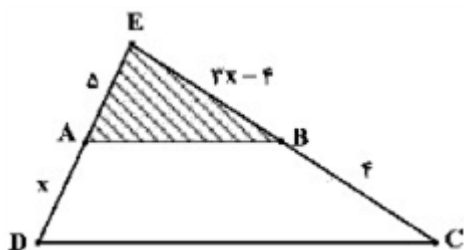
۳ $4/8\pi$

۲ $4/41\pi$

۱ $3/24\pi$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۴ در شکل زیر، مساحت دوزنقه‌ی ABCD، چند برابر مساحت مثلث EAB است؟



۴ $\frac{36}{25}$

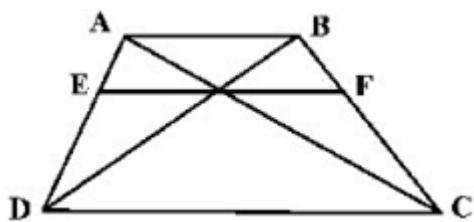
۳ $\frac{25}{16}$

۲ $\frac{16}{9}$

۱ $\frac{9}{4}$



۷۵ در شکل زیر، $AB \parallel EF \parallel DC$ و اندازه‌ی پاره‌خط‌های AB و DC ، به ترتیب ۵ و ۹ واحد است. اندازه‌ی پاره‌خط EF ، کدام است؟



۷ (۴)

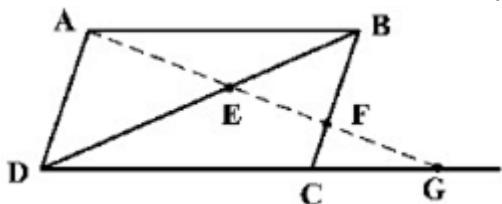
$3\sqrt{5}$ (۳)

$\frac{25}{6}$ (۲)

$\frac{25}{7}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۶ در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. مقدار $EF \times EG$ کدام است؟



$FB \times FC$ (۴)

$EB \times ED$ (۳)

ED^2 (۲)

EA^2 (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۷ چند نقطه‌ی متمایز برای رأس C در مثلث ABC واقع در صفحه‌ی مختصات، می‌توان یافت که فاصله‌ی رأس C از نقطه‌ی A و پاره‌خط AB ، به ترتیب ۷ و ۵ واحد، باشد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۸ اندازه‌ی اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای، به صورت $x+1$ ، $2x+1$ و $2x+3$ است. مساحت مثلث، کدام است؟

۳۹ (۴)

۴۵ (۳)

۵۶ (۲)

۶۰ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۷۹ حجم جسم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه ABC با ضلع‌های قائم AB و AC ، به ترتیب با اندازه‌های ۵ و $2\sqrt{6}$ واحد، حول خط گذرا از رأس C و موازی ضلع AB ، کدام است؟

80π (۴)

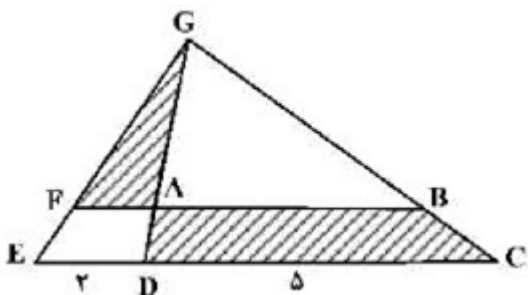
75π (۳)

70π (۲)

60π (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۸۰ در شکل زیر، $DG = 3DA$ و اندازه‌ی پاره‌خط‌های DE و DC ، به ترتیب ۲ و ۵ واحد هستند. مساحت مثلث AFG ، چند درصد مساحت دوزنقه‌ی $ABCD$ است؟



۲۴ (۴)

۳۲ (۳)

۳۶ (۲)

۴۰ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹



۸۱

اندازه‌ی قاعده‌های دوزنقه‌ای ۵ و ۹ واحد است. پاره‌خطی موازی قاعده‌های دوزنقه چنان رسم می‌کنیم که دوزنقه را به دو قسمت با مساحت مساوی، تقسیم کند. اندازه‌ی پاره‌خط، کدام است؟

۴ $\sqrt{57}$

۳ $4\sqrt{3}$

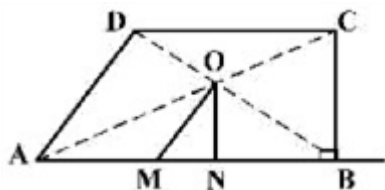
۲ $\sqrt{53}$

۱ ۷

سراسری-ریاضی-۹۹

۸۲

مطابق شکل زیر، از محل تلاقی قطرهای دوزنقه قائم‌الزاویه‌ی ABCD ($\widehat{B} = 90^\circ$)، پاره‌خط‌های OM و ON به ترتیب موازی با AD و BC رسم شده‌اند. نسبت $\frac{AM}{BN}$ ، کدام است؟



۲ ۲

۱ ۱

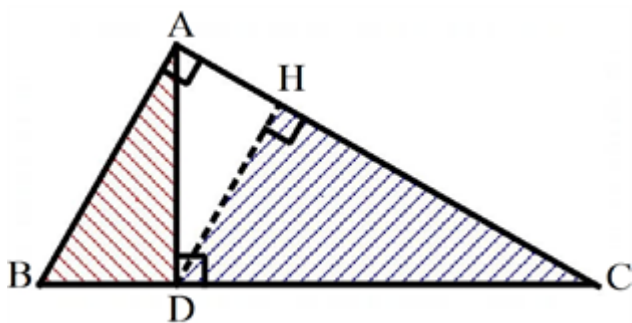
۴ بزرگ‌تر از ۱ کوچک‌تر از ۲

۳ کوچک‌تر از ۱

سراسری-ریاضی-۹۹

۸۳

در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC، طول اضلاع قائم $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 2$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABD و HCD، کدام است؟



۴ $\frac{8}{9}$

۳ $\frac{16}{21}$

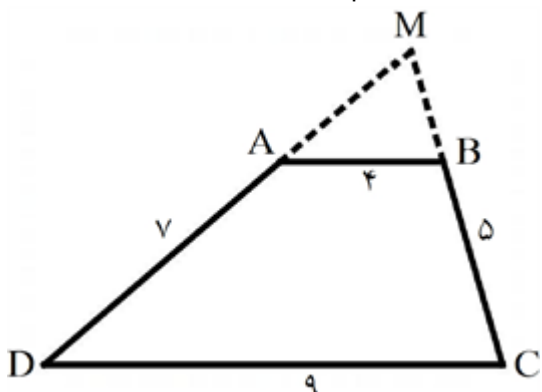
۲ $\frac{4}{7}$

۱ $\frac{3}{7}$

سراسری-تجربی-۹۹

۸۴

اندازه‌ی اضلاع دوزنقه ABCD مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB، کدام است؟



۴ $14/8$

۳ $14/4$

۲ $13/6$

۱ $13/2$

سراسری-تجربی-۹۹



۸۵ در مکعب مفروض، صفحه‌ای بر یک یال و وسط یال دیگر گذشته است. مساحت مقطع حاصل، چند برابر مساحت یکی از وجوه مکعب است؟

۴ $\sqrt{2}$

۳ $\frac{3}{2}$

۲ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

۱ $\frac{\sqrt{5}}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۸۶ خط d و صفحه‌ی P و نقطه‌ی A در خارج آن دو مفروض است. در رسم خطی گذرا از نقطه‌ی A ، موازی صفحه‌ی P و متقاطع با خط d ، در کدام وضعیت، خط و صفحه مفروض، تنها یک جواب دارد؟

۴ متقاطع

۳ موازی

۲ منطبق

۱ الزاماً عمود

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۸۷ در مستطیل $ABCD$ به طول $AB = 17$ ، از نقطه‌ی A عمود AH بر قطر BD رسم شده است. اگر $BH = 15$ باشد، طول قطر مستطیل از عدد ۱۹، چه قدر بیش‌تر است؟

۴ $\frac{3}{5}$

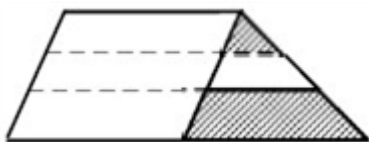
۳ $\frac{7}{15}$

۲ $\frac{1}{3}$

۱ $\frac{4}{15}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۸۸ یک ساق دوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. هر چهار پاره‌خط موازی یک‌دیگرند. نسبت مساحت دو ناحیه سایه‌زده، کدام است؟



۴ $\frac{1}{4}$

۳ $\frac{2}{9}$

۲ $\frac{1}{5}$

۱ $\frac{1}{6}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۸۹ در مثلث ABC ، اضلاع $AB = 4$ و $AC = 6$ و $BC = 7$ است. از رأس C خطی موازی میانه AM رسم شده و امتداد BA را در نقطه‌ی D قطع کرده است. اندازه‌ی BD ، کدام است؟

۴ ۹

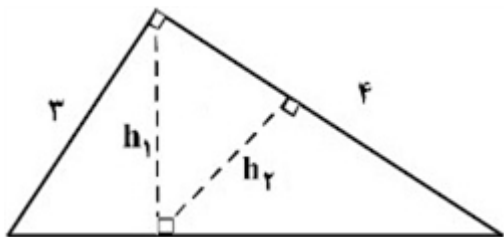
۳ $8/5$

۲ ۸

۱ $7/5$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۹۰ در شکل مقابل، h_1 و h_2 ارتفاع‌های دو مثلث قائم‌الزاویه هستند. نسبت $\frac{h_2}{h_1}$ ، کدام است؟



۴ $\frac{3}{4}$

۳ $\frac{2}{3}$

۲ $\frac{4}{5}$

۱ $\frac{3}{5}$

سراسری-تجربی-۹۸

۹۱ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC ، اضلاع قائم $AB = 3\sqrt{5}$ و $AC = 6$ ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC ، چند برابر مساحت مثلث AMH ، است؟

۴ ۱۸

۳ ۱۵

۲ ۱۲

۱ ۱۰



۹۲

در یک دوزنقه، پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت‌های ۱ و ۲ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های آن دوزنقه، کدام است؟

۱ $\frac{1}{6}$

۲ $\frac{1}{5}$

۳ $\frac{1}{4}$

۴ $\frac{2}{5}$

سراسری-تجربی-۹۸

۹۳

در یک مکعب، صفحه‌ای گذرا بر یک یال و وسط یال دیگر، آن را به دو قطعه نابرابر تقسیم می‌کند. نسبت حجم‌های این دو قطعه، کدام است؟

۱ $\frac{1}{4}$

۲ $\frac{1}{3}$

۳ $\frac{1}{\sqrt{5}}$

۴ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

سراسری-ریاضی-۹۸

۹۴

نقطه‌ای A و خط d و صفحه‌ی P مفروض‌اند. در رسم صفحه‌ای گذرا از نقطه‌ی A، موازی خط d و عمود بر صفحه P، در کدام حالت، تعداد جواب‌ها، بی‌شمار است؟

۱ $d \cap p = d$

۲ $d \cap p \neq \emptyset$

۳ $d \parallel p$

۴ $d \perp p$

سراسری-ریاضی-۹۸

۹۵

در چهارضلعی ABCD، وسط دو ضلع غیرمجاور و وسط دو قطر آن، رأس‌های یک لوزی است. الزاماً کدام نتیجه‌گیری در مورد چهارضلعی مفروض، درست است؟

۱ دو ضلع غیرمجاور دیگر، برابرند.

۲ دو قطر عمود برهم‌اند.

۳ دو ضلع شامل رأس‌های لوزی، برابرند.

۴ دو ضلع غیرمجاور، موازی‌اند.

سراسری-ریاضی-۹۸

۹۶

در یک دوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های دوزنقه کدام است؟

۱ $\frac{1}{4}$

۲ $\frac{1}{3}$

۳ $\frac{2}{5}$

۴ $\frac{3}{5}$

سراسری-ریاضی-۹۸

۹۷

چهار نقطه‌ی A و B و C و D در فضا مفروض است به طوری‌که امتدادهای AB و CD متناظرند. تصاویر این نقاط بر صفحه‌ی عمود بر خطی که از وسط AC و وسط BD بگذرد، رأس‌های کدام چهارضلعی است؟

۱ متوازی‌الاضلاع

۲ لوزی

۳ دوزنقه

۴ غیرمشخص

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۹۸

در یک هرم منتظم با قاعده‌ی مربع، ارتفاع هرم ۴ و ارتفاع مثلث جانبی آن $2\sqrt{7}$ واحد است. حجم این هرم، چند واحد مکعب است؟

۱ ۳۶

۲ ۴۸

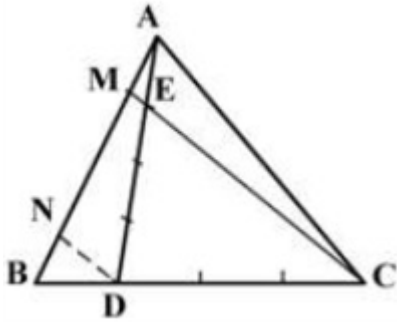
۳ ۵۴

۴ ۶۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



در شکل زیر، $DN \parallel CM$ و $AE = \frac{1}{4}AD$ و $BD = \frac{1}{4}BC$ ، اندازه‌ی AB چند برابر AM است؟ ۹۹



۴ ۶

۳ ۵

۲ ۴/۵

۱ ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

در یک چهارضلعی، از برخورد نیم‌سازهای داخلی آن، یک مربع ایجاد شده است. الزاماً نوع این چهارضلعی کدام است؟ ۱۰۰

مستطیل ۴

محدب ۳

متوازی‌الاضلاع ۲

محدب ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

قاعده‌ی منشور قائم، شش ضلعی منتظم به ضلع ۴ واحد و طول یال قائم آن $7/5$ واحد است. حجم بزرگ‌ترین استوانه که در داخل این منشور جای گیرد، چند برابر π است؟ ۱۰۱

۱۰۵ ۴

۹۰ ۳

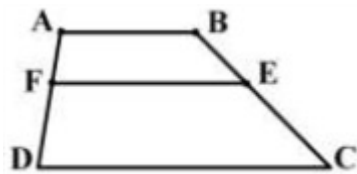
۸۴ ۲

۷۵ ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

در دوزنقه $ABCD$ ، قاعده‌ی بزرگ $\frac{5}{2}$ قاعده‌ی کوچک است و $AF = \frac{1}{4}AD$ و EF موازی قاعده است. ۱۰۲

نسبت $\frac{EF}{CD}$ ، کدام است؟



$\frac{3}{5}$ ۴

$\frac{8}{15}$ ۳

$\frac{7}{15}$ ۲

$\frac{11}{20}$ ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

در مثلث ABC ، ضلع AB بزرگ‌تر از ضلع AC است. هریک از میانه‌های BM و CN را از وسط اضلاع به اندازه خود تا D و E امتداد می‌دهیم. نسبت مساحت مثلث DBC به مساحت مثلث EBC ، کدام است؟ ۱۰۳

بیش‌تر از ۱ ۲

کم‌تر از ۱ ۱

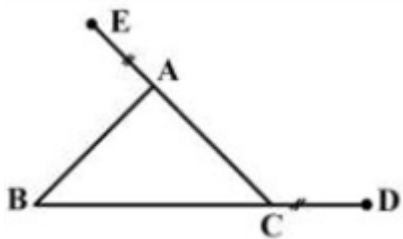
بستگی به ضلع سوم دارد. ۴

مساوی ۱ ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی



۱۰۴ در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC، بر روی امتداد دو ضلع BC و CA پاره‌خط‌های $CD = AE$ جدا شده است. زاویه بین امتداد DA با BE چند درجه است؟



۹۰ (۴)

۷۵ (۳)

۶۰ (۲)

۴۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۰۵ از داخل یک استوانه‌ی قائم توپُر، به شعاع قاعده‌ی ۴ و ارتفاع ۵ واحد، بزرگ‌ترین مخروط قائم ممکن را حذف می‌کنیم. جسم حاصل را با صفحه‌ای موازی قاعده‌ی مخروط به فاصله‌ی ۳ واحد از آن قطع می‌دهیم. مساحت مقطع حاصل، کدام است؟

$13/44\pi$ (۴)

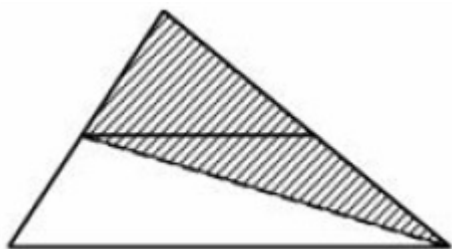
$12/56\pi$ (۳)

$11/28\pi$ (۲)

$10/36\pi$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۰۶ در شکل زیر، نسبت قاعده‌های دوزنقه $\frac{3}{5}$ است. مساحت مثلث سایه زده، چند برابر مساحت دوزنقه است؟



$\frac{15}{16}$ (۴)

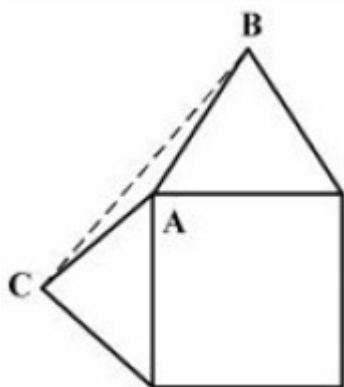
$\frac{14}{15}$ (۳)

$\frac{7}{8}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۰۷ بر روی دو ضلع مجاور مربعی به ضلع ۲ واحد، مثلث‌های متساوی‌الاضلاع ساخته شده است. مساحت مثلث ABC چند واحد مربع است؟



$\sqrt{3}$ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{3} - 1$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۰۸ در یک مکعب مستطیل، با امتداد تمام یال‌ها، هر یال با چند یال دیگر، متنافر است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۰۹ مربع ABCD به ضلع ۴ واحد، مفروض است. شعاع دایره‌ی گذرا بر دو رأس A و B و مماس بر ضلع CD کدام است؟

۳ (۴)

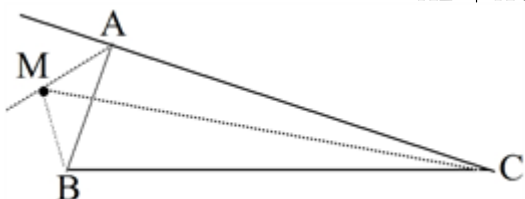
$2\sqrt{2}$ (۳)

$2/5$ (۲)

$2/25$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۱۰ در شکل روبه‌رو، نقطه‌ی M روی نیم‌ساز خارجی زاویه‌ی A است. نسبت $\frac{MB + MC}{AB + AC}$ ، چگونه است؟



غیرمشخص (۴)

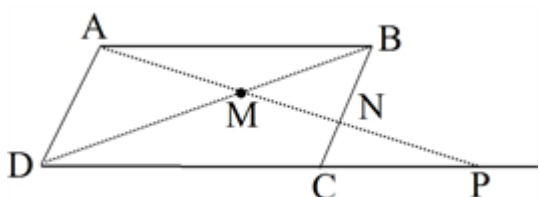
برابر با ۱ (۳)

کم‌تر از ۱ (۲)

بزرگ‌تر از ۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۱۱ در شکل روبه‌رو، ABCD متوازی‌الاضلاع است. حاصل $MN \times MP$ برابر کدام است؟



MA^2 (۴)

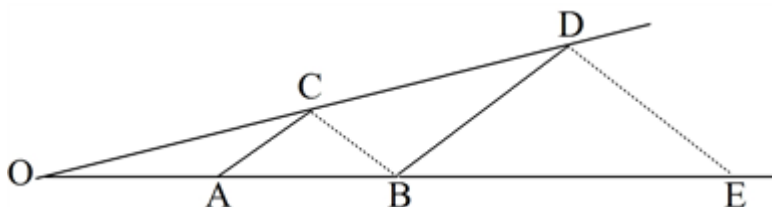
MD^2 (۳)

AD^2 (۲)

AB^2 (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۱۲ در شکل روبه‌رو، دو جفت پاره‌خط موازی‌اند. $OA = ۳$ و $AB = ۵$ ، اندازه‌ی BE کدام است؟



$10\frac{2}{3}$ (۴)

$11\frac{1}{3}$ (۳)

$12\frac{2}{3}$ (۲)

$13\frac{1}{3}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۱۳ در مثلث قائم‌الزاویه طول اضلاع قائم ۳ و ۴ واحد است. نیم‌دایره‌ها به قطر اضلاع مثلث رسم شده‌اند. مجموع مساحت دو ناحیه‌ی سایه زده، کدام است؟



2π (۴)

۷ (۳)

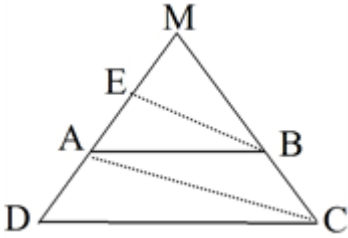
۶ (۲)

2π (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی



۱۱۴ در دوزنقه ABCD، پاره خط BE موازی قطر AC است. اگر $AD = 7$ و $AE = 3$ باشد، فاصله‌ی MD کدام است؟



۱۲/۷۵ (۴)

۱۲/۵ (۳)

۱۲/۲۵ (۲)

۱۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۵ در مثلثی طول سه ضلع $2, 2, 2\sqrt{3}$ است. مجموع دو زاویه‌ی بزرگ‌تر چه قدر است؟

165° (۴)

135° (۳)

120° (۲)

150° (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۱۶ در مثلث ABC، داریم $\hat{A} = 2\hat{B}$ و $BC = 6$ و $AC = 4$ ، اندازه‌ی ضلع AB کدام است؟

۶ (۴)

۵/۵ (۳)

۵ (۲)

۴/۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۱۷ در یک دوزنقه متساوی‌الساقین، اندازه‌ی دو قاعده برابر ۵ و ۹ و طول ساق آن ۶ واحد است. مساحت این دوزنقه کدام است؟

$28\sqrt{2}$ (۴)

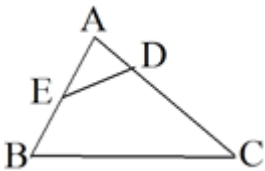
$21\sqrt{3}$ (۳)

$21\sqrt{2}$ (۲)

$14\sqrt{6}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۱۸ در چهارضلعی BCDE، زاویه‌های روبه‌رو مکمل‌اند. اگر $BC = 20$ و $DE = 12$ ، آن‌گاه مساحت چهارضلعی چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



۰/۸۰ (۴)

۰/۷۲ (۳)

۰/۶۴ (۲)

۰/۵۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۱۹ در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها $\frac{2}{3}$ نسبت اضلاع است. مساحت مثلث بزرگ‌تر چند برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است؟

۳ (۴)

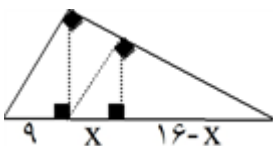
۲/۷۵ (۳)

۲/۲۵ (۲)

۱/۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۲۰ در شکل مقابل، ارتفاع هر سه مثلث قائم‌الزاویه رسم شده است. اندازه‌ی x کدام است؟



۶/۷۵ (۴)

۵/۷۶ (۳)

۵/۳۶ (۲)

۴/۵۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی



۱۲۱) چند مثلث وجود دارد که طول دو ضلع آن ۳ و ۵ باشد و یکی از ارتفاع‌ها برابر ۴ باشد؟

۴) ۶

۳) ۱

۲) صفر

۱) ۲

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۲۲) چند مثلث با اطلاعات $h_a = 2$ و $b = 3$ و $c = 1$ می‌توان رسم کرد؟

۴) بی‌شمار

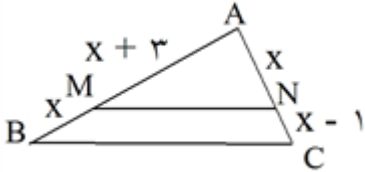
۳) ۲

۲) ۱

۱) صفر

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۲۳) در شکل مقابل، MN موازی BC است. مساحت مثلث بزرگ‌تر چند برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است؟



۴) $1\frac{8}{9}$

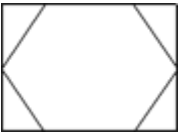
۳) $1\frac{7}{9}$

۲) $1\frac{5}{9}$

۱) $1\frac{2}{3}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۲۴) در شکل مقابل محیط شش ضلعی منتظم چند برابر محیط مستطیل، محیط بر آن است؟



۴) $3(2 - \sqrt{3})$

۳) $2(\sqrt{3} - 1)$

۲) $3(3 - 2\sqrt{2})$

۱) $3(\sqrt{2} - 1)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۲۵) در مثلث متساوی‌الساقین $AB = AC = 4$ و $BC = 2\sqrt{7}$ ضلع AC را به اندازه‌ی خود تا نقطه‌ی D امتداد می‌دهیم. (AD=AC) اندازه BD کدام است؟

۴) ۷

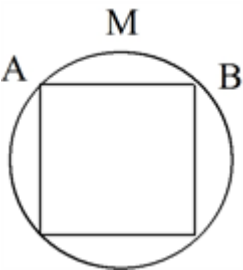
۳) ۶

۲) $4\sqrt{2}$

۱) $2\sqrt{10}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۲۶) در شکل مقابل ضلع مربع برابر ۲ واحد است. فاصله‌ی وسط کمان AB از نزدیک‌ترین رأس مربع چه‌قدر است؟



۴) $\sqrt{1 + \sqrt{2}}$

۳) $\sqrt{2}$

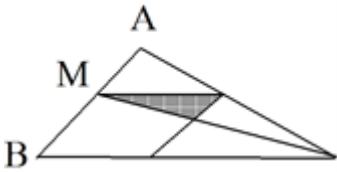
۲) $\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$

۱) $\sqrt{2 - \sqrt{2}}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی



۱۲۷ در شکل مقابل $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$ ، مساحت مثلث سایه‌زده چند درصد مساحت متوازی‌الاضلاع است؟



۳۰ (۴)

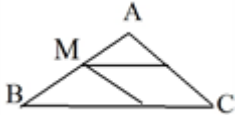
۲۵ (۳)

۲۴ (۲)

۲۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۲۸ در شکل مقابل $AM = \frac{2}{3} MB$ و چهار ضلعی متوازی‌الاضلاع است. مساحت متوازی‌الاضلاع چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



۶۰ (۴)

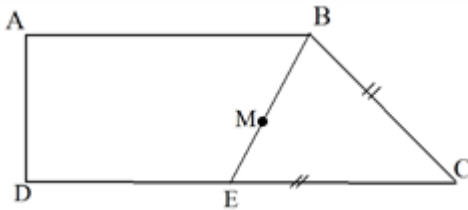
۵۴ (۳)

۵۰ (۲)

۴۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۲۹ در شکل مقابل چهار ضلعی ABCD، دوزنقه قائم‌الزاویه است و $CB = CE$ ، مجموع فواصل M از دو خط CE و CB برابر کدام است؟



AD (۴)

BE (۳)

BC (۲)

DE (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۳۰ در مثلث ABC داریم $AC = \frac{\sqrt{5}}{2} AB$ ، $\hat{A} = 90^\circ$ ، ارتفاع AH و میانه AM رسم شده‌است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AMH است؟

۱۸ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۳۱ یک مکعب شامل ۶۴ مکعب کوچک است. اگر این مکعب را درون یک سطل رنگ بیاندازیم، چند مکعب کوچک وجود دارد که حداقل دو وجه آن رنگی است؟

۳۲ (۴)

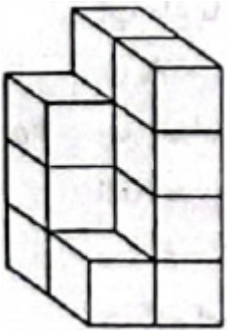
۲۶ (۳)

۲۰ (۲)

۴۸ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳





۴ (۴)

۷ (۳)

۸ (۲)

۵ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۱۳۳ یک تاس طوری طراحی شده است که روی وجه‌های مقابل مساوی است و اعداد ۱، ۲ و ۳ حک شده است. ۵ تا از این تاس‌ها را روی هم قرار می‌دهیم، ماکزیمم مجموع اعدادی که در یک نگاه دیده می‌شوند، کدام است؟

۲۶ (۴)

۲۵ (۳)

۵۱ (۲)

۵۰ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۱۳۴ دو صفحه P و P' متقاطع‌اند و A نقطه‌ای خارج آن‌ها است. اگر صفحه Q شامل A باشد و Δ فصل مشترک P و P' باشد، Q و Δ چه وضعی با هم دارند؟

(۴) هر سه مورد

(۳) متقاطع

(۲) منطبق

(۱) موازی

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۱۳۵ صفحه P مفروض است. اگر d با P موازی باشد و d' با P متقاطع باشد، چند خط می‌توان رسم کرد که d و P' را قطع کند و با P موازی باشد؟

(۴) صفر

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) بی‌شمار

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۱۳۶ چند خط در فضا وجود دارد که از سه رأس مثلث ABC به یک فاصله باشد؟

(۴) نمی‌توان تعیین کرد

(۳) ۱

(۲) بی‌شمار

(۱) صفر

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۱۳۷ خط d موازی صفحه P و عمود بر صفحه P' است. در این صورت کدام گزینه لزوماً صحیح است؟

(۲) $P \perp P'$

(۱) $P \parallel P'$

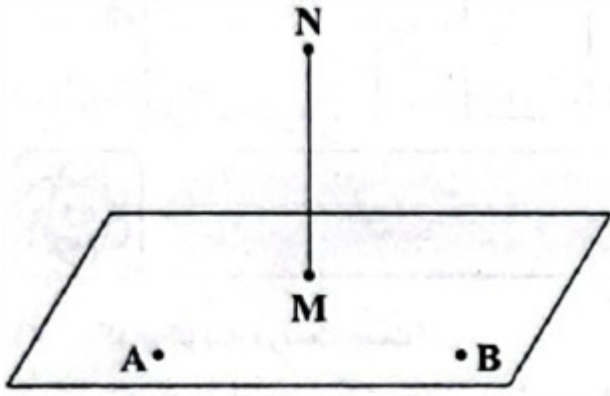
(۴) d بر فصل مشترک P و P' عمود است.

(۳) d با فصل مشترک P و P' موازی است.

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۱۳۸

در شکل مقابل، نقطه M روی عمودمنصف AB از صفحه P قرار دارد و NM بر صفحه P عمود است. نوع مثلث NAB کدام است؟



۱ متساوی الاضلاع

۲ متساوی الساقین

۳ قائم الزاویه

۴ قائم الزاویه متساوی الساقین

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۳۹

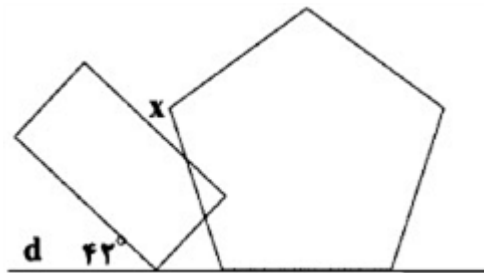
در متوازی الاضلاع ABCD، اگر $AB = 3AD$ ، آن گاه مساحت مستطیل حاصل از رسم نیمسازهای داخلی، چه کسری از مساحت متوازی الاضلاع است؟

۱ $\frac{1}{3}$ ۲ $\frac{1}{4}$ ۳ $\frac{2}{3}$ ۴ $\frac{3}{4}$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۴۰

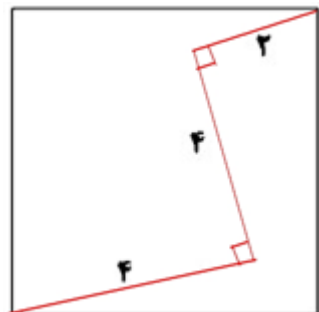
مستطیل و پنج ضلعی منتظم مطابق شکل رسم شده است. زاویه X کدام است؟

۱ 32° ۲ 26° ۳ 48° ۴ 30°

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۴۱

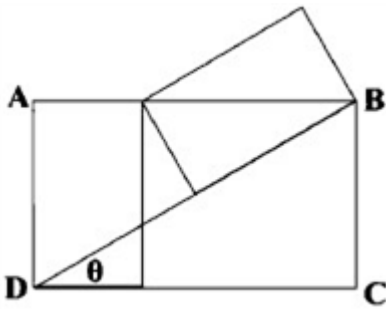
طول ضلع مربع شکل مقابل کدام است؟

۱ $\sqrt{26}$ ۲ $2\sqrt{5}$ ۳ $2\sqrt{6}$ ۴ $\sqrt{30}$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳



۱۴۲ در شکل مقابل ABCD مستطیل است و دو مستطیل کوچک‌تر با هم هم‌نهشت هستند. زاویه θ کدام است؟



۳۶° (۴)

۳۰° (۳)

۲۲/۵° (۲)

۱۵° (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۴۳ مساحت یک ۵ ضلعی شبکه‌ای برابر ۵ است. مجموع مقادیر ممکن برای تعداد نقاط درونی آن چقدر است؟

نادرستی فرض (۴)

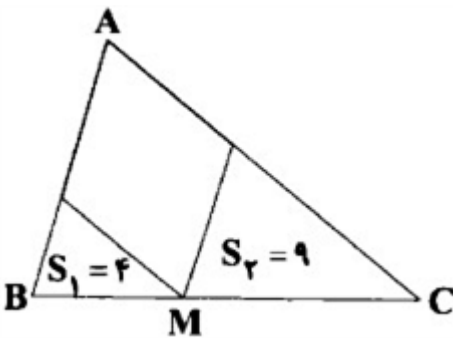
۱۰ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۴۴ در شکل مقابل یک لوزی در مثلث ABC محاط شده است. با توجه به مساحت‌های داده شده دو مثلث متشابه، مساحت لوزی کدام است؟



۱۸ (۴)

۱۲ (۳)

۱۵ (۲)

۱۳ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۴۵ نقطه‌ی M درون مثلث متساوی‌الاضلاع به مساحت $۱۲\sqrt{3}$ قرار دارد. اگر فاصله‌ی M تا اضلاع AB و AC به ترتیب برابر ۱ و ۲ باشد، آن‌گاه فاصله‌ی M تا ضلع BC چقدر است؟

۴ (۴)

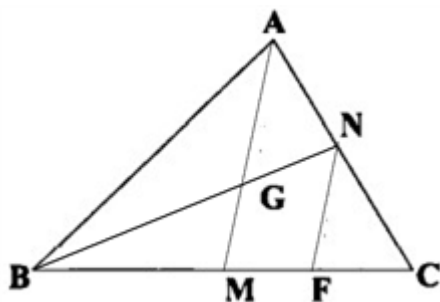
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۴۶ در شکل مقابل، نقطه‌ی G مرکز ثقل مثلث ABC است. مساحت مثلث AGB چه کسری از مساحت دوزنقه $MGNF$ است؟



$\frac{9}{5}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

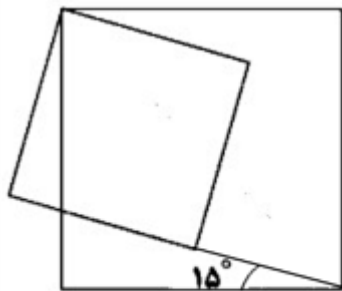
$\frac{8}{5}$ (۲)

$\frac{5}{3}$ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳



۱۴۷ در شکل مقابل، نسبت مساحت دو مربع چقدر است؟



$\frac{5}{12}$ (۴)

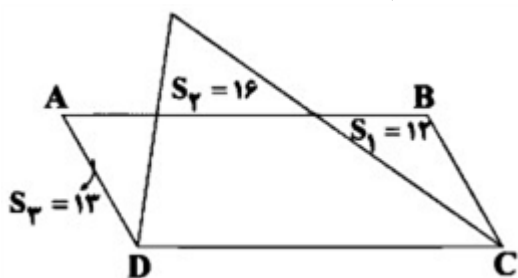
$\frac{3}{8}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۱۴۸ در شکل مقابل، با توجه به مساحت‌های داده شده، مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD چقدر است؟



۹۰ (۴)

۸۶ (۳)

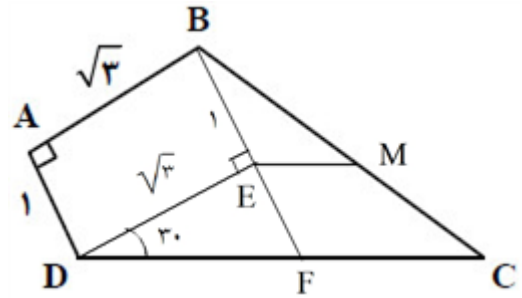
۱۰۴ (۲)

۱۱۶ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ضلع BE را امتداد می‌دهیم تا DC را در نقطه‌ی F قطع کند. در مثلث قائم‌الزاویه‌ی DEF می‌نویسیم:



$$\triangle DEF: \widehat{D} = 30^\circ \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{DE}{DF} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{DF} \Rightarrow DF = 2$$

$$\triangle DEF: \widehat{D} = 30^\circ \Rightarrow EF = \frac{DF}{2} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow BE = EF$$

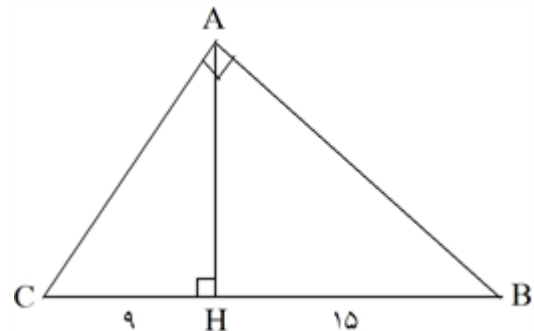
از طرف دیگر اگر M وسط BC باشد، بنابر فرض $EM = 1/5$ پس با استفاده از قضیه‌ی تالس و عکس آن می‌نویسیم:

$$\triangle BEF: \frac{BE}{EF} = \frac{BM}{MC} = 1 \xrightarrow{\text{عکس تالس}} EM \parallel FC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BE}{BF} = \frac{EM}{FC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1/5}{FC} \Rightarrow FC = 3$$

$$DC = DF + FC = 2 + 3 = 5$$

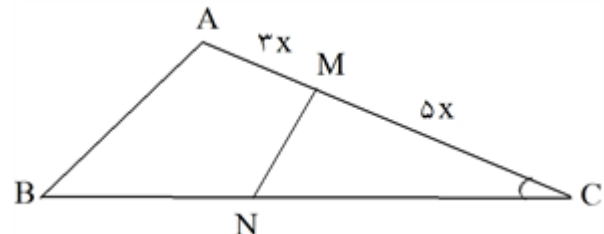
بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC وتر BC برابر ۲۴ و $CH = 9$ پس $BH = 15$. اکنون با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم:



$$\left. \begin{aligned} AB^2 &= BH \times BC = 15 \times 24 \\ AC^2 &= CH \times BC = 9 \times 24 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تقسیم میکنیم}} \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابر فرض $AM = 3$ پس $AM = 3$ و $CM = 5x$ را برابر $3x$ و CM را برابر $5x$ در نظر می‌گیریم و به صورت زیر از مساحت سینوسی استفاده می‌کنیم:



$$\frac{S_{ABC}}{S_{CMN}} = 2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} AC \times BC \sin \widehat{C}}{\frac{1}{2} MC \times NC \sin \widehat{C}} = 2 \Rightarrow \frac{(3x)(BC)}{(5x)(NC)} = 2 \Rightarrow \frac{BC}{NC} = \frac{5}{3} \xrightarrow{\text{تغییل از صورت}} \frac{BC - NC}{NC} = \frac{5 - 3}{3} \Rightarrow \frac{BN}{CN} = \frac{1}{3} = 0.25$$

۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو مثلث ABC و BEF همنهشتاند پس $BF = BC = ۱$ و $AB = EF = ۲$ پس $AF = ۱$.

اکنون فرض کنیم $FH = x$ پس $BH = ۱ - x$ داریم:

$$\triangle ABC : DH \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AH}{AB} = \frac{DH}{BC} \Rightarrow \frac{۱+x}{۲} = \frac{DH}{۱}$$

$$\Rightarrow DH = \frac{۱+x}{۲}$$

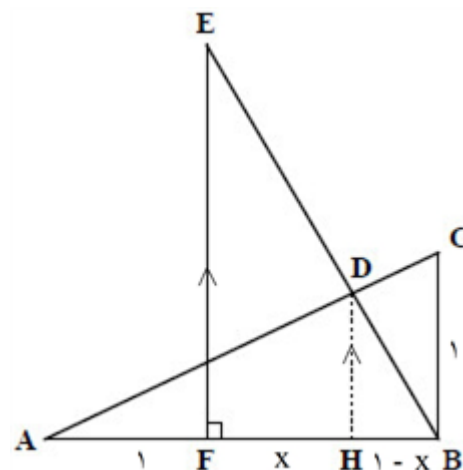
$$\triangle BEF : DH \parallel EF \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{DH}{EF} = \frac{BH}{BF} \Rightarrow \frac{DH}{۲} = \frac{۱-x}{۱}$$

$$\Rightarrow DH = ۲ - ۲x$$

$$\frac{۱+x}{۲} = ۲ - ۲x \Rightarrow ۱+x = ۴ - ۴x \Rightarrow ۵x = ۳ \Rightarrow x = \frac{۳}{۵}$$

بنابراین:

$$DH = ۲ - ۲x = ۲ - \frac{۶}{۵} = \frac{۴}{۵} = \frac{۸}{۱۰} = ۰.۸$$



۵

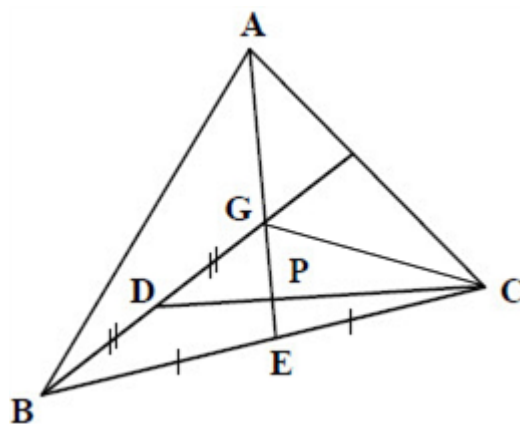
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون G مرکز ثقل مثلث ABC است پس AE میانه این مثلث است. یعنی E وسط ضلع BC است.

پس اگر از C به G وصل کنیم آنگاه در مثلث BCG دو پاره خط GE و CD میانه هستند پس P مرکز ثقل مثلث BGC است.

از طرف دیگر مرکز ثقل مثلث هر میانه را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کند در نتیجه $GP = ۲PE$ یا $GP = \frac{۲}{۳}GE$.

$$\frac{AG}{GP} = \frac{۲GE}{\frac{۲}{۳}GE} = ۳$$

در ضمن G مرکز ثقل مثلث ABC است پس $AG = ۲GE$ بنابراین:



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنابر فرض چهارضلعی ABCD مربع است. با توجه به شکل می‌نویسیم

$$\left. \begin{aligned} \widehat{MNC} = 90^\circ &\Rightarrow \widehat{N}_1 + \widehat{N}_2 = 90^\circ \\ \widehat{DNC} : \widehat{D} = 90^\circ &\Rightarrow \widehat{N}_2 + \widehat{C}_1 = 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{N}_1 = \widehat{C}_1$$

بنابراین دو مثلث قائم‌الزاویه AMN و NDC با داشتن دو زاویه مساوی متشابهند پس:

$$\frac{NC}{MN} = \frac{DC}{AN} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{DC}{AN} \xrightarrow{AN=x} DC = 2x$$

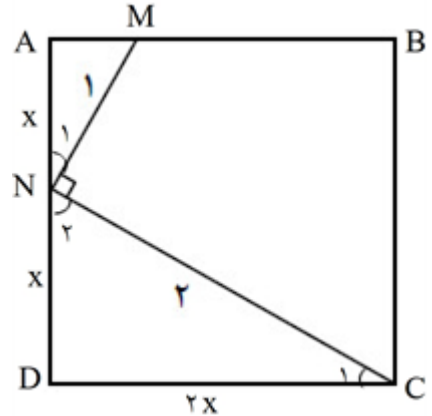
$$AD = DC = 2x \xrightarrow{AN=x} ND = x$$

در نتیجه:

$$\triangle DNC : NC^2 = ND^2 + DC^2 \Rightarrow 2^2 = (2x)^2 + x^2 \Rightarrow 4x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$S_{ABCD} = (2x)^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

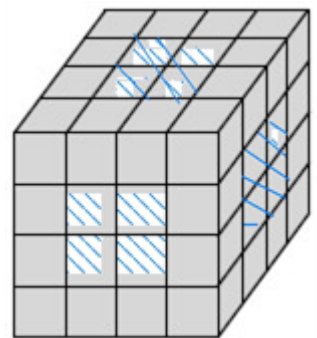
پس طول ضلع مربع مساوی $2x = \frac{4}{\sqrt{5}}$ پس:



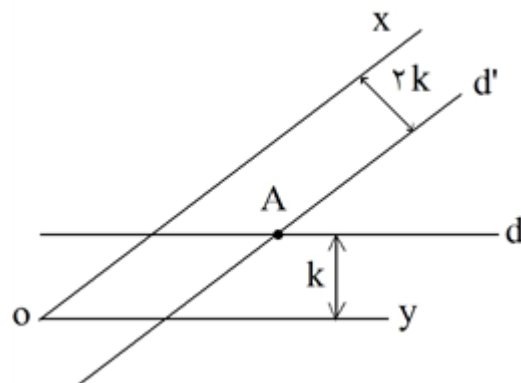
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. گزینه ۳ یک گزاره همیشه درست پس یک قضیه است. پس برای آن مثال نقض وجود ندارد. توجه کنید سایر گزینه‌ها قضیه نیستند پس برای آنها مثال نقض وجود دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. این مکعب از ۶۴ مکعب کوچک به ابعاد $1 \times 1 \times 1$ تشکیل شده است. مکعب‌های کوچکی فقط یک وجه آنها رنگ شده است. روی وجه‌های مکعب بزرگ قرار دارند، به جز مکعب‌های کوچکی که روی یال‌های آن هستند. در شکل مکعب‌های هاشورخورده مورد نظر سؤال هستند. بنابراین:

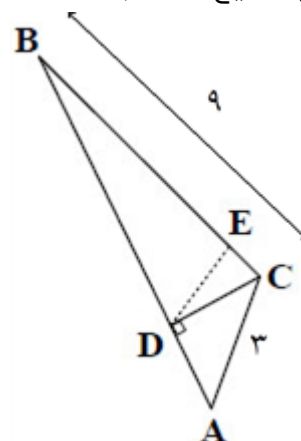
$$تعداد\ مکعب\ های\ کوچک\ یک\ وجه\ رنگی = 6(4-2)(4-2) = 24$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زاویه xoy را در نظر بگیرید. خط d را موازی ضلع oy به فاصله k از آن و خط d' را موازی ضلع ox به فاصله $2k$ از آن رسم می‌کنیم. نقطه تلاقی این خط یعنی نقطه A جواب سؤال است.

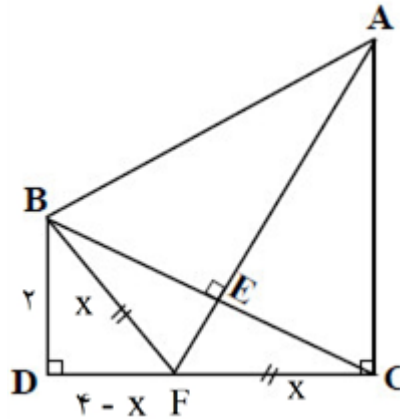


گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم.



$$\begin{aligned} \triangle ABC : AB^2 &= BC^2 + AC^2 = 9^2 + 3^2 = 90 \Rightarrow AB = 3\sqrt{10} \\ \triangle ABC : BC^2 &= BD \times BA \Rightarrow 9^2 = BD \times 3\sqrt{10} \Rightarrow BD = \frac{27}{\sqrt{10}} \\ \triangle BDC : BD^2 &= BE \times BC \Rightarrow \left(\frac{27}{\sqrt{10}}\right)^2 = BE \times 9 \Rightarrow BE = \frac{27 \times 27}{10 \times 9} \\ &\Rightarrow BE = \frac{11}{1} = 11/1 \end{aligned}$$

"

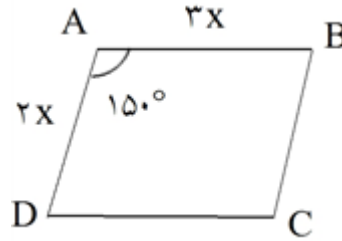


$$\begin{aligned} BDC : BC^r &= BD^r + DC^r = \mathfrak{r}^r + \mathfrak{r}^r = \mathfrak{r}. \\ &\Rightarrow BC = \mathfrak{r}\sqrt{\delta} \end{aligned}$$

12



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال در متوازی الاضلاع ABCD داریم:



$$\frac{AB}{AD} = \frac{3}{2} \Rightarrow AB = 3x, AD = 2x, \hat{A} = 150^\circ$$

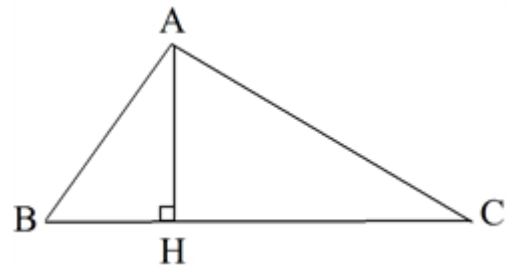
بنابراین:

$$S_{ABCD} = 54 \Rightarrow AB \times AD \sin 150^\circ = 54 \Rightarrow (3x)(2x) \left(\frac{1}{2}\right) = 54 \Rightarrow x^2 = 18 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$$

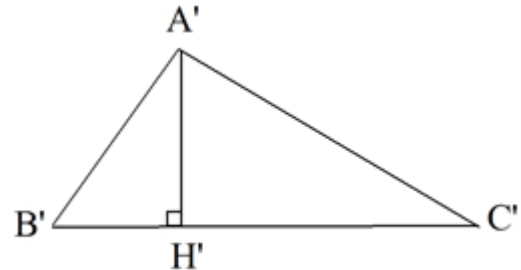
پس:

$$\text{محیط متوازی الاضلاع} = 2(AB + AD) = 2(3x + 2x) = 10x = 10(3\sqrt{2}) = 30\sqrt{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال اگر AH ارتفاع وارد بر قاعده مثلث ABC باشد، آنگاه $AH = 2 + 3BC$.



از طرف دیگر در مثلث جدید $A'B'C'$ بنابر فرض $A'H' = AH + 2$ و $B'C' = BC + 2$ است داریم:



$$S_{A'B'C'} = 2 / 5 S_{ABC} \Rightarrow \frac{1}{2} A'H' \times B'C' = \frac{2}{5} \left(\frac{1}{2} AH \times BC \right)$$

$$2 A'H' \times B'C' = 2 AH \times BC \Rightarrow 2(AH + 2)(BC + 2)$$

$$= 2(2 + 3BC)(BC) \Rightarrow 2(4 + 3BC)(BC + 2)$$

$$= 2(2 + 3BC)BC \xrightarrow{\div 2} 2(2 + BC)(BC + 2) = 2(2 + 3BC)BC$$

$$\Rightarrow 2BC + 16 + 2BC^2 + 4BC = 6BC + 6BC^2 \Rightarrow 2BC^2 - 6BC - 16 = 0$$

معادله درجه دوم حاصل را با دستور b' حل می‌کنیم.

$$BC = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - 4ac}}{a} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 112}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{3 \pm 11}{2} \Rightarrow BC = 2 \Rightarrow AH = 8$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AH \times BC = \frac{1}{2} (8)(2) = 8$$

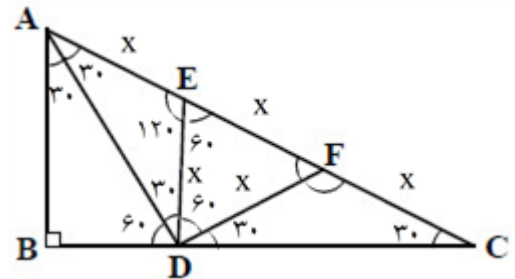
بنابراین:

۱۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض کنیم $DF = x$ ، چون مثلث‌های $\triangle AED$ و $\triangle DFC$ متساوی‌الساقین و $\triangle DEF$ مثلث متساوی‌الاضلاع است نتیجه می‌گیریم:

$$AE = DE = DF = EF = FC = x$$

پس زاویه‌های روی شکل را خواهیم داشت:

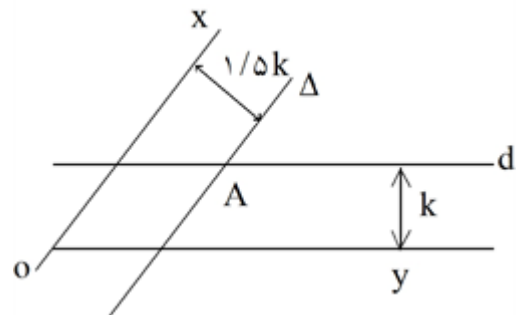
$$\triangle ABD : \hat{A} = 30^\circ \Rightarrow BD = \frac{AD}{2} \Rightarrow \frac{AD}{BD} = 2$$



۱۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مکعب رنگی از $4 \times 4 \times 4 = 64$ مکعب کوچک تشکیل شده است. اگر از هر طرف یک ردیف حذف کنیم. آنگاه $2 \times 2 \times 2 = 8$ مکعب کوچک باقی می‌ماند که هیچ وجه رنگی ندارند. از طرف دیگر تعداد مکعب‌های کوچک رنگ شده برابر $64 - 8 = 56$ است. بنابراین:

$$\frac{\text{تعداد مکعبات رنگ شده}}{\text{تعداد مکعبات رنگ نشده}} = \frac{56}{8} = 7$$

۱۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زاویه $\angle XOY$ را در نظر بگیرید خط d را موازی ضلع OY به فاصله k و خط Δ را موازی ضلع OX به فاصله $1/5k$ از آن رسم می‌کنیم. نقطه تلاقی دو خط d و Δ یعنی A نقطه مورد نظر سؤال است. پس برای پیدا کردن نقطه مطلوب از رسم خط موازی با یک خط از نقطه‌ای غیرواقع بر آن استفاده می‌کنیم.



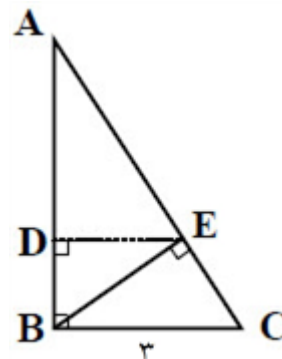
۱۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به کمک روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم.

$$\triangle ABC : AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 3^2 = 18 \Rightarrow AC = 3\sqrt{2}$$

$$\triangle ABC : BE \times AC = AB \times BC \Rightarrow BE \times 3\sqrt{2} = 3 \times 3 \Rightarrow BE = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\triangle ABC : AB^2 = AE \times AC \Rightarrow 3^2 = AE \times 3\sqrt{2} \Rightarrow AE = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\triangle ABE : AE^2 = AD \times AB \Rightarrow \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 = AD \times 3 \Rightarrow AD = \frac{3}{2}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم $CD = x$ در این صورت $BD = x$ و $DE = ۴ - x$.

اکنون به کمک قضیه فیثاغورس می‌نویسیم:

$$\triangle DCE : DC^2 = DE^2 + CE^2 \Rightarrow x^2 = (4 - x)^2 + 3^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 16 + x^2 - 8x + 9 \Rightarrow 8x = 25 \Rightarrow x = \frac{25}{8}$$

$$\triangle BCE : BC^2 = BE^2 + CE^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow BC = 5$$

چون $DC = DB$ پس D روی عمود منصف BC است پس:

$$BF = FC = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\triangle DFC : DF^2 = DC^2 - FC^2 = \left(\frac{25}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \left(\frac{25}{16} - 1\right) = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \left(\frac{9}{16}\right)$$

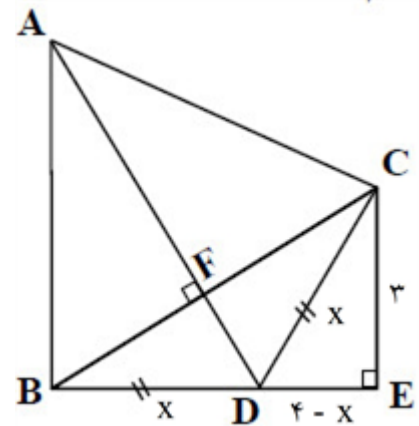
$$\Rightarrow DF = \frac{5}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{8}$$

اکنون به کمک رابطه طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم:

$$\triangle ABD : BF^2 = AF \times FD \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^2 = AF \times \frac{15}{8} \Rightarrow AF = \frac{\frac{25}{4}}{\frac{15}{8}} = \frac{10}{3}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} AF \times FC = \frac{1}{2} \left(\frac{10}{3}\right) \left(\frac{5}{2}\right) = \frac{25}{6}$$

بنابراین:



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اضلاع دو مثلث متشابه، متناسبند بنابراین حالات زیر را خواهیم داشت:

$$\frac{a}{4} = \frac{6}{b} = \frac{5}{9} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{20}{9} \approx 2/3 \\ b = \frac{54}{5} = 10/8 \end{cases} \quad \text{قابل قبول}$$

$$\frac{a}{4} = \frac{6}{9} = \frac{5}{b} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{24}{9} \approx 2/6 \\ b = \frac{25}{6} = 7/5 \end{cases} \quad \text{قابل قبول}$$

$$\frac{a}{9} = \frac{6}{b} = \frac{5}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{25}{4} = 11/25 \\ b = \frac{24}{5} = 4/8 \end{cases}$$

غیرقابل قبول، زیرا اعداد $11/25$ و 6 و 5 در نامساوی مثلثی صدق نمی‌کنند.

$$\frac{a}{9} = \frac{6}{4} = \frac{5}{b} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{54}{4} = 13/5 \\ b = \frac{20}{6} \approx 3/3 \end{cases}$$

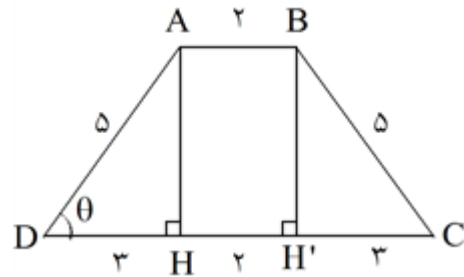
غیرقابل قبول، زیرا اعداد $13/5$ و 6 و 5 در نامساوی مثلثی صدق نمی‌کنند.

بنابراین کمترین مقدار قابل قبول برای b عدد $7/5$ و بیشترین آن عدد $10/8$ است.

$$b \text{ حاصل ضرب کمترین و بیشترین مقدار } b = 7/5 \times 10/8 = \frac{25}{4} \times \frac{54}{5} = 9 \times 9 = 81$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در ذوزنقه متساوی الساقین ABCD هر دو ارتفاع BH و AH را رسم می‌کنیم. در این صورت

$\triangle BCH'$ و $\triangle ADH$ قائم الزاویه و دو مثلث مستطیل و دو مثلث چهارضلعی ABH' و H'CH' مستطیل و دو مثلث قائم الزاویه $\triangle BCH'$ و $\triangle ADH$ داریم:



$$\triangle ADH : \cos \theta = \frac{DH}{AD} \xrightarrow{\cos \theta = \frac{3}{5}} \cdot \frac{5}{6} = \frac{DH}{6}$$

$$\Rightarrow DH = 3 \Rightarrow CH' = 3$$

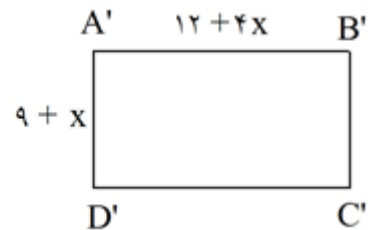
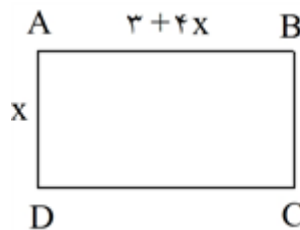
$$\triangle ADH : AH^2 = AD^2 - DH^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow AH = 4$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH (AB + DC) = \frac{1}{2} (4)(2 + 8) = 20.$$

بنابراین:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنیم ابعاد مستطیل ABCD برابر x و $3 + 4x$ باشند و ابعاد مستطیل $A'B'C'D'$ برابر

$12 + 4x$ و $9 + x$ باشند. داریم:



$$S_{A'B'C'D'} = 1 \cdot S_{ABCD} \Rightarrow (9 + x)(12 + 4x) = 1 \cdot x(3 + 4x)$$

$$\xrightarrow{\div 2} (9 + x)(6 + 2x) = 5x(3 + 4x) \Rightarrow 54 + 18x + 6x + 2x^2 = 15x + 20x^2$$

$$\Rightarrow 18x^2 - 9x - 54 = 0 \xrightarrow{\div 9} 2x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{4} = \frac{1 \pm 7}{4}$$

$$\text{پس } x = 2 \text{ یا } x = -\frac{3}{2}.$$

مسلماً $x = -\frac{3}{2}$ قابل قبول نیست پس $x = 2$ را در نظر می‌گیریم.

$$ABCD \text{ محیط مستطیل } = 2(AB + AD) = 2(3 + 4x + x) = 6 + 10x = 6 + 10(2) = 26$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مثلث ABC متساوی الساقین است پس ارتفاع AD نیمساز زاویه $\hat{A}$ است.

در ضمن:

$$CE = \frac{AB}{2} \xrightarrow{AB=AC} CE = \frac{AC}{2} \Rightarrow \hat{BAC} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C}_1 = 60^\circ \xrightarrow{\hat{C}=70^\circ} \hat{C}_2 = 10^\circ$$

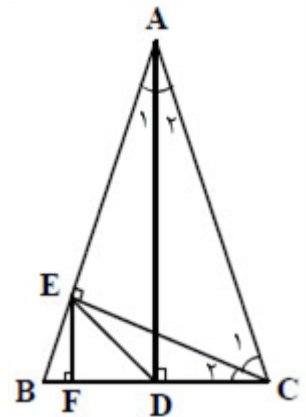
از طرف دیگر در مثلث قائم الزاویه $\triangle BEC$ ارتفاع EF مساوی $\frac{1}{4}BC$ است چون $\hat{C}_2 = 10^\circ$. همچنین در این مثلث قائم الزاویه DE میانه است پس نصف BC است داریم.

$$DE = \frac{BC}{2} \Rightarrow 2\sqrt{3} + 2 = \frac{BC}{2} \Rightarrow BC = 4\sqrt{3} + 4 \Rightarrow EF = \frac{4\sqrt{3} + 4}{4} = \sqrt{3} + 1$$

اکنون با استفاده از رابطه طولی در مثلث قائم الزاویه می نویسیم.

$$\begin{aligned} \triangle BEC : EF^2 &= BF \times FC \Rightarrow (\sqrt{3} + 1)^2 = BF(BC - BF) \Rightarrow 3 + 2 + 2\sqrt{3} \\ &= BF(4\sqrt{3} + 4 - BF) \Rightarrow BF^2 - (4\sqrt{3} + 4)BF + 7 + 2\sqrt{3} = 0 \end{aligned}$$

$$BF = 1$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنیم مثلث ABC قائم الزاویه متساوی الساقین باشد. برای رسم عمود منصف AC باید کمانی بزرگتر از نصف AC بزنیم. با توجه به شکل اگر O مرکز دایره محاطی باشد پس $OT = OT' = \sqrt{2}$. در نتیجه OA

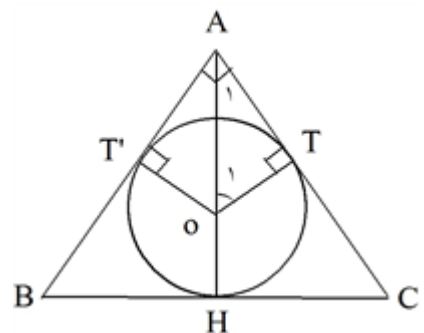
نیمساز زاویه A است بنابراین مثلث $\triangle OAT$ قائم الزاویه متساوی الساقین است. یعنی $\hat{A}_1 = \hat{O}_1 = 45^\circ$ پس

$$AT = OT = \sqrt{2} \text{ پس } OA = 2 \text{ بنابراین } AH = 2 + \sqrt{2} \text{ در نتیجه:}$$

$$\triangle AHC : \hat{C} = 45^\circ \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{2}}{2}AC \Rightarrow 2 + \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}AC \Rightarrow \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = \frac{\sqrt{2}}{2}AC$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} + 1 = \frac{1}{2}AC$$

پس طول کمان برای رسم عمود منصف AC باید از $\frac{1}{2}AC$ یعنی از $\sqrt{2} + 1$ بزرگتر باشد.



۲۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مکعب داده شده از $4 \times 4 \times 3 = 48$ مکعب کوچک ساخته شده است. نمای بالای خواسته شده شامل ۱۰ مکعب است پس حداکثر تعداد مکعب‌هایی که باید برداشته شود تا به نمای خواسته شده برسیم برابر $48 - 10 = 38$ است.

۲۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از فرض $CD = 3ED$ نتیجه می‌گیریم $ED = x$ و $CE = 2x$. پس $CD = 3x$ در نتیجه $AB = CD = 3x$.

اکنون از نقطه F عمود FH را بر AD وارد می‌کنیم. در دوزنقه ABED پاره خط FH وسط‌های دو ساق دوزنقه را به هم وصل کرده است. پس:

$$FH = \frac{AB + DE}{2} = \frac{3x + x}{2} = 2x$$

در نتیجه:

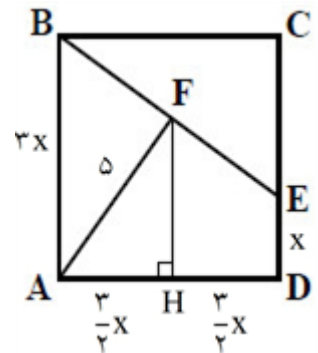
$$\triangle AFH : AF^2 = AH^2 + FH^2 \Rightarrow 25 = \frac{9}{4}x^2 + 4x^2$$

$$\Rightarrow 25 = \frac{25}{4}x^2 \Rightarrow x = 2$$

$$S_{AFED} = S_{AFH} + S_{DEFH} = \frac{1}{2}AH \times FH + \frac{1}{2}DH(DE + FH)$$

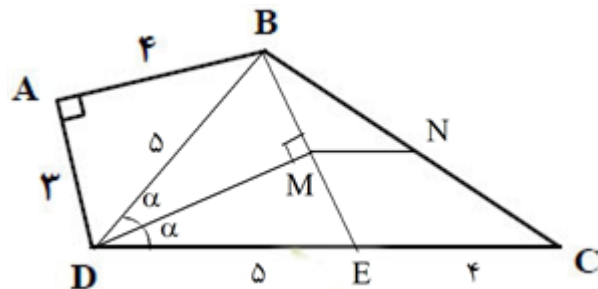
بنابراین:

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2}x \right) (2x) + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2}x \right) (x + 2x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{4}x^2 = \frac{15x^2}{4} \xrightarrow{x=2} S_{AFED} = \frac{15(2)^2}{4} = 15$$



۲۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. BM را امتداد می‌دهیم تا ضلع DC را در E قطع کند. بنابر فرض سؤال DM نیمساز زاویه $\widehat{BDE}$ است. پس در مثلث BDE پاره خط DM هم نیمساز و هم ارتفاع است. در نتیجه مثلث BDE متساوی‌الساقین است.



$$\triangle ABD : BD^2 = AB^2 + AD^2 = 3^2 + 3^2 = 25 \\ \Rightarrow BD = 5$$

$$\triangle BDE \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow BD = DE \\ \xrightarrow{BD=5} DE = 5$$

$$EC = DC - DE = 9 - 5 = 4$$

اکنون N را وسط ضلع BC در نظر می‌گیریم. طول پاره خط MN مورد سؤال است.

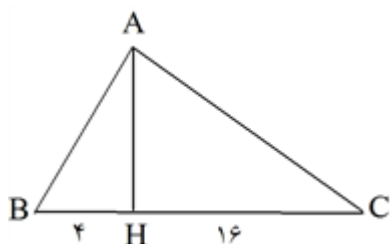
$$BM = ME = 3$$

از طرف دیگر در مثلث متساوی‌الساقین BDE ارتفاع DM میانه هم هست پس:

بنابراین:

$$\triangle BEC : \frac{BM}{ME} = \frac{BN}{NC} = 1 \xrightarrow{\text{عکس تالس}} MN \parallel EC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MN}{EC} = \frac{BM}{BE} \Rightarrow \frac{MN}{4} = \frac{3}{6} \Rightarrow MN = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال $BC = ۲۰$ و $BH = ۴$ پس $CH = ۱۶$. اکنون با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم.



$$AB^2 = BH \times BC = 4 \times 20 \Rightarrow AB = 2\sqrt{20}$$

$$AC^2 = CH \times BC = 16 \times 20 \Rightarrow AC = 4\sqrt{20}$$

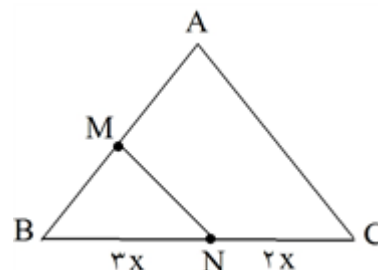
$$\frac{AC}{AB} = \frac{4\sqrt{20}}{2\sqrt{20}} = 2$$

بنابراین نسبت طول اضلاع قائمه برابر است با:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنابر فرض $2BN = 3NC$ ، BN را برابر $3x$ و NC را برابر $2x$ در نظر می‌گیریم و به صورت زیر از مساحت سینوسی استفاده می‌کنیم.

$$\frac{S_{BMN}}{S_{ABC}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}BN \times BM \sin \hat{B}}{\frac{1}{2}BC \times AB \sin \hat{B}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{(3x)(BM)}{(5x)(AB)} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{BM}{AB} = \frac{5}{9} \xrightarrow{\text{تفصیل از مخرج}} \frac{BM}{AB - BM} = \frac{5}{9 - 5} \Rightarrow \frac{BM}{AM} = \frac{5}{4} = 1/25$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle BEH$ همنهشت‌اند پس $\triangle ABC$ قائم‌الزاویه است و $BC = EH = ۸$ و

$$AB = BH = ۴$$

$$AC = \sqrt{۸^2 + ۴^2} = ۴\sqrt{۵}$$

همچنین:

پس:

$$\triangle BEH : DF \parallel EH \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{DF}{EH} = \frac{BF}{BH} \Rightarrow \frac{DF}{۸} = \frac{BF}{۴}$$

$$\Rightarrow DF = ۲BF \quad (۱)$$

از طرف دیگر دو مثلث قائم‌الزاویه ABC و BEH همنهشت‌اند، پس $\hat{E} = \hat{C}$ داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel EH \\ \text{مورب } BE \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{E} \xrightarrow{\hat{E}=\hat{C}} \hat{B}_1 = \hat{C} \xrightarrow{\hat{A}+\hat{C}=۹۰^\circ} \hat{B}_1 + \hat{A} = ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{D}_1 = ۹۰^\circ$$

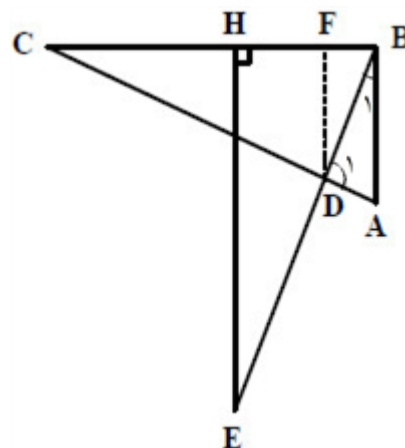
در نتیجه BD ارتفاع مثلث قائم‌الزاویه ABC است پس با استفاده از رابطه طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم.

$$\triangle ABC : AB \times BC = BD \times AC \Rightarrow ۴ \times ۸ = BD \times ۴\sqrt{۵} \Rightarrow BD = \frac{۸}{\sqrt{۵}}$$

$$\triangle BDF : BD^2 = BF^2 + DF^2 \xrightarrow{\text{از (۱)}} \left(\frac{۸}{\sqrt{۵}} \right)^2 = BF^2 + (۲BF)^2 \Rightarrow \frac{۶۴}{۵} = ۵BF^2$$

بنابراین:

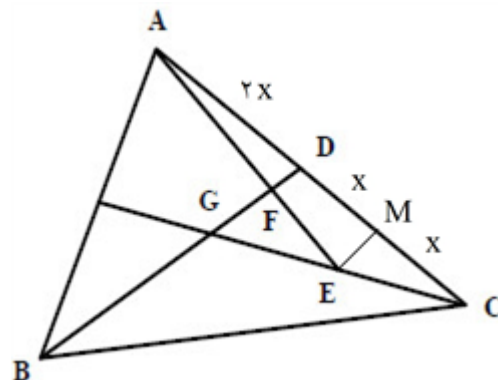
$$\Rightarrow BF^2 = \frac{۶۴}{۲۵} \Rightarrow BF = \frac{۸}{۵} = ۱ \frac{۳}{۵}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون G مرکز ثقل مثلث ABC است پس BD میانه این مثلث است. در نتیجه:

$$\frac{GD}{BD} = \frac{1}{3}, AD = DC$$

اکنون از نقطه E خطی موازی میانه BD رسم می‌کنیم تا AC را در M قطع کند.



$$\triangle GDC : EM \parallel GD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{EC}{EG} = \frac{CM}{DM} \xrightarrow{EC=EG} 1 = \frac{CM}{DM} \Rightarrow CM = DM$$

با فرض $CM = DM = x$ نتیجه می‌گیریم $AD = 2x$. بنابراین:

$$\triangle AEM : FD \parallel EM \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{AM} = \frac{FD}{EM} \Rightarrow \frac{2x}{3x} = \frac{FD}{EM} \Rightarrow EM = \frac{2}{3}FD \quad (1)$$

از طرف دیگر:

$$\triangle GDC : EM \parallel DG \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{CM}{CD} = \frac{EM}{GD} \Rightarrow \frac{x}{2x} = \frac{EM}{GD} \Rightarrow GD = 2EM \xrightarrow{(1)} GD = 2\left(\frac{2}{3}FD\right)$$

$$\Rightarrow GD = \frac{4}{3}FD$$

$$\text{چون } \frac{GD}{BD} = \frac{1}{3} \text{ پس } \frac{\frac{4}{3}FD}{BD} = \frac{1}{3} \text{ در نتیجه } \frac{BD}{FD} = 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنابر فرض چهارضلعی ABCD مربع است. با توجه به شکل می‌نویسیم:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{MND} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{N}_1 + \widehat{N}_2 = 90^\circ \\ \widehat{DNC} : \widehat{C} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{D}_1 + \widehat{N}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{N}_1$$

بنابراین دو مثلث قائم‌الزاویه $\triangle DNC$ و $\triangle BMN$ با داشتن دو زاویه مساوی متشابه هستند پس:

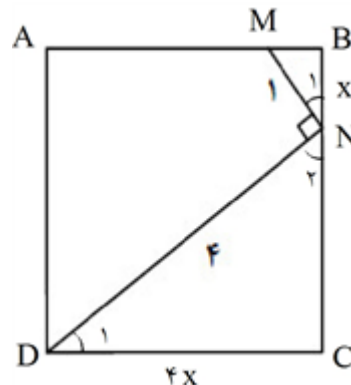
$$\frac{DN}{MN} = \frac{DC}{BN} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{DC}{BN} \xrightarrow{BN=x} DC = 2x$$

$$BC = DC = 2x \xrightarrow{BN=x} NC = x \quad \text{در نتیجه:}$$

$$\triangle DNC : DN^2 = DC^2 + NC^2 \Rightarrow 2^2 = (2x)^2 + (x)^2 \Rightarrow 4 = 5x^2 \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

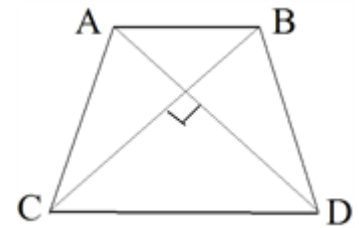
$$S_{ABCD} = DC^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{16}{5} = 3.2$$

پس طول ضلع مربع مساوی $\frac{4}{\sqrt{5}}$ پس:



۳۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در دوزنقه متساوی الساقین ABCD دو قطر AD و BC بر هم عمودند و اندازه این دو قطر برابرند ولی ABCD مربع نیست. توجه کنید گزینه‌های ۱ و ۲ و ۴ گزاره‌های همیشه درست هستند پس برای آنها نمی‌توان مثال نقض ارائه کرد.



۳۴

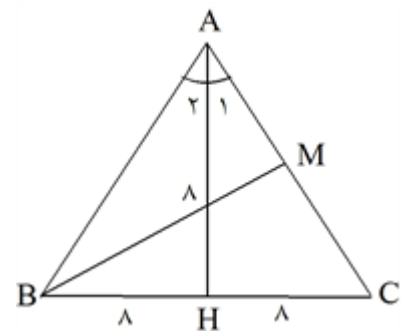
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث متساوی الساقین ارتفاع وارد بر قاعده میانه هم هست. پس مثلث‌های ACH و ABH قائم‌الزاویه متساوی الساقین هستند بنابراین $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{C} = \hat{B} = 45^\circ$ در نتیجه $\hat{A} = 90^\circ$. در صورتی که BM میانه نظیر ساق AC باشد، داریم:

$$\triangle AHC : AC^2 = AH^2 + CH^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \times 1^2$$

$$\Rightarrow AC = 1\sqrt{2} \Rightarrow AM = 1\sqrt{2}$$

$$\triangle ABM : BM^2 = AB^2 + AM^2 \Rightarrow BM^2 = (1\sqrt{2})^2 + (1\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow BM^2 = 1 \times 2 + 2 = 4 \Rightarrow BM = 2$$



۳۵

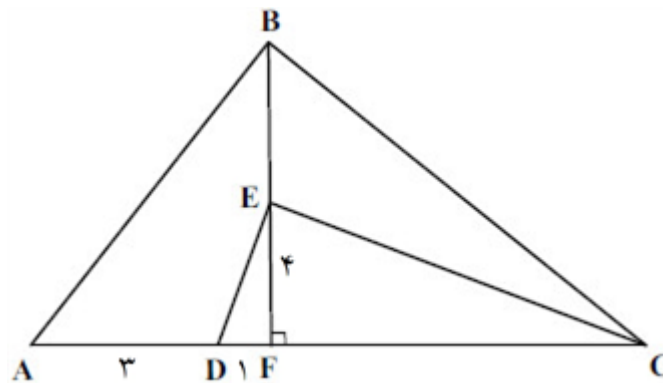
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم.

$$\triangle DEC : EF^2 = DF \times FC \Rightarrow 4^2 = 1 \times FC$$

$$\Rightarrow FC = 16$$

$$\triangle ABC : BF^2 = AF \times FC$$

$$\Rightarrow BF^2 = 4 \times 16 = 64 \Rightarrow BF = 8$$



$$\triangle BFC : BC^2 = BF^2 + FC^2 \Rightarrow BC^2 = 8^2 + 16^2 = 8^2(1 + 4) \Rightarrow BC = 8\sqrt{5}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه M وسط ضلع مربع است پس $AM = BM = ۳$.

از طرف دیگر:

$$BM \parallel DC \xrightarrow[\text{تشابه}]{\text{قضیه اساسی}} \triangle BME \sim \triangle DEC$$

$$\Rightarrow \frac{ME}{CE} = \frac{BM}{DC} = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲} \quad (۱)$$

$$\triangle BCM : CM^2 = BC^2 + BM^2 = ۶^2 + ۳^2 = ۴۵$$

$$\Rightarrow CM = ۳\sqrt{۵} \quad (۲)$$

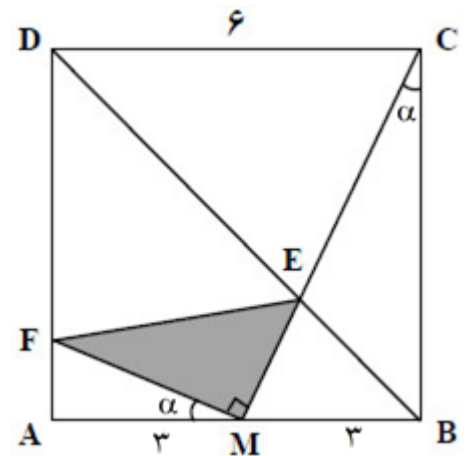
$$(۲), (۱) \Rightarrow ME = \sqrt{۵}, CE = ۲\sqrt{۵}$$

در ضمن دو مثلث قائم الزاویه BCM و AMF دارای زاویه حاده مساوی α هستند پس متشابهند داریم:

$$\triangle AMF \sim \triangle BCM \Rightarrow \frac{AM}{BC} = \frac{MF}{MC} \Rightarrow \frac{۳}{۶} = \frac{MF}{۳\sqrt{۵}} \Rightarrow MF = \frac{۳}{۲}\sqrt{۵}$$

$$S_{MFE} = \frac{1}{۲} ME \times MF = \frac{1}{۲} \left(\sqrt{۵} \times \frac{۳}{۲}\sqrt{۵} \right) = \frac{۱۵}{۴} = ۳/۷۵$$

بنابراین:



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از قضیه فیثاغورس داریم:

$$\triangle ABE : AE^2 = AB^2 + BE^2 = ۱۱^2 + x^2$$

$$\Rightarrow AE = \sqrt{۱۲۱ + x^2} \quad (۱)$$

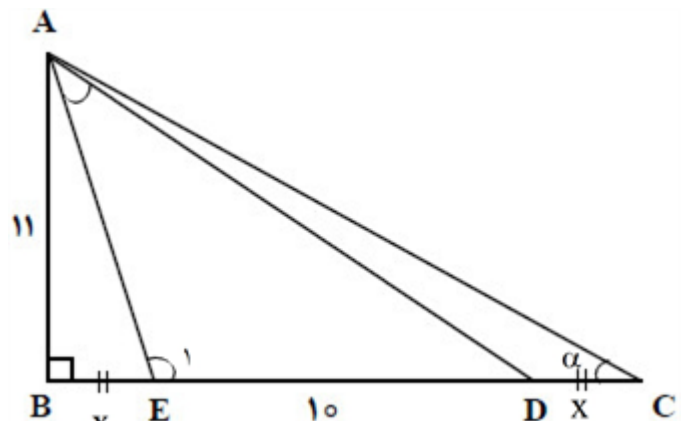
از طرف دیگر دو مثلث AED و AEC متشابهند زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{E}_1 = \widehat{E}_1 \\ \widehat{DAE} = \widehat{ACD} = \alpha \end{array} \right\} \xrightarrow{(۲)}$$

$$\triangle AEC \sim \triangle AED \Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{EC}{AE} \Rightarrow AE^2 = ED \times EC \xrightarrow{(۱) \text{ از }} ۱۲۱ + x^2 = ۱۰(۱۰ + x)$$

$$\Rightarrow ۱۲۱ + x^2 = ۱۰۰ + ۱۰x \Rightarrow x^2 - ۱۰x + ۲۱ = ۰ \Rightarrow (x - ۳)(x - ۷) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۳ \\ x = ۷ \end{cases}$$

در گزینه‌ها $x = ۷$ وجود دارد.

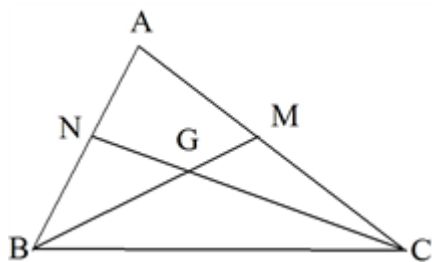


۳۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه تلاقی نیمسازها از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.

۳۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در صورتی که G محل تلاقی دو میانه BM و CN باشد آنگاه خواهیم داشت:



$$BG = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3}(12) = 8, \quad CG = \frac{2}{3}CN = \frac{2}{3}(9) = 6$$

$$S_{BGC} = \frac{1}{2}BG \times CG = \frac{1}{2}(8)(6) = 24$$

در ضمن می‌دانیم:

$$S_{BGC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \Rightarrow S_{ABC} = 3S_{BGC} = 3 \times 24 = 72$$

۴۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به داده‌های سؤال شکل مقابل را خواهیم داشت به طوری که اگر $HH' = x$ آنگاه

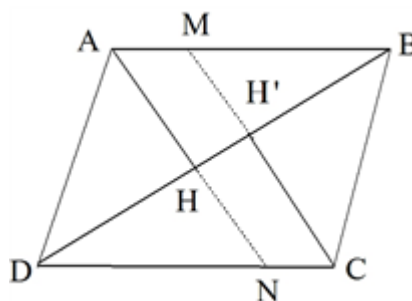
$BH' = DH = 2x$. در ضمن AH و CH' بر قطر BD عمودند پس موازیند. با استفاده از قضیه تالس می‌نویسیم:

$$AH \parallel MH' \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MH'}{AH} = \frac{BH'}{BH} \Rightarrow \frac{MH'}{AH} = \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

به همین ترتیب $\frac{NH}{CH'} = \frac{2}{3}$ پس دو ذوزنقه $AMH'H$ و $CNHH'$ چون دارای ارتفاع مشترک HH' و قاعده‌های مساویند پس هم‌مساحتند، داریم:

$$\frac{\text{مساحت کوچکترین مثلث}}{\text{مساحت متوازی الاضلاع}} = \frac{S_{BMH'}}{S_{AMCN}} = \frac{\frac{1}{2}MH' \times BH'}{2S_{AMH'H}} = \frac{\frac{1}{2}MH' \times BH'}{2\left(\frac{1}{2}HH'(MH' + AH)\right)}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{\frac{1}{2}MH'(2x)}{(x)\left(MH' + \frac{2}{3}MH'\right)} = \frac{MH'}{\frac{5}{3}MH'} = \frac{2}{5} \Rightarrow \text{مساحت متوازی الاضلاع} = \frac{5}{2}(\text{مساحت مثلث})$$



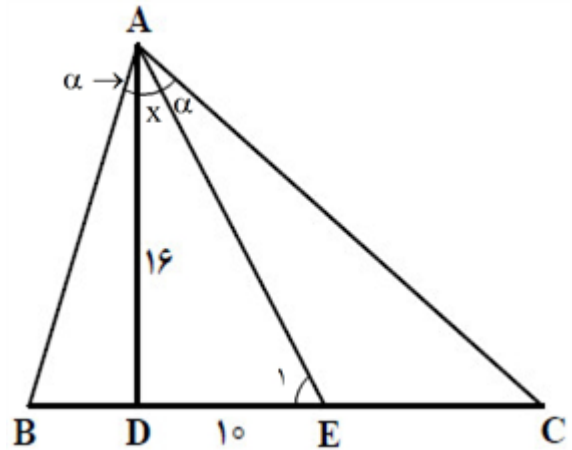
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنیم $B\hat{A}D = E\hat{A}C = \alpha$ و $D\hat{A}E = x$ در این صورت داریم:

$$\left. \begin{aligned} BA = BE &\Rightarrow \hat{E}_1 = B\hat{A}E = x + \alpha \\ \triangle AEC \text{ مثلث خارجی } \hat{E}_1 &\Rightarrow \hat{E}_1 = \alpha + \hat{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{C} = x$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{C} &= D\hat{A}E = x \\ \hat{E}_1 &= D\hat{A}C = x + \alpha \end{aligned} \right\} \text{ بنابراین:}$$

$$\Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ADC \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{DE}{AD} \Rightarrow \frac{16}{10 + EC} = \frac{10}{16} \Rightarrow 100 + 10 \cdot EC = 256$$

$$\Rightarrow 10 \cdot EC = 156 \Rightarrow EC = 15.6$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در لوزی قطرهای عمودمنصف یکدیگرند. با توجه به شکل داریم:

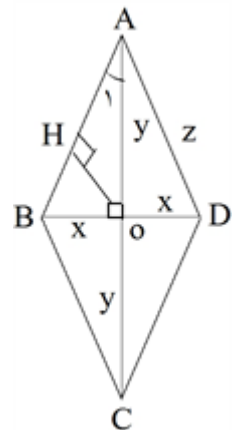
$$AB^2 = AC \times BD \Rightarrow z^2 = (2x)(2y) \Rightarrow z^2 = 4xy \Rightarrow xy = \frac{z^2}{4} \quad (1)$$

از طرف دیگر اگر ارتفاع OH در مثلث قائم‌الزاویه AOB را رسم کنیم خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2} OH \times AB = \frac{1}{2} OA \times OB \Rightarrow OH \times z = xy \Rightarrow OH = \frac{xy}{z}$$

$$\xrightarrow{(1)} OH = \frac{\frac{z^2}{4}}{z} \Rightarrow OH = \frac{z}{4} \Rightarrow OH = \frac{AB}{4}$$

چون در مثلث قائم‌الزاویه OAB ارتفاع وارد بر وتر ربع وتر است پس یک زاویه حاده این مثلث 15° است پس $\hat{A}_1 = 15^\circ$ پس $\hat{A} = 30^\circ$ در نتیجه: $\hat{B} = 150^\circ$.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر G نقطه تلاقی میانه‌ها باشد آنگاه داریم:

$$CG = \frac{2}{3}CN \xrightarrow{CN=4/5} CG = \frac{2}{3}(4/5) = 8/15$$

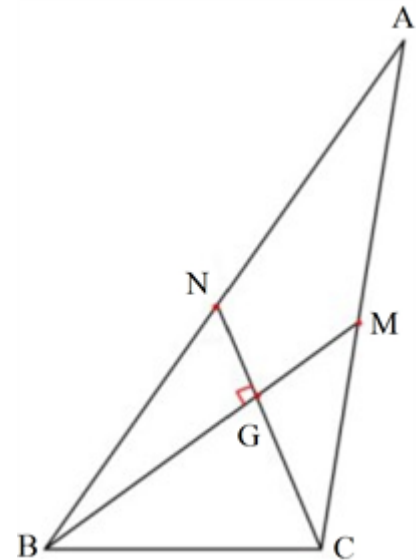
از طرف دیگر مساحت مثلث BGC مساوی $\frac{1}{3}$ مساحت مثلث ABC است.

$$S_{BGC} = \frac{1}{3}S_{ABC} = \frac{1}{3}(18) = 6$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}CG \times BG = 6 \Rightarrow \frac{1}{2}(8/15) \times BG = 6 \Rightarrow BG = 22.5$$

$$BG = \frac{2}{3}BM \xrightarrow{\quad} BM = 33.75$$

بنابراین: $\frac{BM}{CN} = \frac{6}{4/5} = \frac{7.5}{4}$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

بنابر فرض سؤال $HH' = 2DH = 2BH' = 2x$ در صورتی که AD را برابر y در نظر بگیریم آنگاه با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم:

$$\triangle ABD : AD^2 = DH \times DB \Rightarrow y^2 = (x)(4x)$$

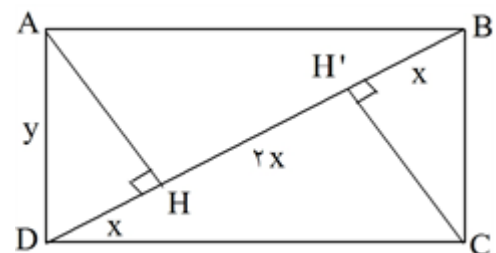
$$\Rightarrow y = 2x \quad (1)$$

$$\triangle ABD : AB^2 = BD^2 - AD^2 \xrightarrow{(1)} AB^2 = (4x)^2 - (2x)^2 = 12x^2 \Rightarrow AB = 2\sqrt{3}x$$

$$\triangle ADH : AH^2 = AD^2 - DH^2 \xrightarrow{(1)} AH^2 = (2x)^2 - (x)^2 = 3x^2 \Rightarrow AH = \sqrt{3}x$$

بنابراین:

$$\frac{\text{مساحت مستطیل}}{\text{مساحت مثلث ADH}} = \frac{AB \times AD}{\frac{1}{2}AH \times DH} = \frac{(2\sqrt{3}x)(2x)}{\frac{1}{2}(\sqrt{3}x)(x)} = 8$$



$$\widehat{ABF} = \widehat{CAE} = \widehat{BCD} = x$$

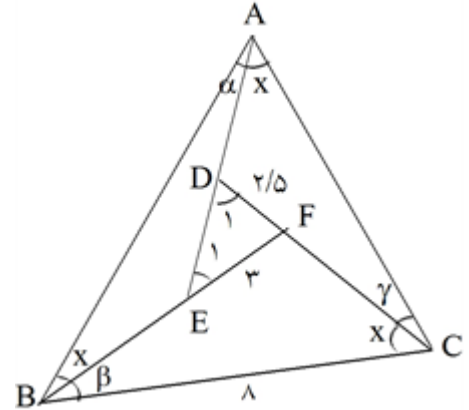
در این صورت داریم:

$$\triangle ABE \text{ زاویه خارجی } \widehat{E}_1 \Rightarrow \widehat{E}_1 = x + \alpha = \widehat{A}$$

$$\triangle ADC \text{ زاویه خارجی } \widehat{D}_1 \Rightarrow \widehat{D}_1 = x + \gamma = \widehat{C}$$

بنابراین دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ متشابهند، زیرا دارای دو زاویه مساویند.

$$\triangle DEF \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{DF}{BC} = \frac{EF}{AB} \Rightarrow \frac{2/5}{8} = \frac{3}{AB} \Rightarrow AB = \frac{24}{2/5} = 9/6$$



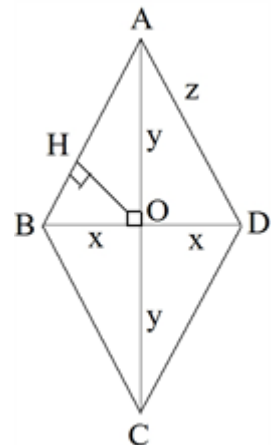
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در لوزی قطرهای عمود منصف یکدیگرند. با توجه به شکل و فرض سؤال می‌نویسیم: ۴۶

$$AB^2 = AC \times BD \Rightarrow z^2 = (2x)(2y) \Rightarrow z^2 = 4xy \Rightarrow xy = \frac{z^2}{4} \quad (1)$$

با رسم ارتفاع OH در مثلث قائم‌الزاویه AOB نتیجه می‌گیریم.

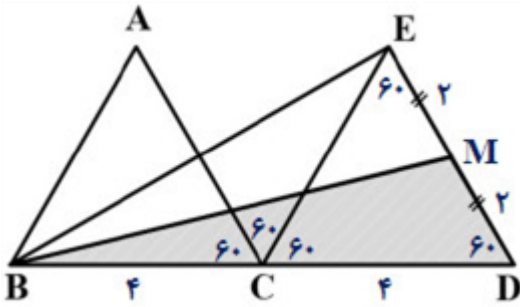
$$\frac{1}{2}OH \times z = \frac{1}{2}xy \Rightarrow OH = \frac{xy}{z} \xrightarrow{\text{از (1)}} OH = \frac{z^2}{2z} \Rightarrow OH = \frac{z}{2}$$

چون ارتفاع OH در مثلث قائم‌الزاویه AOB مساوی $\frac{1}{2}$ وتر است پس یک زاویه این مثلث 15° است.



۴۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



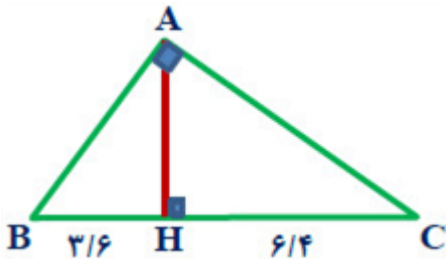
$$S_{\triangle BDM} = \frac{1}{2} \times MD \times BD \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\triangle BDM} = 4\sqrt{3}$$

۴۸

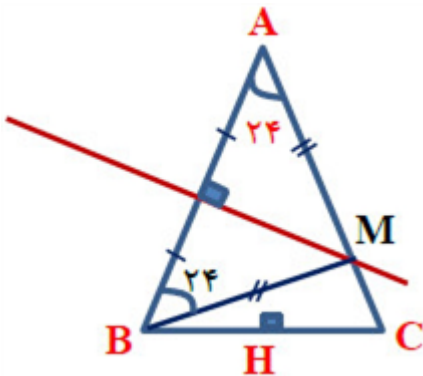
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB^2 = 3/6 \times 10 \Rightarrow AB = 6 \\ AC^2 = CH \times BC \Rightarrow AC^2 = 6/4 \times 10 \Rightarrow AC = 8 \\ \Rightarrow AB + AC = 14 \end{cases}$$

۴۹

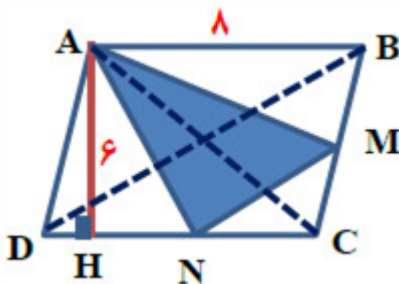
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نقطه M روی عمود منصف AB است.

پس $MA = MB$ در نتیجه $\widehat{ABM} = \widehat{BAM} = 24^\circ$ بنابراین:

$$\text{زاویه خارجی : } BMC = 24 + 24 \Rightarrow \widehat{BMC} = 48^\circ$$

۵۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$S_{ABCD} = DC \times AH = 8 \times 6 = 48$$

$$S_{ABM} = S_{ACM} = S_{ACN} = S_{ADN} \Rightarrow S_{AMCN} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

$$= \frac{1}{2} \times 48 = 24$$

$$\frac{MC}{BC} = \frac{1}{2}, MN \parallel BD \xrightarrow{\text{Tales}} S_{MNC} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 S_{BDC} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} S_{ABCD}\right) = 6$$

$$S_{AMN} = 24 - 6 \Rightarrow S_{AMN} = 18$$

۵۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو خط d و L_1 قطعاً غیرموازی هستند، چون اگر $d \parallel L_1$ باشد، آنگاه با توجه به موازی بودن L_1 و L_2 ، دو خط d و L_1 نیز باید با هم موازی باشند (دو خط موازی با یک خط، با یکدیگر موازی اند) که این خلاف فرض

سؤال است.

۵۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد قطرهای یک n ضلعی محدب از رابطه $\frac{n(n-3)}{2}$ به دست می‌آید، بنابراین داریم:

$$\frac{n(n-3)}{2} - \frac{(n-1)(n-4)}{2} = 16 \Rightarrow \frac{(n^2 - 3n) - (n^2 - 5n + 4)}{2} = 16$$

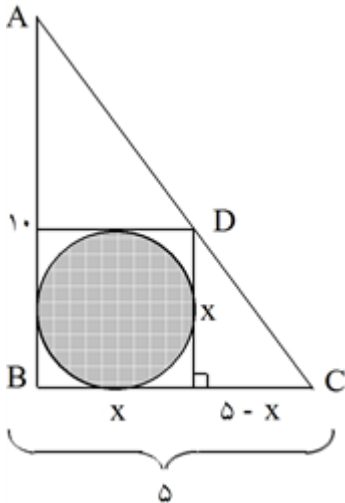
$$\Rightarrow 2n - 4 = 32 \Rightarrow 2n = 36 \Rightarrow n = 18$$

جواب مسئله برابر اختلاف تعداد قطرهای ۱۸ ضلعی و ۱۶ ضلعی است، بنابراین داریم:

$$\frac{18 \times 15}{2} - \frac{16 \times 13}{2} = 135 - 104 = 31$$

۵۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل فرض کنید طول قطر دایره برابر x باشد. در این صورت طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث ABC داریم:



$$DE \parallel AB \Rightarrow \frac{DE}{AB} = \frac{CE}{CB} \Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{5-x}{5} \Rightarrow 5x = 50 - 10x \\ \Rightarrow 15x = 50 \Rightarrow x = \frac{10}{3}$$

$$2R = \frac{10}{3} \Rightarrow R = \frac{5}{3} \Rightarrow \text{مساحت دایره} : S = \pi R^2 = \frac{25}{9} \pi$$

اگر شعاع دایره برابر R باشد، آنگاه داریم:



راه حل اول: بنابر فرض $\frac{AC}{CG} = \frac{DE}{EF} = ۴$ در نظر می‌گیریم $CG = x$ پس $AG = ۳x$ و $EF = y$ پس $DF = ۳y$. اکنون از C به F وصل کرده امتداد می‌دهیم تا خطی که از D موازی BC رسم می‌شود را در نقطه‌ی M قطع کند در این صورت دو مثلث FEC و MDF دارای دو زاویه مساویند پس متشابهند. بنابراین:

$$\triangle FEC \sim \triangle DMF \Rightarrow \frac{MD}{EC} = \frac{DF}{FE} = \frac{MF}{FC} \xrightarrow[\frac{MF}{FC} = ۳]{\substack{DF=۳x \\ EF=y}} \frac{MD}{EC} = \frac{MF}{FC} = ۳ \xrightarrow{EC=۱} \begin{cases} MD = ۳ \\ \frac{MF}{FC} = ۳ \end{cases}$$

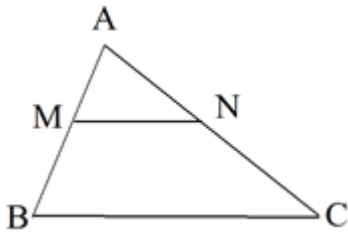
$$AM^2 = AD^2 + MD^2 = ۳^2 + ۳^2 = ۲۵ \Rightarrow AM = ۵$$

از طرف دیگر مثلث AMD قائم‌الزاویه است. پس:

در نتیجه:

$$\triangle AMC : \frac{AG}{GC} = \frac{MF}{FC} = ۳ \xrightarrow{\text{عکس تالس}} AM \parallel FG \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{FG}{AM} = \frac{CG}{AC} \Rightarrow \frac{FG}{۵} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow FG = \frac{۵}{۴} = ۱/۲۵$$

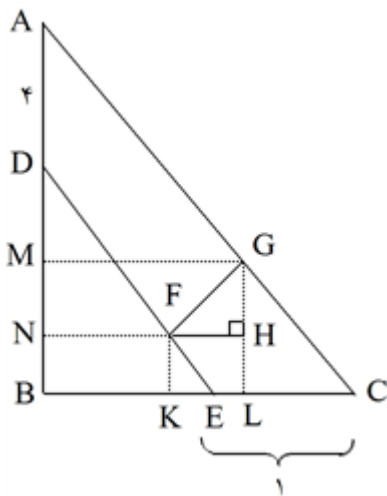
نکته: قضیه تالس و تعمیم آن: اگر خطی موازی یک ضلع مثلثی رسم شود بر دو ضلع دیگر پاره‌خط‌های متناسب ایجاد می‌کند و برعکس.



$$MN \parallel BC \Leftrightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

خط فکری: با توجه به نسبت‌های بین اضلاع داده شده مسلماً باید از قضیه تالس در حل سؤال استفاده کنیم ولی FG ضلع هیچ مثلثی نیست. برای ایجاد مثلث با رسم خط اضافه CF به این مقصود می‌رسیم.

راه حل دوم: مطابق شکل از نقاط F و G خطوطی موازی با اضلاع قائم مثلث ABC رسم می‌کنیم. طبق تعمیم قضیه تالس داریم:



$$\triangle BDE : FK \parallel BD \Rightarrow \frac{FK}{BD} = \frac{EF}{DE} = \frac{1}{4} \Rightarrow FK = \frac{1}{4}BD$$

$$\Rightarrow HL = \frac{1}{4}BD$$

$$\triangle ABC : GL \parallel AB \Rightarrow \frac{GL}{AB} = \frac{CG}{AC} = \frac{1}{4} \Rightarrow GL = \frac{1}{4}AB$$

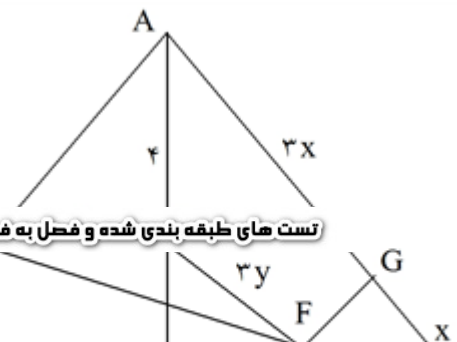
$$GH = GL - HL = \frac{1}{4}(AB - BD) = \frac{1}{4}AD = ۱$$

$$\triangle BDE : FN \parallel BE \Rightarrow \frac{FN}{BE} = \frac{DF}{DE} = \frac{3}{4} \Rightarrow FN = \frac{3}{4}BE$$

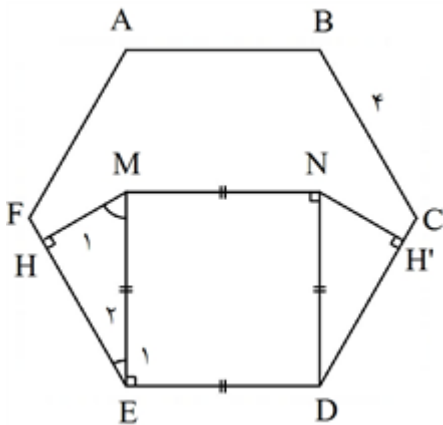
$$\triangle ABC : GM \parallel BC \Rightarrow \frac{GM}{BC} = \frac{AG}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow GM = \frac{3}{4}BC \Rightarrow NH = \frac{3}{4}BC$$

$$FH = NH - FN = \frac{3}{4}(BC - BE) = \frac{3}{4}EC = \frac{3}{4}$$

$$\triangle FGH : FG^2 = GH^2 + FH^2 = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16} \Rightarrow FG = \frac{5}{4} = ۱/۲۵$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چهارضلعی MNDE مربع به ضلع ۴ است پس $\widehat{E}_1 = 90^\circ$ در ضمن هر زاویه داخلی شش ضلعی منتظم 120° است پس $\widehat{E}_7 = 30^\circ$ در نتیجه در مثلث قائم الزاویه MHE زاویه $\widehat{M}_1$ برابر 60° می شود بنابراین:



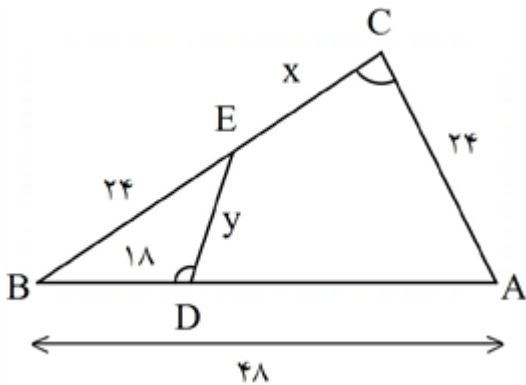
$$\triangle MEH : \widehat{M}_1 = 60^\circ \Rightarrow HE = \frac{\sqrt{3}}{2} ME \xrightarrow{ME=4} HE = 2\sqrt{3}$$

$$\triangle MEH : \widehat{E}_7 = 30^\circ \Rightarrow MH = \frac{1}{2} ME \xrightarrow{ME=4} MH = 2$$

$$S_{MEH} = \frac{1}{2} MH \times EH = \frac{1}{2} (2)(2\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} \quad \text{پس:}$$

به همین ترتیب مشخص می شود $S_{NDH} = 2\sqrt{3}$ بنابراین مجموع مساحت های دو مثلث MHE و NDH برابر $4\sqrt{3}$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو مثلث ABC و BDE متشابهند زیرا:



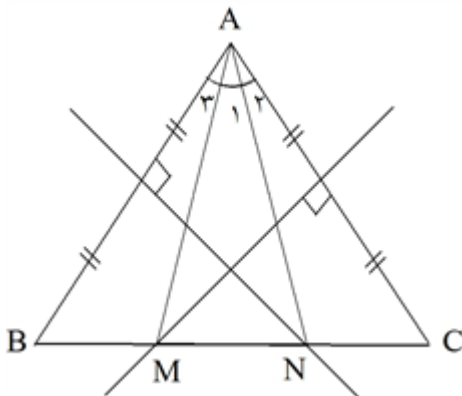
$$\left. \begin{aligned} \widehat{ECA} &= \widehat{BDE} \\ \widehat{B} &= \widehat{B} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle BDE$$

$$\Rightarrow \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{BC} = \frac{BE}{AB} \Rightarrow \frac{y}{48} = \frac{18}{24} = \frac{24-x}{24} = \frac{24}{48}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{48} = \frac{24}{48} \Rightarrow \frac{y}{48} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 24 \\ \frac{18}{48} = \frac{24-x}{24} \Rightarrow \frac{18}{48} = \frac{24-x}{24} \Rightarrow x = 12 \end{cases}$$

بنابراین مقدار $\frac{x}{y}$ برابر ۱ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنابر داده های سؤال شکل زیر را خواهیم داشت. می دانیم هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره خط از دو سر پاره خط به یک فاصله است.



$$\begin{aligned} AC \text{ روی عمودمنصف } M &\Rightarrow MA = MC \Rightarrow \widehat{A}_1 + \widehat{A}_7 = \widehat{C} \\ AB \text{ روی عمودمنصف } N &\Rightarrow NA = NB \Rightarrow \widehat{A}_1 + \widehat{A}_7 = \widehat{B} \\ \xrightarrow{\text{جمع می کنیم}} &\widehat{A}_1 + \widehat{A}_7 + \widehat{A}_7 + \widehat{A}_1 = \widehat{B} + \widehat{C} \end{aligned}$$

$$\widehat{A}_1 + \widehat{A}_7 + \widehat{A}_7 + \widehat{A}_1 = 180^\circ \Rightarrow 2\widehat{A}_1 + 2\widehat{A}_7 = 180^\circ \Rightarrow \widehat{A}_1 = 90^\circ$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون دو مثلث ارتفاع برابر دارند پس نسبت مساحت‌ها با نسبت قاعده‌ها برابر است:

$$\frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = \frac{BC}{DE} = \frac{12}{5} = 2/4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال چهارضلعی BCFE مربع است. پس

$$\widehat{E}_1 = 90^\circ$$

از طرف دیگر هر زاویه داخلی شش‌ضلعی منتظم 120° است. بنابراین:

$$\widehat{E}_1 + \widehat{E}_7 = 120^\circ \xrightarrow{\widehat{E}_1 = 90^\circ} \widehat{E}_7 = 30^\circ \Rightarrow \widehat{B}_1 = 60^\circ$$

چون $\widehat{B}_7 = 90^\circ$ و $\widehat{B}_1 = 60^\circ$ پس: $\widehat{B}_7 = 30^\circ$

به همین ترتیب معلوم می‌شود $\widehat{C}_7 = 30^\circ$ پس مثلث ABC متساوی‌الساقین با زاویه‌ی رأس 120° است. بنابراین اگر ارتفاع AK وارد بر قاعده‌ی BC را رسم کنیم. AK میانه و نیمساز هم هست. در نتیجه:

$$BK = KC = \frac{BC}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\widehat{A}_1 = \frac{\widehat{A}}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

در مثلث قائم‌الزاویه‌ی AKC ضلع KC روبرو به زاویه‌ی 60° است. پس:

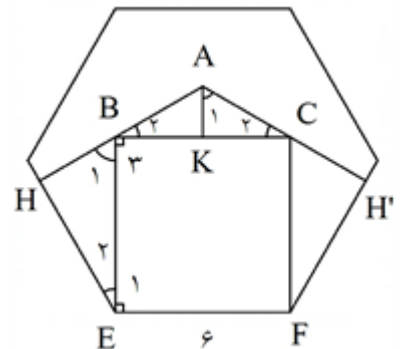
$$KC = \frac{\sqrt{3}}{2} AC \Rightarrow 3 = \frac{\sqrt{3}}{2} AC \Rightarrow AC = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

$$AK = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} (2\sqrt{3}) \Rightarrow AK = \sqrt{3}$$

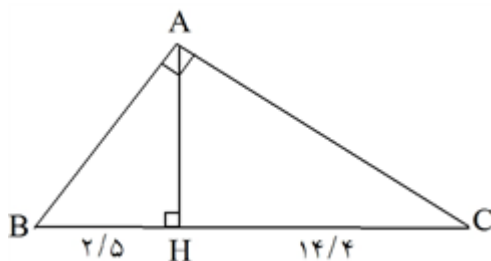
و AK روبرو به زاویه‌ی 30° است. پس:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AK \times BC = \frac{1}{2} (\sqrt{3})(6) = 3\sqrt{3}$$

بنابراین:



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC ارتفاع AH روی وتر BC پاره‌خطهایی به طول $2/5$ و $14/4$ جدا کرده است. با استفاده از رابطه طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم:



$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow AH^2 = 2/5 \times 14/4 = \frac{25}{10} \times \frac{144}{10}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{5 \times 12}{10} = \frac{12}{2} = 6$$



۶۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال شکل مقابل را خواهیم داشت.

نقطه‌ی N روی عمودمنصف AB است پس N از دو سر ضلع AB به یک فاصله است. یعنی $NA = NB$. بنابراین:

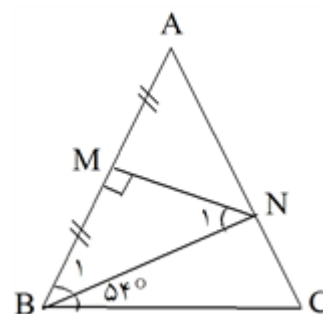
$\widehat{B}_1 = \widehat{A} = \alpha$ در ضمن $AB = AC$ پس $\widehat{B}_1 + 54^\circ = \widehat{C}$ بنابراین:

$$\triangle ABC : \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \widehat{B}_1 + 54^\circ + \widehat{B}_1 + 54^\circ = 180^\circ$$

$$\xrightarrow{\widehat{B}_1 = \alpha} 3\alpha = 180^\circ - 108^\circ \Rightarrow 3\alpha = 72^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{72^\circ}{3} = 24^\circ$$

در نتیجه:

$$\triangle BMN : \widehat{M} + \widehat{N}_1 + \widehat{B}_1 = 180^\circ \xrightarrow{\widehat{B}_1 = 24^\circ} 90^\circ + \widehat{N}_1 + 24^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{N}_1 = 66^\circ$$

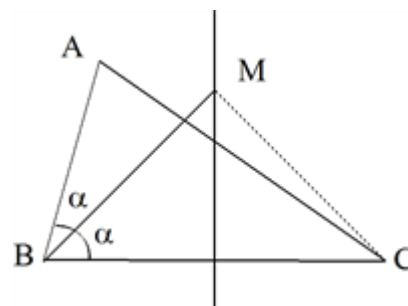


۶۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال شکل مقابل را خواهیم داشت. حال از M به C وصل کرده چون M روی

عمودمنصف BC قرار دارد. پس $MB = MC$ پس $\alpha = \widehat{MCB}$

از طرف دیگر $\widehat{C} > \widehat{MCB}$ پس $\alpha > \widehat{C}$ در نتیجه $2\alpha > 2\widehat{C}$ بنابراین $\widehat{B} > 2\widehat{C}$.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال شکل مقابل را خواهیم داشت. M وسط AB و N وسط AC است. پس MN

میان خط است پس $MN = \frac{BC}{2} = \frac{21}{2}$ و در ضمن بنابر قضیه تالس ارتفاع AH را نیز نصف می‌کند پس:

$$HH' = \frac{AH}{2} = 2$$

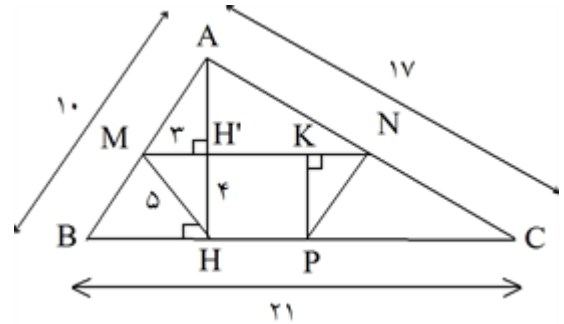
$$HM = \frac{AB}{2} = 5$$

درضمن در مثلث قائم‌الزاویه ABH پاره‌خط HM میانه ی وارد بر وتر است پس:

پس در مثلث قائم‌الزاویه H'MH طول پاره‌خط 'MH برابر ۳ می‌شود. در صورتی که عمود PK را بر MN وارد کنیم آن‌گاه

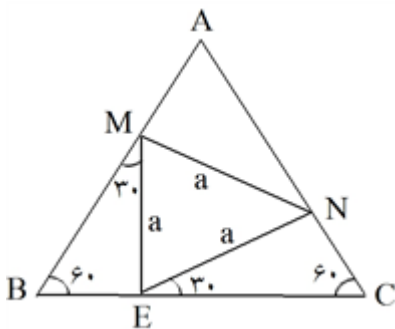
$$NK = 3 \text{ پس } H'K = \frac{21}{2} - (3 + 3) = \frac{9}{2} \text{ پس } PH = H'K = \frac{9}{2} \text{ بنابراین:}$$

$$S_{MHPN} = \frac{1}{2} HH' (MN + HP) = \frac{1}{2} (2) \left(\frac{21}{2} + \frac{9}{2} \right) = 2 \times \frac{30}{2} = 30.$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض کنیم اضلاع مثلث متساوی‌الاضلاع MNE بر اضلاع مثلث متساوی‌الاضلاع ABC عمود

باشد. اگر طول اضلاع مثلث MNE برابر a باشد، داریم:



$$\triangle BME : \widehat{B} = 60^\circ \Rightarrow ME = \frac{\sqrt{3}}{2} BM \Rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{2} BM$$

$$\Rightarrow BM = \frac{2a}{\sqrt{3}} \quad (1)$$

$$\triangle BME : \widehat{M} = 30^\circ \Rightarrow BE = \frac{BM}{2} \xrightarrow{(1)} BE = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

به همین ترتیب معلوم می‌شود $EC = \frac{2a}{\sqrt{3}}$ پس $BC = \frac{a}{\sqrt{3}} + \frac{2a}{\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$ بنابراین:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{MNE}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} BC^2}{\frac{\sqrt{3}}{4} ME^2} = \frac{BC^2}{ME^2} = \frac{3a^2}{a^2} = 3$$

در صورت سؤال مشخص نشده ساق بعدی مثلث متساوی الساقین ABC کدام است. فرض کنیم: $AB = AC = ۸$. در این صورت مثلث‌های قائم‌الزاویه ABH و ACH متساوی الساقین هم خواهند بود. بنابراین:

$$\triangle AHC : AC^2 = AH^2 + CH^2 \xrightarrow{AH=CH} ۸^2 = ۲AH^2$$

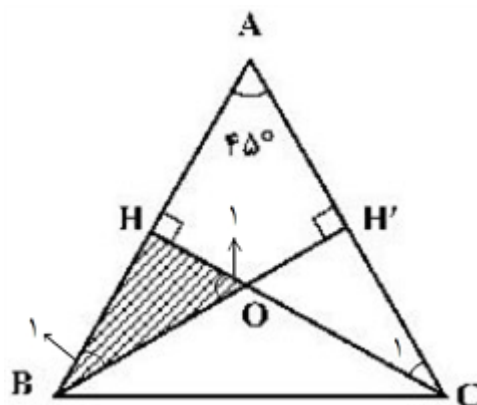
$$\Rightarrow AH^2 = ۳۲ \Rightarrow AH = ۴\sqrt{۲}$$

$$BH = AB - AH \Rightarrow BH = ۸ - ۴\sqrt{۲}$$

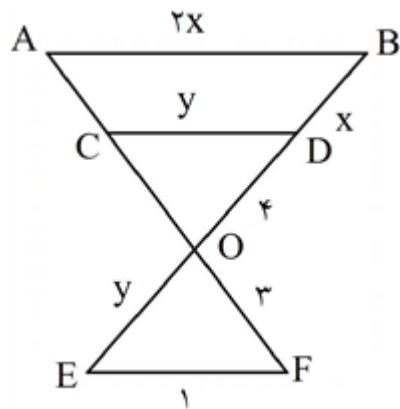
در ضمن در مثلث قائم‌الزاویه OBH چون $\widehat{B}_1 = ۴۵^\circ$ پس $\widehat{O}_1 = ۴۵^\circ$ در نتیجه $OH = BH = ۸ - ۴\sqrt{۲}$ داریم:

$$S_{OBH} = \frac{1}{2} BH \times OH = \frac{1}{2} (۸ - ۴\sqrt{۲})^2 = \frac{۱۶}{۲} (۲ - \sqrt{۲})^2 = ۸(۶ - ۴\sqrt{۲})$$

$$= ۱۶(۳ - ۲\sqrt{۲}) = \frac{۱۶(۳ - ۲\sqrt{۲})(۳ + ۲\sqrt{۲})}{۳ + ۲\sqrt{۲}} = \frac{۱۶}{۳ + ۲\sqrt{۲}}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از قضیه‌ی تالس می‌نویسیم:



$$\triangle OAB : CD \parallel AB \Rightarrow \frac{OD}{OB} = \frac{CD}{AB} \Rightarrow \frac{y}{y+x} = \frac{y}{2x}$$

$$\Rightarrow 2x = y + xy \quad (۱)$$

$$CD \parallel EF \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle OCD \sim \triangle OEF$$

$$\frac{OD}{OE} = \frac{CD}{EF} \Rightarrow \frac{y}{y} = \frac{y}{1} \Rightarrow y^2 = ۴ \Rightarrow y = ۲ \quad (۲)$$

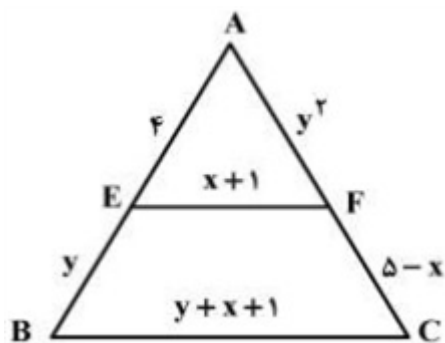
$$\text{از (۱), (۲)} \Rightarrow 2x = ۸ + 2x \Rightarrow ۶x = ۸ \Rightarrow x = \frac{۴}{۳}$$

بنابراین:

$$CD \parallel EF \Rightarrow \triangle OCD \sim \triangle OEF \Rightarrow \frac{OC}{OF} = \frac{CD}{EF} \Rightarrow \frac{OC}{۳} = \frac{۲}{۱} \xrightarrow{y=۲} OC = ۶$$

$$\triangle OAB : CD \parallel AB \Rightarrow \frac{OC}{AC} = \frac{OD}{BD} \Rightarrow \frac{۶}{AC} = \frac{۴}{\frac{۴}{۳}} \Rightarrow \frac{۶}{AC} = ۳ \Rightarrow AC = ۲$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از قضیه تالس می‌نویسیم:



$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{x+1}{y} = \frac{y^2}{5-x} \Rightarrow y^2 = 20 - 2x \quad (1)$$

$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{x+1}{x+y} = \frac{x+1}{y+x+1}$$

$$2y + \cancel{x} + \cancel{1} = \cancel{x} + \cancel{1} + xy + y$$

$$\Rightarrow 2y = y(x+1) \Rightarrow x+1 = 2 \Rightarrow x = 1$$

$$y^2 = 20 - 2 \Rightarrow y^2 = 18 \Rightarrow y = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

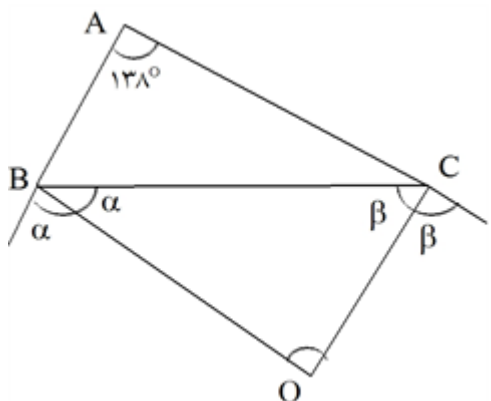
$$y - 2x = 3\sqrt{2} - 2 = \sqrt{2}$$

بنابراین:

حال از تساوی ۱ نتیجه می‌گیریم.

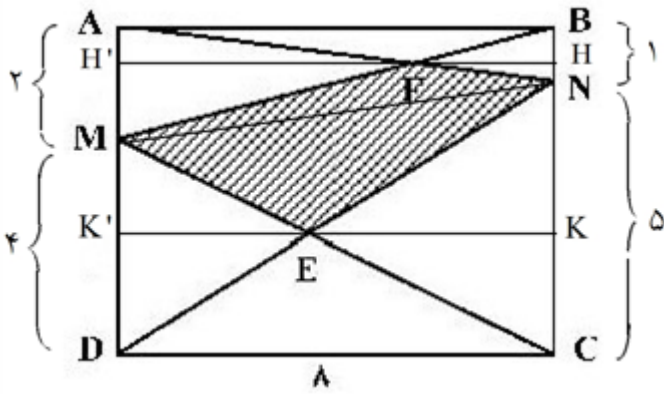
پس گزینه ۱ درست است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در صورتی که O زاویه‌ای بین دو نیم‌ساز خارجی B و C باشد، آن‌گاه می‌دانیم:



$$\hat{O} = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2} = 90^\circ - \frac{138^\circ}{2} = 21^\circ$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از نقطه‌ی F عمود HH' و از نقطه‌ی E عمود KK' را بر عرض‌های مستطیل وارد می‌کنیم.



$$BN \parallel AM \Rightarrow \triangle BFN \sim \triangle AFM \Rightarrow \frac{FH}{FH'} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow[\text{در مخرج}]{\text{ترکیب}} \frac{FH}{HH'} = \frac{1}{2} \xrightarrow{HH' = 2} FH = 1$$

$$S_{BFN} = \frac{1}{2} FH \times BN = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) (1) = \frac{1}{4} \quad \text{پس:}$$

$$NC \parallel MD \Rightarrow \triangle ENC \sim \triangle MDE \Rightarrow \frac{EK}{EK'} = \frac{5}{2} \xrightarrow[\text{در مخرج}]{\text{ترکیب}} \frac{EK}{KK'} = \frac{5}{9} \xrightarrow{KK' = 1} EK = \frac{5}{9}$$

$$S_{ENC} = \frac{1}{2} EK \times NC = \frac{1}{2} \times \frac{5}{9} \times 5 = \frac{25}{18} \quad \text{پس:}$$

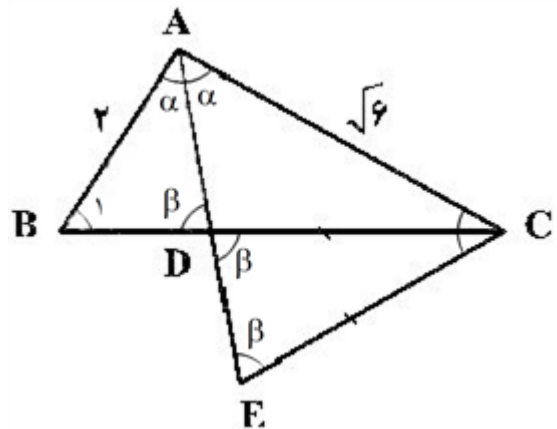
حال پاره‌خط MN را رسم می‌کنیم در این صورت دو دوزنقه ABNM و MNCD ایجاد می‌شود. با استفاده از قضیه شبه پروانه داریم.

$$ABNM \text{ دوزنقه} \Rightarrow S_{MFN} = \sqrt{S_{FBN} \times S_{AFM}} = \sqrt{S_{FBN} \times 2S_{FBN}} = 2S_{FBN} = \frac{1}{2}$$

$$MNCD \text{ دوزنقه} \Rightarrow S_{MEN} = \sqrt{S_{ENC} \times S_{MED}} = \sqrt{S_{ENC} \times \frac{16}{25} S_{ENC}} = \frac{4}{5} S_{ENC} = \frac{4}{5} \left(\frac{25}{18} \right) = \frac{20}{9}$$

$$S_{MENF} = S_{MFN} + S_{MEN} = \frac{1}{2} + \frac{20}{9} = \frac{43}{18} \quad \text{بنابراین:}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



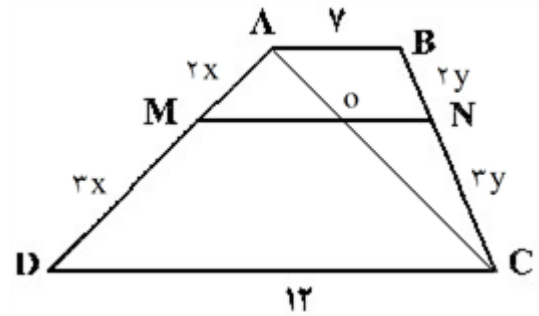
با توجه به شکل دو مثلث ABD و AEC متشابهند چون دو زاویه برابر دارند.

$$(\widehat{BAD} = \widehat{EAC} = \alpha \text{ و } \widehat{BDA} = \widehat{AEC} = \beta)$$

$$\triangle ABD \sim \triangle AEC \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{ACE}} = \left(\frac{AB}{AC} \right)^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{6}} \right)^2 = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنابر فرض $\frac{MA}{MD} = \frac{2}{3}$ در نظر می‌گیریم $MA = 2x$ و $MD = 3x$. پس بنابر قضیه تالس در دوزنقه نتیجه می‌گیریم $BN = 2y$, $CN = 3y$.

حال قطر AC را رسم می‌کنیم تا MN را در نقطه O قطع کند. بنابر قضیه تالس می‌نویسیم:

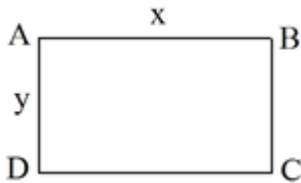


$$\triangle ADC : OM \parallel DC \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{OM}{DC} \Rightarrow \frac{2x}{5x} = \frac{OM}{12} \Rightarrow OM = \frac{24}{5}$$

$$\triangle ABC : ON \parallel AB \Rightarrow \frac{CN}{CB} = \frac{ON}{AB} \Rightarrow \frac{3y}{5y} = \frac{ON}{7} \Rightarrow ON = \frac{21}{5}$$

$$MN = OM + ON = \frac{24}{5} + \frac{21}{5} = \frac{45}{5} = 9 \quad \text{بنابراین:}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طول مستطیل را x و عرض آن را y در نظر می‌گیریم. بنابر فرض سؤال $x = \frac{1}{5}y - 2$ ، داریم:



$$S_{ABCD} = 192 \Rightarrow xy = 192 \Rightarrow \left(\frac{1}{5}y - 2\right)y = 192$$

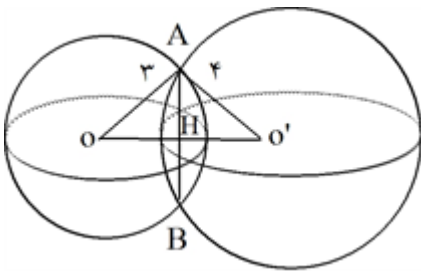
$$\Rightarrow \frac{1}{5}y^2 - 2y - 192 = 0 \xrightarrow{\text{ضرب در ۵}} y^2 - 10y - 960 = 0$$

این معادله را از دستور b' حل می‌کنیم.

$$y = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - 4ac}}{a} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 1152}}{1} = \frac{2 \pm 34}{1} \Rightarrow y = 12$$

$$\text{محیط مستطیل} = 2(x + y) = 2(16 + 12) = 56 \quad \text{پس } x = 16 \text{ در نتیجه:}$$

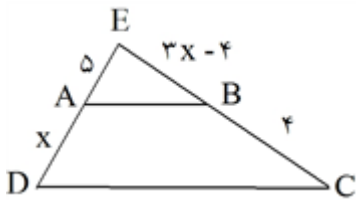
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تلاقی دو کره یک دایره است. در شکل AH شعاع دایره‌ی موردنظر است. چون $OA = 3$ و $O'A = 4$ و $OO' = 5$ پس مثلث OAO' قائم‌الزاویه است. بنابراین با استفاده از رابطه‌ی طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم.



$$AH \times OO' = OA \times O'A \Rightarrow AH \times 5 = 3 \times 4 \Rightarrow AH = \frac{12}{5}$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi AH^2 = \pi \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{144}{25} \pi = 5.76\pi$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به کمک رابطه‌ی تالس x را به دست می‌آوریم.



$$AB \parallel DC \Rightarrow \frac{EA}{AD} = \frac{EB}{BC} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{3x - 4}{4} \Rightarrow 3x^2 - 4x - 20 = 0$$

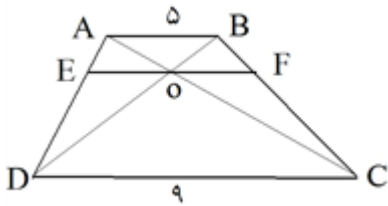
به کمک دستور b' این معادله را حل می‌کنیم.

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - 4ac}}{a} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{3} = \frac{2 \pm 8}{3} \Rightarrow x = \frac{10}{3} \text{ یا } x = -2$$

مسلماً $x = -2$ قابل قبول نیست. پس با $x = \frac{10}{3}$ مسئله را حل می‌کنیم.

$$\begin{aligned} AB \parallel DC &\Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle DCE \Rightarrow \frac{S_{ABE}}{S_{EDC}} = \left(\frac{EA}{ED}\right)^2 = \left(\frac{5}{5+x}\right)^2 \\ &\Rightarrow \frac{S_{ABE}}{S_{EDC}} = \left(\frac{5}{5+\frac{10}{3}}\right)^2 = \frac{25}{\frac{25 \times 25}{9}} = \frac{9}{25} \xrightarrow{\text{تفصیل از مخرج}} \frac{S_{ABE}}{S_{ABCD}} = \frac{9}{16} \\ &\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{16}{9} S_{ABE} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو مثلث OAB و ODC متشابه‌اند زیرا $AB \parallel DC$ است.



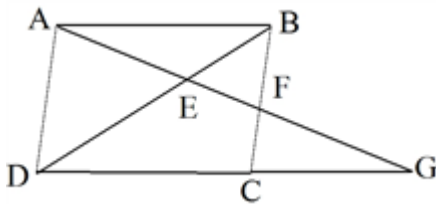
$$\begin{aligned} \triangle OAB \sim \triangle ODC &\Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{DC} = \frac{5}{9} \\ \xrightarrow[\text{در مخرج}]{\text{ترکیب}} \frac{OA}{AC} &= \frac{OB}{BD} = \frac{5}{14} \end{aligned}$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} \triangle ADC : OE \parallel DC &\Rightarrow \frac{OE}{DC} = \frac{OA}{AC} \Rightarrow \frac{OE}{9} = \frac{5}{14} \Rightarrow OE = \frac{45}{14} \\ \triangle BDC : OF \parallel DC &\Rightarrow \frac{OF}{DC} = \frac{OB}{BD} \Rightarrow \frac{OF}{9} = \frac{5}{14} \Rightarrow OF = \frac{45}{14} \\ EF = OE + OF &= \frac{90}{14} = \frac{45}{7} \end{aligned}$$

پس:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از قضیه‌ی اساسی تشابه می‌نویسیم.

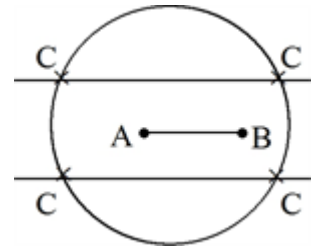


$$AD \parallel BF \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle BEF \Rightarrow \frac{AE}{EF} = \frac{DE}{BE} \quad (1)$$

$$AB \parallel DG \Rightarrow \triangle AEB \sim \triangle DEG \Rightarrow \frac{DE}{EB} = \frac{EG}{AE} \quad (2)$$

$$\text{از ۱، ۲} \Rightarrow \frac{AE}{EF} = \frac{EG}{AE} \Rightarrow AE^2 = EF \times EG$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مجموعه نقاطی که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی ۷ هستند دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۷ قرار دارند و مجموعه نقاطی که از AB به فاصله‌ی ۵ هستند دو خط موازی AB در طرفین آن هستند. نقاط تلاقی این دو خط موازی با دایره چهار نقطه است که جواب این سؤال هستند.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. وتر این مثلث $2x + 2$ است. پس بنابر قضیه‌ی فیثاغورس می‌نویسیم:

$$(2x + 2)^2 = (2x + 1)^2 + (x + 1)^2$$

$$4x^2 + 8x + 4 = 4x^2 + 4x + 1 + x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 6x - 7 = 0$$

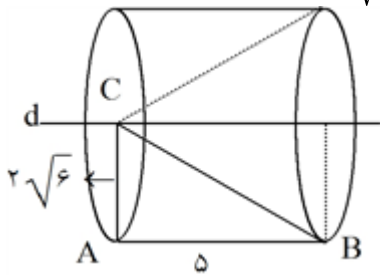
$$\Rightarrow (x - 7)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 7, x = -1$$

مقدار $x = -1$ قابل قبول نیست چون ضلع $x + 1$ به ازای آن صفر می‌شود. به ازای $x = 7$ اندازه‌ی اضلاع مثلث برابر ۱۷ و

$$S = \frac{1}{2}(8)(15) = 60$$

۸ و ۱۵ هستند. بنابراین:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از دوران مثلث قائم‌الزاویه ABC حول خط d یک استوانه که از آن مخروطی جدا شده است به دست می‌آید. به طوری که ارتفاع استوانه و مخروط ۵ و شعاع قاعده‌ی هر دو آن‌ها $2\sqrt{6}$ است.



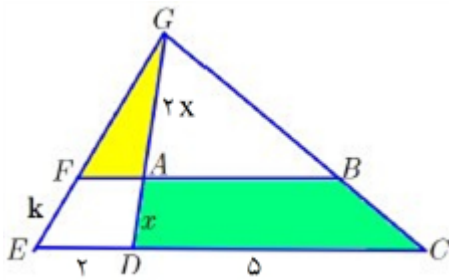
$$\text{حجم استوانه} = \pi R^2 h = \pi (2\sqrt{6})^2 (5) = 24 \times 5 \pi$$

$$\text{حجم مخروط} = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi (2\sqrt{6})^2 (5) = \frac{24 \times 5}{3} \pi$$

$$\text{حجم خواسته شده} = 24 \times 5 \pi - \frac{24 \times 5}{3} \pi = \frac{2 \times 24 \times 5}{3} \pi = 80 \pi$$

بنابراین:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرض کنیم $DA = x$ باشد پس بنابر فرض $DG = ۲AD$ نتیجه می‌گیریم $AG = ۲x$. داریم:



$$AF \parallel ED \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AFG \sim \triangle GED$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AFG}}{S_{GED}} = \left(\frac{AG}{GD}\right)^2 = \left(\frac{2x}{5x}\right)^2 = \frac{4}{25} \quad (۱)$$

در ضمن دو مثلث GED و AED دارای ارتفاع مشترک از رأس G هستند پس نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر نسبت قاعده‌هایشان است.

$$\frac{S_{GED}}{S_{AED}} = \frac{ED}{ED} = \frac{2}{5} \Rightarrow S_{GED} = \frac{2}{5} S_{AED} \quad (۲)$$

$$S_{AFG} = \frac{4}{25} S_{GED}$$

از طرف دیگر:

$$AB \parallel DC \xrightarrow[\text{تشابه}]{\text{قضیه اساسی}} \triangle AGB \sim \triangle GDC \Rightarrow \frac{S_{AGB}}{S_{GDC}} = \left(\frac{AG}{GD}\right)^2 = \left(\frac{2x}{5x}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\xrightarrow[\text{از صورت}]{\text{تفضیل}} \frac{S_{ABCD}}{S_{GDC}} = \frac{5}{9} \quad (۳)$$

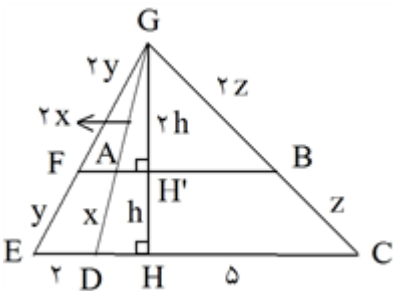
در ضمن دو مثلث GEC و GDC دارای ارتفاع مشترک از رأس A هستند پس:

$$\frac{S_{GDC}}{S_{GEC}} = \frac{DC}{EC} = \frac{5}{9} \quad (۴)$$

$$\text{حال از تساوی‌های ۳ و ۴ نتیجه می‌گیریم } S_{ABCD} = \frac{25}{63} S_{GEC} \text{ بنابراین:}$$

$$\frac{S_{AFG}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{4}{25} S_{GED}}{\frac{25}{63} S_{GEC}} = \frac{4}{25} \Rightarrow \frac{S_{AFG}}{S_{ABCD}} = \frac{4}{25} \times 100 = ۱۶\%$$

راه حل دوم: با فرض $AD = x$ نتیجه می‌گیریم $AG = ۲x$ و با استفاده از تالس $\frac{GB}{BC} = \frac{FG}{FE} = \frac{2x}{x} = ۲$. به همین علت اندازه‌های روی شکل را خواهیم داشت. با رسم ارتفاع GH نیز معلوم می‌شود $GH' = ۲HH'$ داریم:



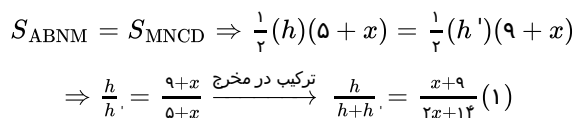
$$\triangle GED : AF \parallel ED \Rightarrow \frac{AF}{ED} = \frac{GF}{GE} \Rightarrow \frac{AF}{2} = \frac{2y}{5y} \Rightarrow AF = \frac{4}{5}$$

$$\triangle GDC : AB \parallel DC \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{GB}{GC} \Rightarrow \frac{AB}{5} = \frac{2z}{5z} \Rightarrow AB = \frac{4}{5}$$

$$\frac{S_{AFG}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}(2h)(AF)}{\frac{1}{2}h(AB + DC)} = \frac{2 \times \frac{4}{5}}{4 + 5} = \frac{8}{9} \Rightarrow \frac{S_{AFG}}{S_{ABCD}} = \frac{8}{9} \times 100 = ۸۸\%$$

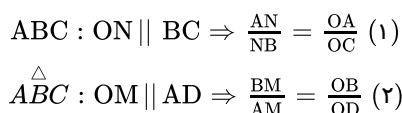
بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ارتفاع دوزنقه را رسم می‌کنیم و از رأس B پاره‌خط BQ را موازی AD ترسیم می‌کنیم تا دوزنقه‌ی ABCD به متوازی‌الاضلاع ABQD و مثلث BQC تقسیم شود. در این صورت $DQ = ۵$ و $QC = ۴$ است. با فرض $MN = x$ نتیجه می‌گیریم $ON = x - ۵$ داریم:



$$r, 1 | \Rightarrow \frac{x+9}{rx+1f} = \frac{x-5}{f} \Rightarrow rx^r + fx - v. = fx + rf \Rightarrow rx^r = 1.f \Rightarrow x^r = 5r \Rightarrow x = \sqrt{5r}$$

۸۲

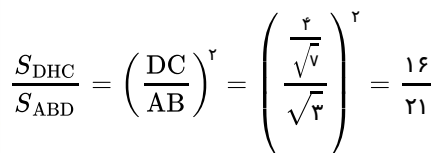


بنا بر این:

$$1, 2, 3 \Rightarrow \frac{AN}{NB} = \frac{BM}{AM} \xrightarrow[\text{صورت}]{\text{ترکیب در}} \frac{AB}{NB} = \frac{AB}{AM} \Rightarrow AM = NB \Rightarrow \frac{AM}{BN} = 1$$

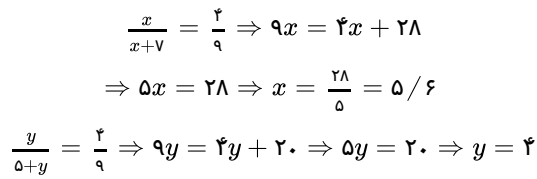
۸۳

$$AC^r = DC \times BC \Rightarrow r = DC \times \sqrt{v} \Rightarrow DC = \frac{r}{\sqrt{v}}$$



BC = $\sqrt{v}$ ← فیثاغورس





گزینه ۱ پاسخ صحیح است. صفحه‌ای که از یال AD و از وسط یال $A'B'$ (یعنی نقطه M) بگذرد از وسط یال $C'D'$ (یعنی نقطه N) نیز می‌گذرد و مستطیل AMND سطح مقطع آن صفحه با مکعب است. اگر طول یال مکعب a باشد، آن‌گاه $DD'N = \frac{a}{2}$ و $DD' = a$ است و در مثلث قائم‌الزاویه $DD'N$ داریم:

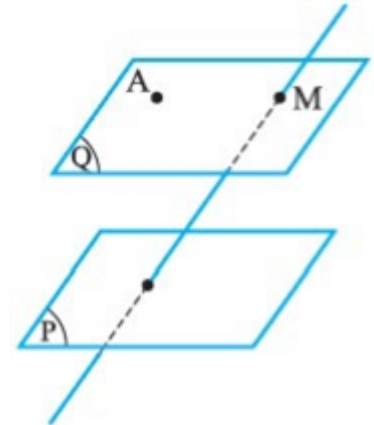
$$S_{\text{مقطع}} = S_{\text{AMND}} = \text{AD} \cdot \text{DD}' = a \times \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a^2\sqrt{5}}{2} \quad \text{پس:}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تمام خط‌هایی که از A می‌گذرند و موازی با صفحه P هستند روی صفحه‌ای قرار دارند که شامل نقطه A است و با صفحه P موازی می‌باشد. (صفحه Q)

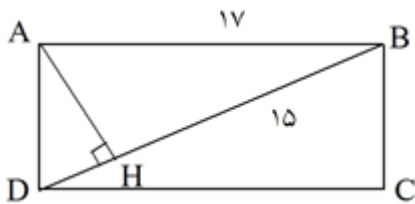
اگر خط d موازی با P باشد ولی روی Q نباشد هر خطی که نقطه A را به یک نقطه از d وصل کند، P را قطع می‌کند. در این صورت مسأله جواب ندارد.

اگر d روی Q باشد، آن‌گاه هر خطی که نقطه A را به یک نقطه از d وصل کند جواب مسأله است و مسأله بی‌نهایت جواب دارد.

اما اگر d، صفحه P را قطع کند، Q را نیز در M قطع می‌کند و AM تنها جواب مسأله است. یعنی اگر خط d صفحه P را قطع کند، آن‌گاه فقط یک خط وجود دارد که از A می‌گذرد، d را قطع می‌کند و با صفحه P موازی است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم‌الزاویه ABD بنابر رابطه‌ی طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم:

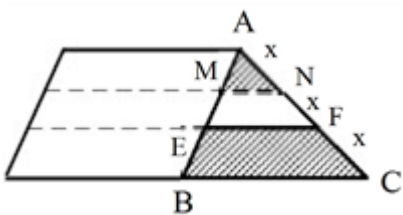


$$AB^2 = BH \times BD \Rightarrow 17^2 = 15 \times BD \Rightarrow BD = \frac{17 \times 17}{15}$$

$$BD - 19 = \frac{17 \times 17}{15} - 19 = \frac{17 \times 17 - 15 \times 19}{15} = \frac{4}{15}$$

بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{x}{3x}\right)^2 = \frac{1}{9} \quad (1)$$

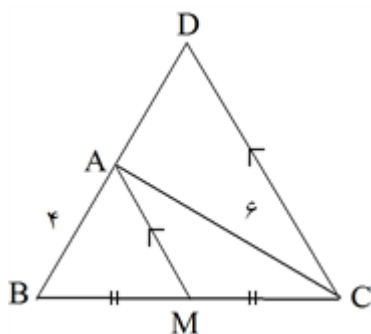
$$EF \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AEF \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{2x}{3x}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل از صورت}} \frac{S_{BEFC}}{S_{ABC}} = \frac{5}{9} \quad (2)$$

از تقسیم تساوی‌های ۱ و ۲ نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}}}{\frac{S_{BEFC}}{S_{ABC}}} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{5}{9}} \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{BEFC}} = \frac{1}{5}$$



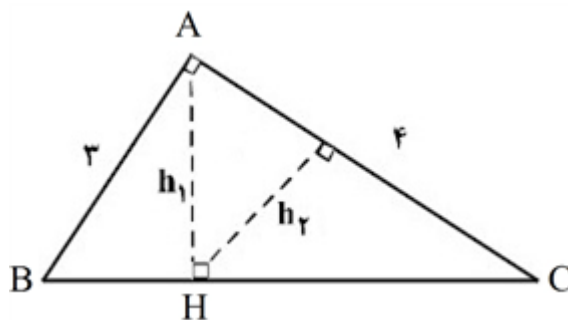


بنابر فرض سوال شکل مقابل را خواهیم داشت:

$$AM \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BM}{MC} = \frac{AB}{AD} \xrightarrow{BM=MC} 1 = \frac{4}{AD} \Rightarrow AD = 4$$

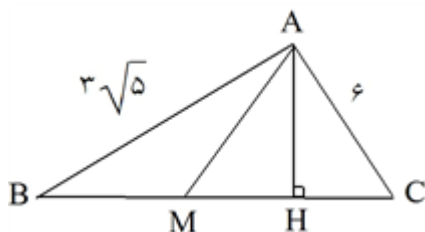
$$BD = AB + AD = 4 + 4 = 8 \quad \text{بنابراین:}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو مثلث قائم الزاویه ی ABC و AHC با داشتن دو زاویه مساوی متشابه اند. بنابراین نسبت ارتفاع های آنها برابر نسبت اضلاع نظیرشان است.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{C} \\ \hat{A} = \hat{H} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(د)} \triangle ABC \sim \triangle AHC \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{AC}{BC} \xrightarrow{BC = \sqrt{16+9}=5} \frac{h_2}{h_1} = \frac{4}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنابر روابط طولی در مثلث قائم الزاویه می نویسیم:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 45 + 36 = 81 \Rightarrow BC = 9$$

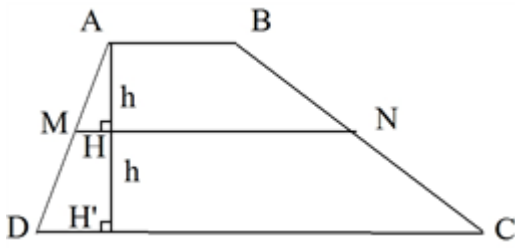
$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 36 = CH \times 9 \Rightarrow CH = 4$$

$$MH = MC - CH = \frac{9}{2} - 4 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABH}} = \frac{\frac{1}{2}AH \times BC}{\frac{1}{2}AH \times MH} = \frac{BC}{MH} = \frac{9}{\frac{1}{2}} = 18$$

بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق دوزنقه را به هم وصل می‌کند مساوی نصف مجموع دو قاعده است. در صورتی که M و N وسط‌های دو ساق دوزنقه‌ی ABCD باشند پس $MN = \frac{AB + DC}{2}$ است. در ضمن بنابر قضیه‌ی تالس اگر ارتفاع AH را رسم کنیم، آن‌گاه $AH = HH' = h$. حال بنابر فرض می‌نویسیم.



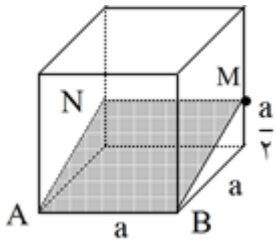
$$\frac{S_{ABNM}}{S_{MNCD}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}h(AB+MN)}{\frac{1}{2}h(MN+DC)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AB+MN}{MN+DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN + DC = 2AB + 2MN$$

$$\Rightarrow DC - 2AB = MN \Rightarrow DC - 2AB = \frac{AB + DC}{2} \Rightarrow 2DC - 4AB = AB + DC$$

$$\Rightarrow DC = 5AB \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{1}{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مکعب مقابل صفحه‌ی گذرا بر یال AB و نقطه‌ی M وسط یال دیگر مکعب رسم شده است. اگر طول ضلع مکعب a باشد آن‌گاه داریم:



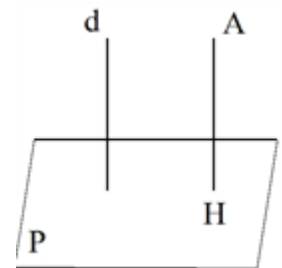
$$\text{حجم منشور (قسمت کوچکتر)} = Sh = \frac{1}{2}(a)\left(\frac{a}{2}\right)(a) = \frac{a^3}{4}$$

$$\text{حجم منشور} = \text{حجم مکعب} - \text{حجم منشور} = a^3 - \frac{a^3}{4} = \frac{3a^3}{4}$$

$$\frac{\text{حجم قسمت کوچکتر}}{\text{حجم قسمت بزرگتر}} = \frac{\frac{a^3}{4}}{\frac{3a^3}{4}} = \frac{1}{3}$$

بنابراین:

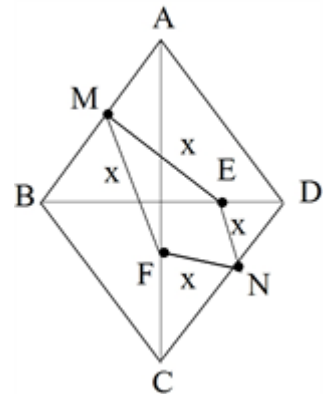
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در صورتی که خط d بر صفحه‌ی P عمود باشد آن‌گاه از A فقط یک خط عمود بر P مثل AH می‌توان رسم کرد. به طوری که AH موازی خط d است. (زیرا AH و d هر دو بر صفحه‌ی P عمودند) حال هر صفحه گذرا از AH هم بر P عمود است و هم موازی d است پس در این حالت تعداد صفحات رسم شده بی‌شمار است.



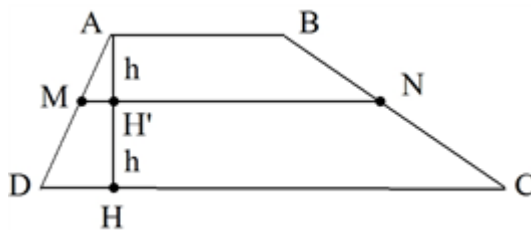
در نظر بگیرید نقاط M و N وسط های دو ضلع غیرمجاور چهارضلعی $ABCD$ است و نقاط E و F وسط های دو قطر آن است و چهارضلعی $MENF$ لوزی به ضلع x است. بنابر قضیه ی میان خط دو مثلث نتیجه می گیریم.

$$BC = 2MF = 2EN = 2x \text{ و } AD = 2ME = 2FN = 2x$$

پس $BC = AD$ یعنی دو ضلع غیرمجاور دیگر چهارضلعی $ABCD$ برابرند.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در دوزنقه ی $ABCD$ نقاط M و N وسط های دو ساق هستند پس بنابر قضیه ی میان خط در دوزنقه $MN = \frac{AB + DC}{2}$ و اگر ارتفاع AH را رسم کنیم آن گاه $AH' = HH' = h$. بنابر فرض سؤال داریم.



$$\frac{S_{ABNM}}{S_{MNCD}} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}h(AB+MN)}{\frac{1}{2}h(MN+DC)} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow 5AB + 5MN = 2MN + 2DC$$

$$\Rightarrow 5AB - 2DC = -2MN \Rightarrow 5AB - 2DC = -2\left(\frac{AB+DC}{2}\right) \Rightarrow 6AB = 2DC \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{1}{3}$$

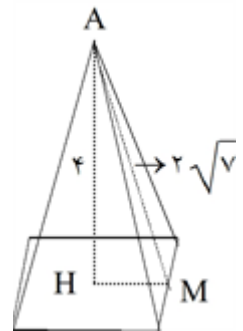
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. جایی که خط واصل صفحه را قطع می کند، محل برخورد قطرهای چهارضلعی $A'B'C'D'$ است. این نقطه از طرفی وسط $A'C'$ است زیرا تصویر نقطه وسط AC است. از طرفی وسط $B'D'$ است باز به همان دلیل. بنابراین قطرهای این چهارضلعی یک دیگر را نصف کرده اند لذا چهارضلعی متوازی الاضلاع است. چهارضلعی می تواند لوزی نباشد. کافی است دو پاره خطی که با هم زاویه ی 60° درست می کنند در نظر بگیرید. یکی از آن ها را در جهت عمود بر صفحه دو خط ۱ واحد بالا ببرید. این یکی را AC و دیگری را BD بنامید. تصویری که سؤال می خواهد، برای این AC و BD یک متوازی الاضلاع است که زاویه بین دو قطر آن 60° است. پس لوزی نیست.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ارتفاع هرم و ارتفاع مثلث کناری یک مثلث قائم‌الزاویه ایجاد می‌کنند.

$$HM = \sqrt{(r\sqrt{3})^2 - 4^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{ضلع مربع قاعده} = 2HM = 4\sqrt{3}$$

$$\text{حجم هرم} : \frac{1}{3}a^2h = \frac{1}{3}(16 \times 3) \times 4 = 64$$



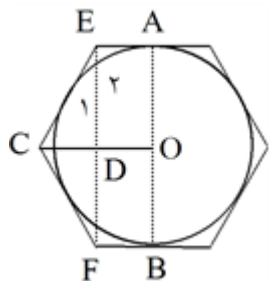
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} ND \parallel ME &\Rightarrow \frac{AM}{MN} = \frac{AE}{DE} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = 2AM \\ ND \parallel MC &\Rightarrow \frac{BN}{MN} = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = 2BN \end{aligned} \right\} \Rightarrow BN = AM$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{AM + MN + NB}{AM} = \frac{5AM}{AM} = 5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. این‌که در مستطیل این اتفاق می‌افتد قضیه کتاب درسی است. مثال نقض هر سه گزینه‌ی دیگر مربع است که از برخورد نیم‌سازهای داخلی آن یک نقطه به وجود می‌آید.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بزرگ‌ترین دایره‌ای که داخل ۶ ضلعی قرار می‌گیرد بر همه اضلاع آن مماس است.



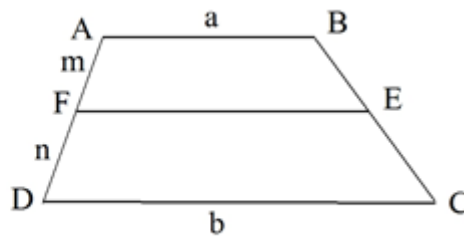
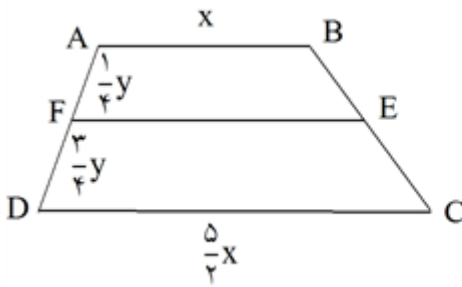
$$120^\circ = \text{هر زاویه} \Rightarrow 720^\circ = \text{مجموع زوایای داخلی ضلعی ۶}$$

$$E_1 = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ \Rightarrow ED = \frac{\cos 120^\circ}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow EF = 4\sqrt{3} \xrightarrow{EF=AB} AB = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow r = \frac{2\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$V = \pi \times (2\sqrt{3})^2 \times 7/5 = 9.$$

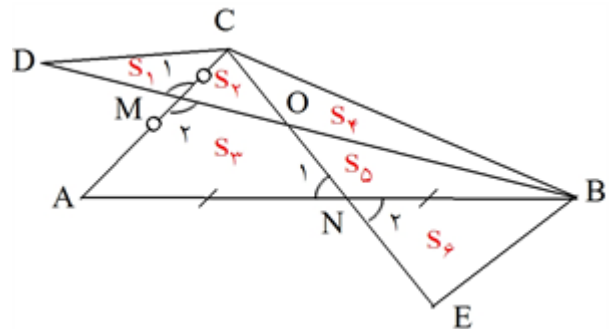


$$EF = \frac{na + mb}{m + n}$$

$$EF = \frac{\frac{r}{4}xy + \frac{5}{4}xy}{\frac{r}{4} + \frac{5}{4}} = \frac{11}{6}x$$

$$\frac{EF}{CD} = \frac{\frac{11}{6}x}{\frac{5}{2}x} = \frac{11 \times 2}{6 \times 5} = \frac{11}{15}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم با رسم میانه در هر مثلثی، مثلث اولیه به دو مثلث هم‌مساحت تبدیل می‌شود. ۱۰۳



$$\left. \begin{array}{l} \text{BM میانه: } S_1 + S_2 = S_3 + S_4 \\ \text{CN میانه: } S_2 + S_3 = S_5 + S_6 \end{array} \right\} \xrightarrow{+} S_1 = S_6$$

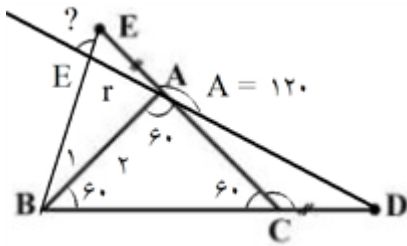
مثلث‌های DMC و MAB با یکدیگر هم‌نهشت هستند بنا بر حالت زیر:
می‌دانیم دو مثلث هم‌نهشت مساحت‌های یکسانی دارند.

$$\left. \begin{array}{l} MD = MB \\ MC = MA \\ \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض.ض.}} \triangle MAB \cong \triangle MDC \Rightarrow S_1 = S_2 + S_4 \quad \text{I}$$

$$\left. \begin{array}{l} NB = NA \\ NE = NC \\ \widehat{N}_1 = \widehat{N}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض.ض.}} \triangle NBE \cong \triangle NAC \Rightarrow S_6 = S_3 + S_5 \quad \text{II}$$

از آن‌جا که $S_1 = S_6$ و از روابط I و II نتیجه می‌گیریم که $S_2 = S_5$

$$\frac{S_{DBC}}{S_{EBC}} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{S_5 + S_6 + S_3} = \frac{S_2 + S_5 + S_3}{S_2 + S_5 + S_3} = 1$$



$$\triangle EAB = \triangle ACD \Rightarrow \begin{cases} AC = AB \\ CD = AE \\ \hat{C} = \hat{A}_1 + \hat{A}_r = 120^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{E} = \hat{D}$$

$$\hat{A}_r = \hat{B}_1$$

$$\hat{F}_1 = \hat{F}_r$$

$$\hat{F}_r = \hat{E} + \hat{A}_1 \xrightarrow[\hat{A}_1 = \hat{A}_r]{\hat{E} = \hat{D}} \hat{F}_r = \hat{D} + \hat{A}_r \xrightarrow{D_r + A_r = C = 60^\circ} \hat{F}_r = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{F}_r = \hat{F}_1 \Rightarrow \hat{F}_1 = 60^\circ$$

مطابق شکل صفحه P به فاصله ۳ از قاعده مخروط جسم حاصل از حذف مخروط درون استوانه را در دو دایره به شعاع ۴ و $O'A$ قطع می‌کند.

برای به دست آوردن مساحت مقطع حاصل باید مساحت‌های این دو دایره را از هم کم کنیم.

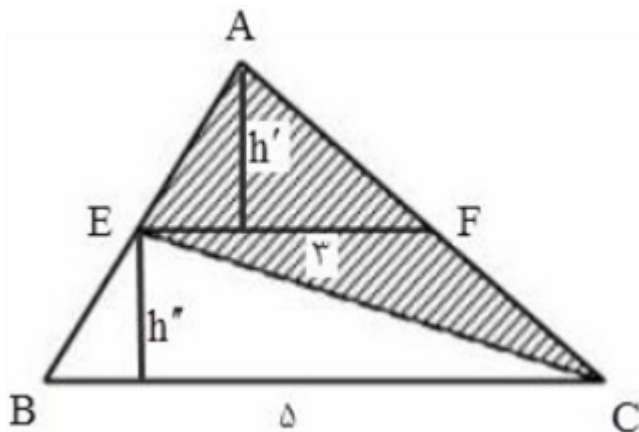
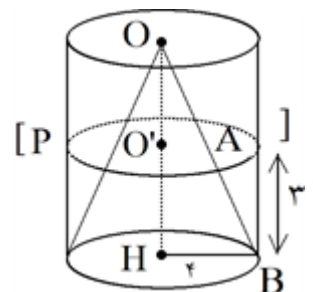
اکنون شعاع $O'A$ را به دست می‌آوریم.

$$\triangle OBH : O'A \parallel BH \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OO'}{OH} = \frac{O'A}{BH} \xrightarrow{OO' = 5 - 3 = 2} \frac{2}{5} = \frac{O'A}{4} \Rightarrow O'A = \frac{8}{5}$$

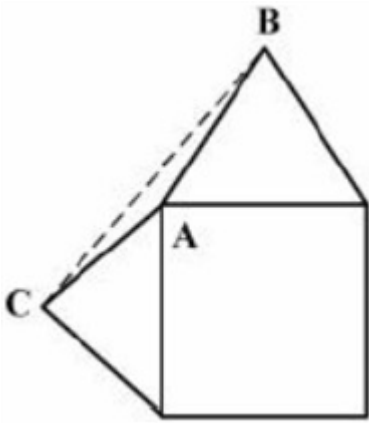
بنابراین:

مساحت دایره به شعاع $\frac{8}{5}$ - مساحت دایره به شعاع ۴ = مساحت مقطع حاصل

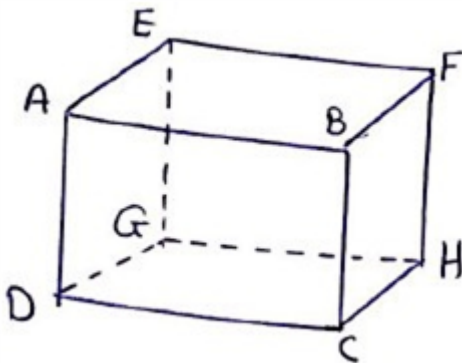
$$= \pi(4)^2 - \pi\left(\frac{8}{5}\right)^2 = 16\pi - \frac{64}{25}\pi = \frac{336}{25}\pi = 13\frac{16}{25}\pi$$



$$\begin{aligned} \frac{EF}{BC} &= \frac{r}{5} \\ \frac{S_{\triangle BEC}}{S_{BCFE}} &= \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{S_{\triangle EFC}}{S_{BCFE}} = \frac{r}{8} \\ \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} &= \left(\frac{r}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{BCFE}} = \frac{9}{16} \\ \frac{r}{8} + \frac{9}{16} &= \frac{15}{16} \end{aligned}$$



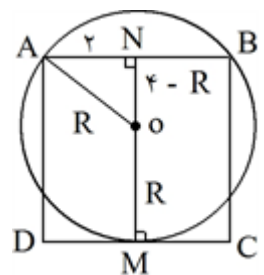
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 15^\circ = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 30^\circ \\ = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 1$$



اگر یال AB را در مکعب مستطیل شکل مقابل در نظر بگیریم، آن گاه یال AB با یالهای CH، DG، EG و FH متناظر است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنیم دایره‌ی گذرا از دو رأس A و B در نقطه‌ی M بر ضلع DC مماس باشد. در این صورت اگر O مرکز دایره باشد آن گاه OM بر DC و امتداد آن بر AB عمود خواهد بود در مثلث قائم‌الزاویه OAN قضیه‌ی فیثاغورس را می‌نویسیم.

$$OA^2 = AN^2 + ON^2 \Rightarrow R^2 = 2^2 + (4 - R)^2 \Rightarrow R^2 = 4 + 16 - 8R + R^2 \\ \Rightarrow R = \frac{20}{8} = 2.5$$



گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. در امتداد ضلع AC نقطه‌ی D را طوری انتخاب می‌کنیم تا $AD = AB$ باشد در این صورت دو مثلث AMD و AMB به حالت (ض ز ض) هم‌نهشت می‌شوند پس $MD = MB$ داریم.

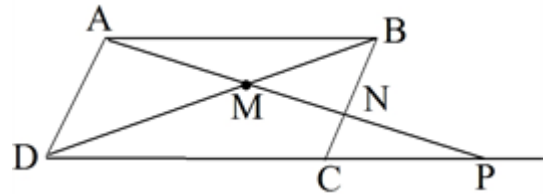
$$\triangle CMD : CD < MD + MC \Rightarrow CA + AD < MD + MC \xrightarrow[\substack{MD=MB \\ AD=AB}]{} \\ CA + AB < MB + MC$$

$$\frac{MB + MC}{CA + AB} > 1 \text{ بنابراین}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از قضیه تالس به صورت زیر استفاده می‌کنیم. ۱۱۱

$$\left. \begin{array}{l} BN \parallel AD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MN}{AM} = \frac{BM}{MD} \\ AB \parallel DP \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BM}{MD} = \frac{AM}{MP} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{MN}{AM} = \frac{AM}{MP}$$

$$\Rightarrow AM^2 = MN \times MP$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از قضیه تالس به صورت زیر استفاده می‌کنیم. ۱۱۲

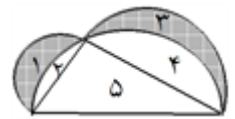
$$\left. \begin{array}{l} AC \parallel BD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OA}{AB} = \frac{OC}{CD} \\ BC \parallel DE \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OC}{CD} = \frac{OB}{BE} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{OB}{BE} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{8}{BE} \Rightarrow BE = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق شکل ناحیه‌ها را شماره‌گذاری می‌کنیم: ۱۱۳

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 + S_7 = \frac{1}{2} \left(\pi \left(\frac{r}{2} \right)^2 \right) \\ S_7 + S_8 = \frac{1}{2} \left(\pi \left(\frac{r}{2} \right)^2 \right) \end{array} \right\} \Rightarrow S_1 + S_7 + S_7 + S_8 = \frac{\pi}{2} \left(\frac{r^2 + r^2}{2} \right) = \frac{\pi}{2} \left(\frac{5r^2}{2} \right) \quad (1)$$

$$S_7 + S_8 + S_9 = \frac{1}{2} \pi \left(\frac{5}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{2} \left(\frac{5^2}{2} \right) \quad (2)$$

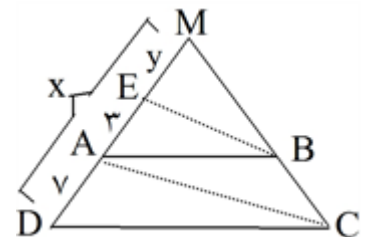
$$(2) - (1) \Rightarrow S_1 + S_7 = S_9 \Rightarrow S_1 + S_7 = \frac{r \times r}{2} = 6$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۱۴

$$\left. \begin{array}{l} BE \parallel AC \Rightarrow \frac{y}{r} = \frac{MB}{BC} \\ AB \parallel CD \Rightarrow \frac{y+r}{v} = \frac{MB}{BC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{y}{r} = \frac{y+r}{v} \Rightarrow y = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

$$x = y + 10 = 2\frac{1}{4} + 10 = 12\frac{1}{4}$$

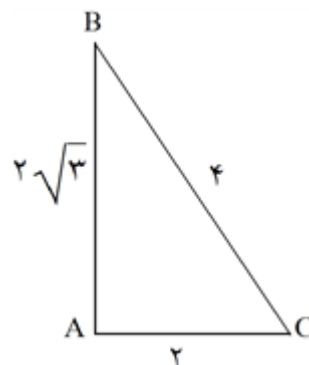


گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با دقت کردن به طول اضلاع مثلث، می‌توان متوجه شد که رابطه فیثاغورس بین سه عدد ۲، ۴ و $2\sqrt{3}$ برقرار است یعنی $2^2 + (2\sqrt{3})^2 = 4^2$. لذا مثلث داده شده یک مثلث قائم‌الزاویه به طول وتر ۴ و اضلاع قائمه‌ی ۲، $2\sqrt{3}$ است. بنابراین برای زاویه‌های C, B داریم:

$$\sin \widehat{B} = \frac{2}{4} \Rightarrow \widehat{B} = 30^\circ$$

$$\cos \widehat{C} = \frac{2}{4} \Rightarrow \widehat{C} = 60^\circ$$

بنابراین حاصل جمع دو زاویه بزرگتر برابر است با $90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$.

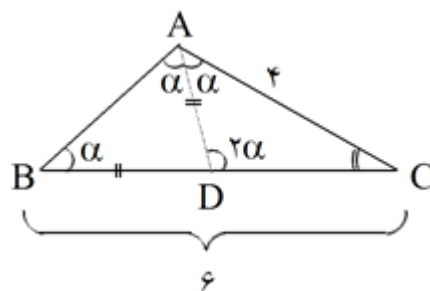


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث ABC، زاویه $\widehat{A} = 2\widehat{B}$ و $BC = 6$ و $AC = 4$. اگر نیمساز داخلی رأس A را رسم کنیم، چون دو زاویه‌ی داخلی دو مثلث ABC و ACD برابرند، نتیجه می‌گیریم که این دو مثلث متشابه‌اند. با نوشتن نسبت تشابه این دو مثلث، داریم:

$$\begin{aligned} \triangle ABC \sim \triangle ACD \xrightarrow{\text{نسبت تشابه}} \frac{AB}{AD} &= \frac{AC}{CD} = \frac{BC}{AC} \\ \frac{AB}{AD} = \frac{4}{\frac{10}{3}} = \frac{6}{\frac{8}{3}} &\Rightarrow CD = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \Rightarrow BD = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3} \end{aligned}$$

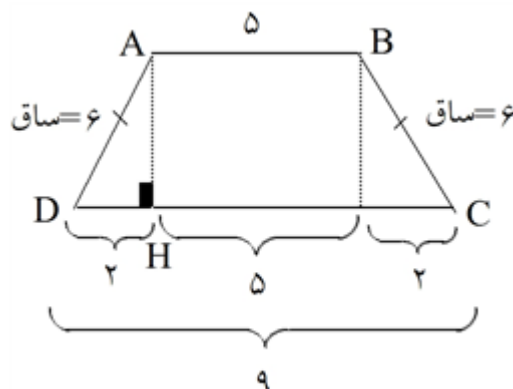
چون مثلث ABD متساوی‌الساقین است، لذا $AD = BD = \frac{10}{3}$. بنابراین با جایگذاری $AD = \frac{10}{3}$ در نسبت تشابه بالا، به راحتی اندازه‌ی ضلع AB به دست می‌آید. داریم:

$$\xrightarrow{\text{نسبت تشابه}} \frac{AB}{\frac{10}{3}} = \frac{4}{\frac{8}{3}} = \frac{6}{\frac{4}{3}} \Rightarrow AB = \frac{10}{3} \times \frac{6}{4} = \frac{60}{12} = 5$$

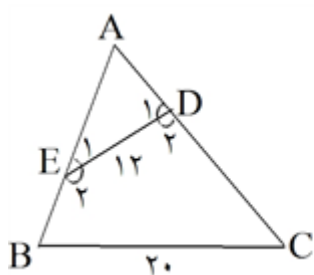


$$\text{ارتفاع دوزنقه} = AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S_{\text{دوزنقه}} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده}}{2} = \frac{(5+9) \times 4\sqrt{2}}{2} = 28\sqrt{2}$$



گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در چهارضلعی BCDE، زاویه‌های روبه‌رو مکمل‌اند. و $BC = 20$ و $DE = 12$ است. داریم:



$$\begin{cases} \hat{B} + \hat{D}_1 = 180^\circ \\ \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{B} = \hat{D}_1$$

$$\begin{cases} \hat{C} + \hat{E}_1 = 180^\circ \\ \hat{E}_1 + \hat{E}_2 = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{C} = \hat{E}_1$$

از تساوی زوایای دو مثلث ABC و ADE، نتیجه می‌گیریم، این دو مثلث متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها برابر با نسبت دو ضلع نظیر هم می‌باشد. دو ضلع DE و BC متناظر یک‌دیگرند. و در نتیجه نسبت تشابه $k = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ است. از طرفی می‌دانیم نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر با مجذور نسبت تشابه آن‌ها است. پس داریم:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = K^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{S_{ABC} - S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{25 - 9}{25} \Rightarrow \frac{S_{BCDE}}{S_{ABC}} = \frac{16}{25} = \frac{64}{100}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها برابر با مجذور نسبت تشابه این دو مثلث است. اگر نسبت تشابه دو مثلث را k در نظر بگیریم، چون نسبت مساحت‌ها $\frac{2}{3}$ نسبت اضلاع (یا همان نسبت تشابه) است، داریم:

$$\text{نسبت مساحت} = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{نسبت اضلاع} = \frac{2}{3} \times k \Rightarrow k^2 = \frac{2}{3} \times k \xrightarrow{(k \neq 0)} k = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$k' = \frac{1}{k} = \frac{3}{2} \Rightarrow \text{نسبت تشابه مثلث بزرگ‌تر به کوچک‌تر} \Rightarrow \text{حال با داشتن نسبت تشابه دو مثلث (یعنی } k' = \frac{3}{2} \text{)، نسبت}$$

مساحت مثلث بزرگ‌تر به مساحت مثلث کوچک‌تر برابر است با:

$$\frac{\text{مساحت مثلث بزرگ}}{\text{مساحت مثلث کوچک}} = K'^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

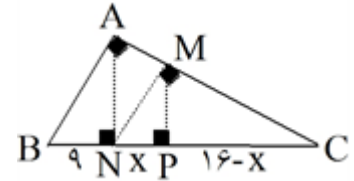
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از آنجا که MN و AB موازی هم و MP و AN نیز موازی هم باشند، با توجه به قضیه‌ی

$$\triangle ABC : MN \parallel AB \xrightarrow{\text{طبق قضیه ی تالس}} \frac{CM}{MA} = \frac{CN}{NB} = \frac{16}{9}$$

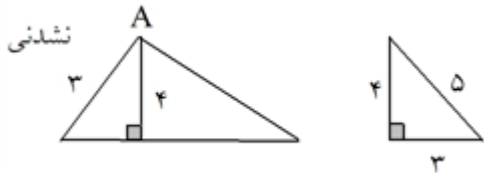
$$\triangle ACN : MP \parallel AN \xrightarrow{\text{طبق قضیه ی تالس}} \frac{CM}{MA} = \frac{CP}{PN} = \frac{16-x}{x}$$

چون نسبت $\frac{CM}{MA}$ در هر دو تناسب وجود دارد به راحتی نتیجه می‌گیریم که $\frac{CM}{CN} = \frac{CP}{PN}$ است، یعنی:

$$\frac{16}{9} = \frac{16-x}{x} \Rightarrow 16x = 144 - 9x \Rightarrow 25x = 144 \Rightarrow x = \frac{144}{25} = \frac{576}{100} = 5.76$$

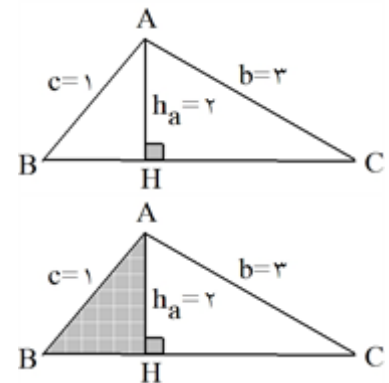


گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ارتفاع به طول ۴ الزاما به ضلع به طول ۳ وارد شود زیرا اگر ضلع به طول ۳ و ارتفاع به طول ۴ هم‌راس باشند آن‌وقت طول خط قائم بیشتر از خط مایل است که این امر نشدنی است: بنابراین ارتفاع به طول ۴ باید به ضلع به طول ۳ وارد شود که در این حالت نیز ارتفاع در واقع همان ضلع سوم است و



یک مثلث قائم‌الزاویه با اضلاع ۳ و ۴ و ۵ داریم:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل، مثلث ABH و در نتیجه مثلث ABC قابل رسم نیست. (ارتفاع وارد بر یک ضلع مثلث الزاما کوچک‌تر از دو ضلع دیگر است، بنابراین امکان ندارد $h_a = 2$ و $c = 1$ باشد.)



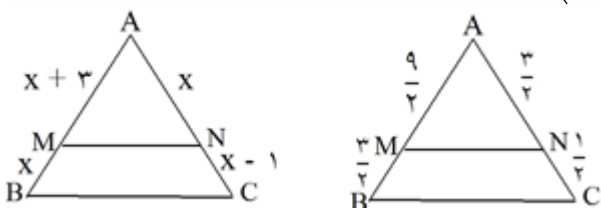
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر MN موازی BC باشد، آن‌گاه بر اساس قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{x+3}{x} = \frac{x}{x-1} \Rightarrow \cancel{x^2} + 2x - 3 = \cancel{x^2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

بنابراین شکل به صورت روبه‌رو درمی‌آید. از طرفی می‌دانیم نسبت مساحت دو مثلث متشابه برابر با مربع نسبت تشابه

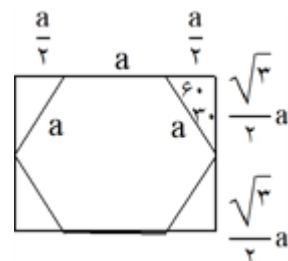
$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AMN}} = \left(\frac{AC}{AN}\right)^2 = \left(\frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$$

آن‌ها است، بنابراین:



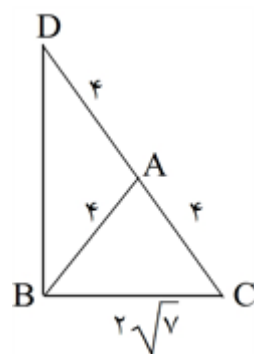
اندازه‌ی ضلع شش ضلعی را a در نظر می‌گیریم، با توجه به شکل داریم:

$$\frac{\text{محیط شش ضلعی}}{\text{محیط مستطیل}} = \frac{6a}{2a + 2\sqrt{2}a} = \frac{3}{2 + \sqrt{2}} = \frac{3(2 - \sqrt{2})}{1} = 3(2 - \sqrt{2})$$



مثلث BDC قائم‌الزاویه است زیرا میانه AB نصف DC می‌باشد.

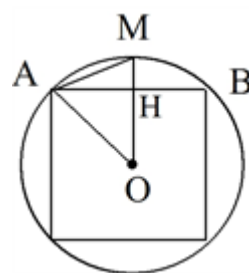
$$\triangle BDC : BD^2 = DC^2 - BC^2 = 8^2 - (2\sqrt{5})^2 = 64 - 20 = 44 \Rightarrow BD = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}$$



از O به M و A وصل می‌کنیم. مثلث $OA'H$ قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است. از طرفی قطر مربع با قطر دایره برابر است

$$MH = OM - OH = \sqrt{2} - 1 \text{ پس } OM = \sqrt{2} \text{ در نتیجه } R = \sqrt{2} \text{ و } 2R = a\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

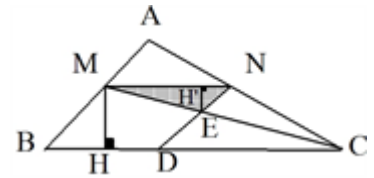
$$\triangle AHM : AM^2 = MH^2 + AH^2 \Rightarrow AM^2 = (\sqrt{2} - 1)^2 + 1 = 4 - 2\sqrt{2} \Rightarrow AM = \sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$$



$$\left(MN \parallel BC, \frac{AM}{MB} = \frac{r}{r} \right) \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC, \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{r}{r+r} = \frac{r}{5}$$

$$(MN \parallel BC, EN \parallel MB) \Rightarrow \triangle EMN \sim \triangle MBC \Rightarrow \frac{EH'}{MH} = \frac{MN}{BC} = \frac{r}{5}$$

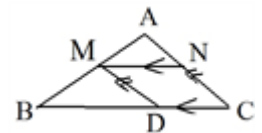
$$\frac{S_{MNE}}{S_{MNDB}} = \frac{\frac{1}{r}(MN \times EH')}{MN \times MH} = \frac{EH'}{rMH} = \frac{1}{5} = 20\%$$



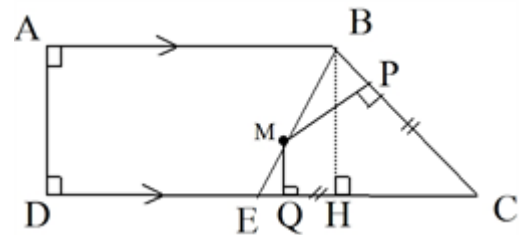
$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC, MD \parallel AC \Rightarrow \triangle BMD \sim \triangle ABC$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{AM}{MB} = \frac{r}{r} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AM}{AB} = \frac{r}{5} = k_1 \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = k_1^2 = \frac{r^2}{25} \\ \frac{BM}{AB} = \frac{r}{5} = K_r \Rightarrow \frac{S_{\triangle BMD}}{S_{\triangle ABC}} = k_r^2 = \frac{9}{25} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} + \frac{S_{\triangle BMD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{r^2}{25} + \frac{9}{25} = \frac{13}{25} \Rightarrow \frac{S_{MNC}}{S_{ABC}} = \frac{12}{25} = 48\%$$



$$BC = EC \rightarrow MP + MQ = BH = AD$$

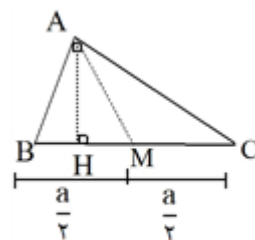


$$AC = \frac{\sqrt{5}}{2} AB \quad (1)$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \xrightarrow{(1)} AB^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{2} AB\right)^2 = a^2 \Rightarrow \frac{9}{4} AB^2 = a^2 \Rightarrow AB = \frac{2}{3} a$$

$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow \left(\frac{2}{3} a\right)^2 = BH \cdot a \Rightarrow BH = \frac{4}{9} a \Rightarrow HM = \frac{a}{2} - \frac{4a}{9} = \frac{a}{18}$$

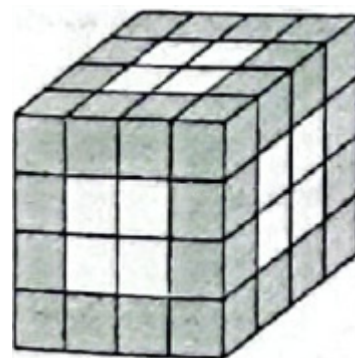
$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AMH}} = \frac{\frac{1}{2} AH \times BC}{\frac{1}{2} AH \times HM} = \frac{a}{\frac{a}{18}} = 18$$



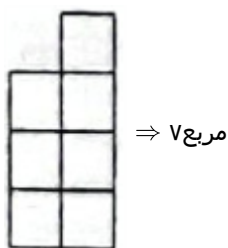
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مکعب بزرگ یک مکعب $4 \times 4 \times 4$ است. با انداختن مکعب در سطل رنگ، گوشه‌ها در سه وجه رنگ می‌شوند و لبه‌ها در ۲ رنگ و بقیه مکعب‌ها در یک وجه و یا اصلاً رنگ نمی‌شوند. بنابراین تعداد مکعب‌هایی که حداقل دو وجه آن رنگی است برابر است با:

$$8 + 12 \times 2 = 8 + 24 = 32$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 گوشه‌ها لبه‌ها در هر ۲ لبه مکعب ۲ وجه رنگی دارد



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمای روبه‌روی شکل داده شده به صورت زیر است: ۱۳۱

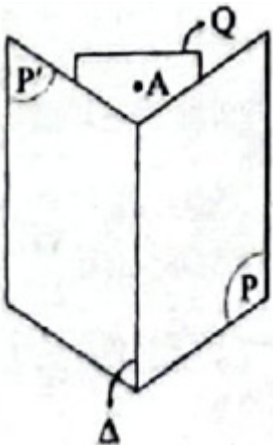


گزینه ۴ پاسخ صحیح است. حالت مطلوب به صورت زیر است: ۱۳۳

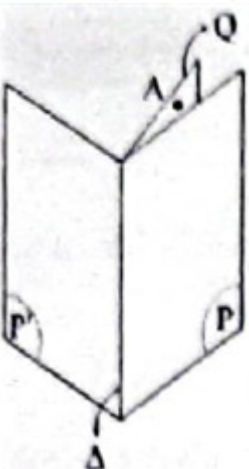


$$\overbrace{(2+3)}^5 \times 9 + 1 = 25 + 1 = 26$$

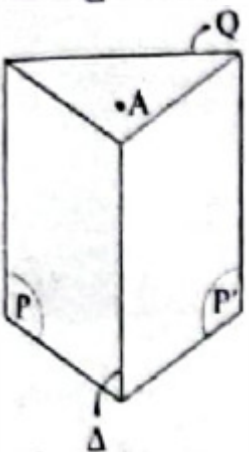
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم: ۱۳۴



$\Rightarrow \Delta \parallel Q$



$\Rightarrow \Delta \in Q$

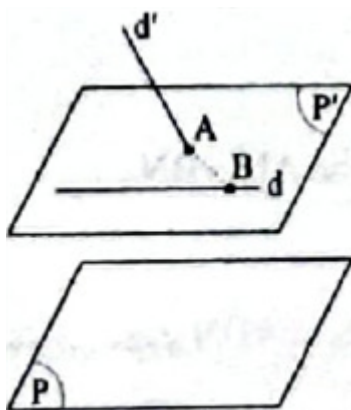


$\Rightarrow \Delta, Q$ متقاطع



۱۳۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. صفحه P' را موازی با صفحه P و شامل خط d رسم می‌کنیم، چون d' با P' متقاطع است، پس با P' نیز متقاطع است. اگر نقطه تقاطع d' با P' باشد و B نقطه دلخواهی روی d باشد، AB دو خط d و d' را قطع می‌کند و چون در صفحه P' واقع شده با P نیز موازی است. پس بی‌شمار نقطه مانند B روی خط d می‌توان پیدا کرد.



پس بی‌شمار خط می‌توان رسم کرد.

۱۳۶

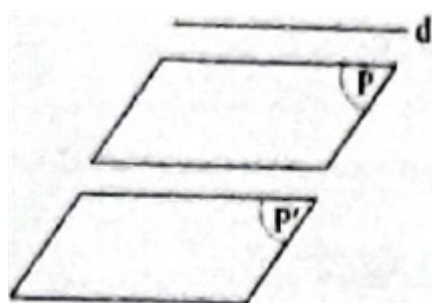
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم هر نقطه روی صفحه عمودمنصف AB ، از دو رأس A و B به یک فاصله است، پس تقاطع سه صفحه عمودمنصف، خط موردنظر است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر P و P' بر هم عمود باشند.

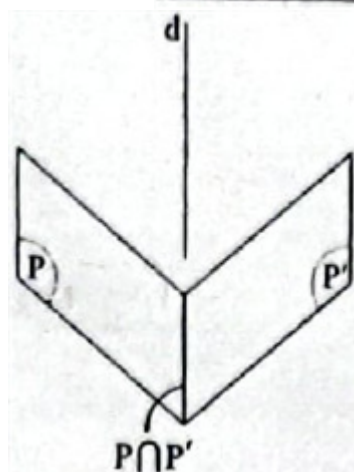


بررسی سایر گزینه‌ها:



تناقض $d \parallel P \Rightarrow d \parallel P'$

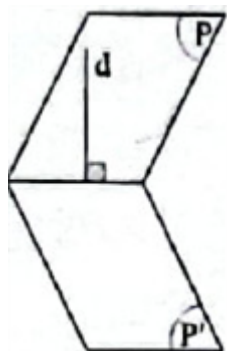
(۱) اگر $P \parallel P'$ باشد:



تناقض $\begin{cases} d \parallel P \\ d \parallel P' \end{cases}$

(۳) اگر d با فصل مشترک P و P' موازی باشد:

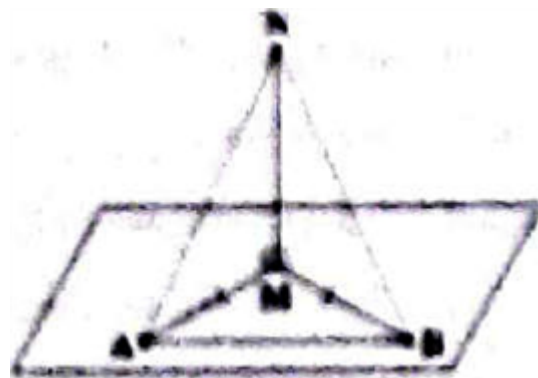
(۴) اگر d بر فصل مشترک P و P' عمود باشد:



تناقض d با هر دو صفحه P و P' متقاطع است $\Rightarrow$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون MN بر صفحه P عمود است، پس بر MA و MB نیز عمود است. از طرفی چون نقطه M روی عمود منصف AB قرار دارند داریم:

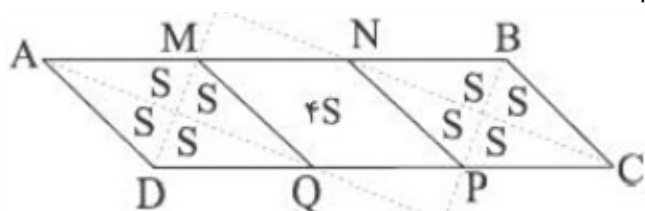
$$MA = MB$$



$$\begin{cases} MA = MB \\ \widehat{M} = \widehat{M} = 90^\circ \\ NM = NM \end{cases} \xrightarrow{\text{(ض. رض)}} \triangle AMN \cong \triangle BNM \Rightarrow AN = BN$$

بنابراین مثلث ABN متساوی الساقین است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با رسم نیمسازها مطابق شکل داریم:



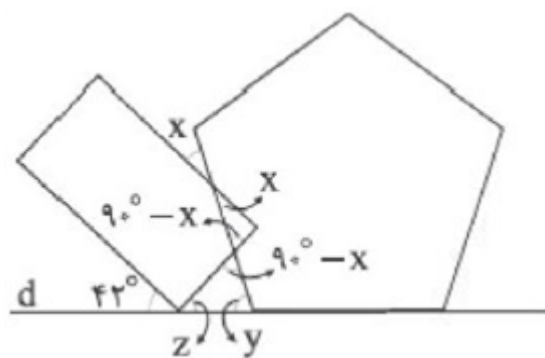
$$AD = AM, BC = BN$$

$$\Rightarrow MN = AD = \frac{1}{3}AB$$

یعنی نقاط M و N ضلع بزرگتر را به ۳ قسمت برابر تقسیم می‌کنند و با رسم NP و MQ متوازی الاضلاع به سه لوزی هم‌نهشت تقسیم می‌شود. در لوزی‌های AMQD و BCPN قطرها رسم شده‌اند و مثلث‌های ایجاد شده قائم‌الزاویه و هم‌نهشت و هم‌مساحت هستند، پس:

$$\frac{\text{مساحت مستطیل}}{\text{مساحت متوازی الاضلاع}} = \frac{8S}{12S} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

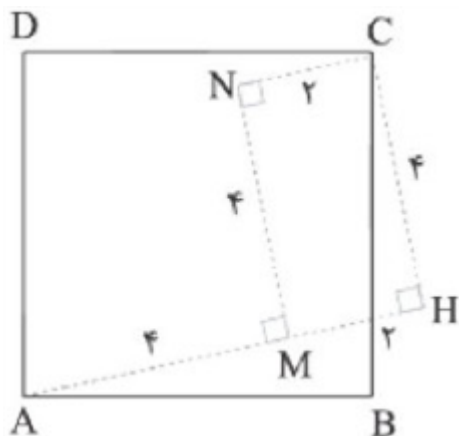


زوایای داخلی پنج‌ضلعی منتظم برابر 108° و زوایای خارجی آن برابر 72° است. پس:

$$y = 72^\circ, z = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ \Rightarrow 72^\circ + 48^\circ + (90^\circ - x) = 180^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

۱۴۱

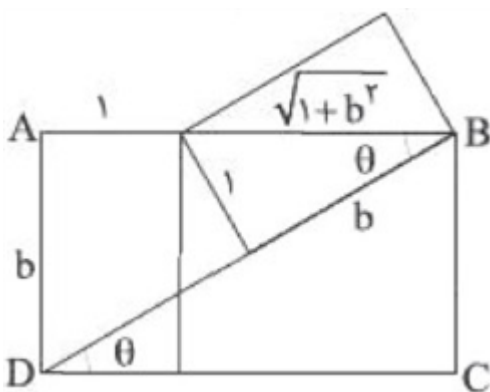
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر AM را امتداد داده و از C بر آن عمود رسم کنیم چهارضلعی MNCH مستطیل است و داریم:



$$\begin{aligned} MH = 2, CH = 2 &\Rightarrow AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} \\ &= \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{5 \cdot 2} \\ \Rightarrow AB = \frac{\sqrt{2}}{2} AC &= \sqrt{2 \cdot 2} \end{aligned}$$

۱۴۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در مستطیل کوچکتر عرض را برابر ۱ و طول را برابر b در نظر می‌گیریم. با توجه به زاویه θ در دو مستطیل داریم:



$$\begin{aligned} \tan \theta = \frac{1}{b} = \frac{b}{1+\sqrt{1+b^2}} &\Rightarrow b^2 = 1 + \sqrt{1+b^2} \\ \Rightarrow b^2 - 1 = \sqrt{1+b^2} &\Rightarrow b^4 - 2b^2 + 1 = 1 + b^2 \\ \Rightarrow b^4 - 3b^2 = 0 &\Rightarrow b^2 = 3 \Rightarrow b = \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{b} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

۱۴۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر b نقاط مرزی و i نقاط درونی باشد، با توجه به ۵ ضلعی شبکه‌ای داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 5 = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 6 = \frac{b}{2} + i$$

$b \geq 5$ پس می‌توان نوشت:

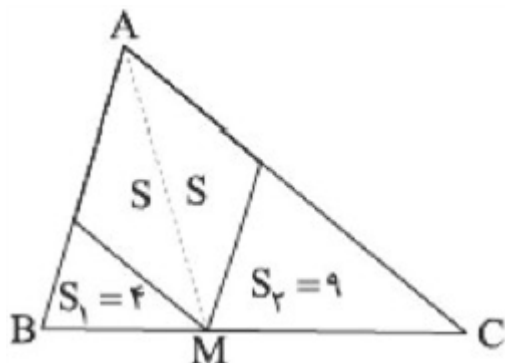
بنابراین حالت‌های $\begin{cases} b=12 \\ i=0 \end{cases}, \begin{cases} b=10 \\ i=1 \end{cases}, \begin{cases} b=8 \\ i=2 \end{cases}, \begin{cases} b=6 \\ i=3 \end{cases}$ امکان‌پذیر است. مجموعه مقادیر ممکن برای نقاط درونی $0 + 1 + 2 + 3 = 6$ است.

۱۴۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها با مجذور نسبت اضلاع متناظر برابر است:

$$\frac{BM}{MC} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = \frac{2}{3}$$

با رسم AM، دو مثلث ABM و ACM ارتفاع‌های برابر دارند و نسبت مساحت‌ها با نسبت قاعده‌ها برابر است:



$$\Rightarrow \frac{S_{AMB}}{S_{AMC}} = \frac{BM}{MC} = \frac{2}{3}$$

AM قطر لوزی است و مساحت آن را نصف می‌کند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow \frac{4 + S}{9 + S} = \frac{2}{3} \Rightarrow 12 + 3S = 18 + 2S \Rightarrow S = 6$$

پس مساحت لوزی برابر $2S = 12$ است.

۱۴۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مجموع فاصله‌های یک نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع تا سه ضلع آن برابر ارتفاع مثلث است، اگر ضلع مثلث را a فرض کنیم، پس می‌توان نوشت:

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 12\sqrt{3} \Rightarrow a = 4\sqrt{3} \Rightarrow \text{ارتفاع} = \frac{\sqrt{3}}{2} a = 6$$

پس مجموع فاصله‌ها باید برابر ۶ باشد، اگر فاصله‌ی M تا ضلع BC را x در نظر بگیریم آن‌گاه:

$$1 + 2 + x + 6 \Rightarrow x = 3$$

۱۴۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. میانه‌ها ۶ مثلث هم‌مساحت می‌سازند که هر کدام را با S نمایش می‌دهیم، بنابراین:

$$S_{AGB} = 2S$$

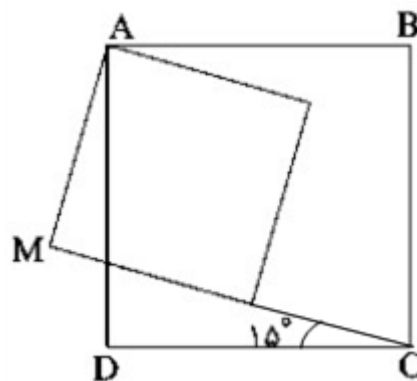
هم‌چنین طبق قضیه تالس F وسط CM است:

$$\triangle CNF \sim \triangle AMC \Rightarrow S_{CNF} = \frac{1}{4} S_{AMC} = \frac{1}{4} (2S) = \frac{1}{2} S \Rightarrow S_{GMFN} = \frac{5}{4} S$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AGB}}{S_{GMFN}} = \frac{2S}{\frac{5}{4} S} = \frac{8}{5}$$

۱۴۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. قطر AC را رسم می‌کنیم:



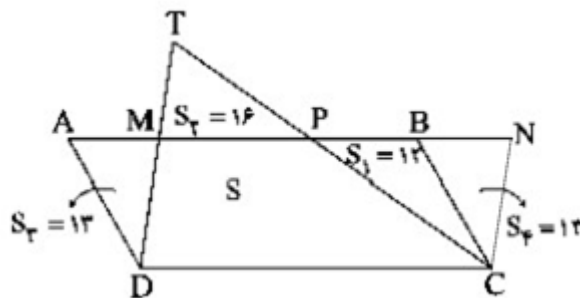
$$\widehat{ACM} = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ \Rightarrow \frac{AM}{AC} = \sin 30^\circ \Rightarrow \frac{AM}{\sqrt{2} AB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{S}{S'} = \left(\frac{AM}{AB} \right)^2 = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از نقطه‌ی C خطی موازی با DM رسم می‌کنیم، تا امتداد AB را در N قطع کند، CDMN

$$S_{BCN} = S_{ADM} = ۱۳$$

متوازی‌الاضلاع است و داریم:



دو مثلث MTP و PCN متشابه‌اند. پس نسبت مساحت‌ها مجذور نسبت اضلاع است:

$$\triangle MTP \sim \triangle PCN \Rightarrow \frac{TP}{PC} = \sqrt{\frac{۱۶}{۲۵}} = \frac{۴}{۵}$$

$$\triangle MTP \sim \triangle TDC \Rightarrow \left(\frac{TP}{TC}\right)^2 = \frac{S_T}{S + S_T} \Rightarrow \left(\frac{۴}{۹}\right)^2 = \frac{۱۶}{S + ۱۶} \Rightarrow S = ۶۵$$

بنابراین مساحت متوازی‌الاضلاع $ABCD$ به صورت زیر به دست می‌آید.

$$S_{ABCD} = S + S_1 + S_T = ۶۵ + ۱۲ + ۱۳ = ۹۰.$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴

۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴

۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴

۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴
۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴



