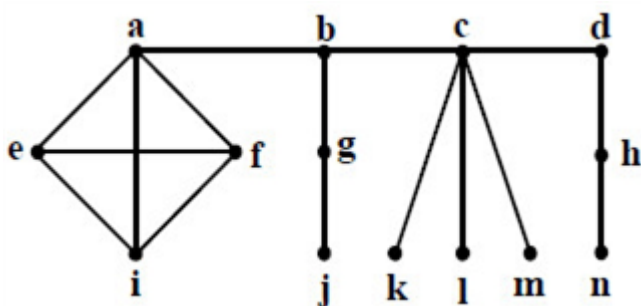




سوال ۲۱۳

ریاضیات گسسته با پاسخ تشریحی

۱ در گراف شکل مقابل، چند مجموعه احاطه گر مینیمم برای این گراف وجود دارد به طوری که همسایگی های بسته عضوهای مجموعه احاطه گر مینیمم، افزایی برای مجموعه رئوس این گراف باشند؟



۱ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲ در جعبه ای ۵۲ کارت به تعداد مساوی از چهار رنگ قرمز، سبز، زرد و آبی وجود دارد. حداقل چند کارت از جعبه بیرون بیاوریم تا مطمئن شویم که حداقل ۶ کارت قرمز یا حداقل ۴ کارت سبز یا حداقل ۳ کارت زرد یا حداقل ۲ کارت آبی بیرون آورده ایم؟

۱۱ (۴)

۱۲ (۳)

۱۵ (۲)

۱۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳ ۸ دانشجو را به چند طریق می توان در چهار اتاق ۲ نفره یکسان اسکان داد؟

۱۰۵ (۴)

۲۱۰ (۳)

۳۱۵ (۲)

۶۳۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴ اگر n عدد صحیح و زوج باشد و $m|n+1$ و $k|m+2$ در این صورت باقیمانده تقسیم عدد $m^2 + k^2 + 3$ بر ۸ کدام است؟

۱ (۴)

۳ (۳)

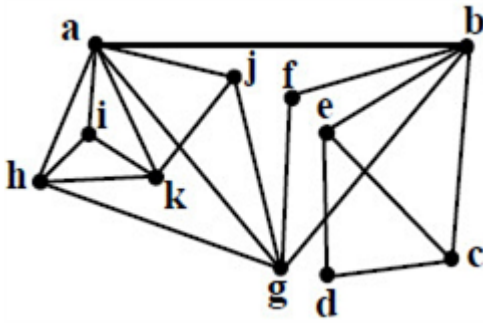
۵ (۲)

۷ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



۵ در گراف شکل مقابل، چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم برای این گراف وجود دارد به طوری‌که هر رأس گراف فقط متعلق به یکی از همسایگی‌های بستهٔ اعضای مجموع احاطه‌گر مینیمم باشد؟



۴ صفر

۳ ۱

۲ ۲

۱ ۳

سراسری-ریاضی-۱۴۰۴ تیرماه

۶ در کیسه‌ای ۶ گوی آبی، ۵ گوی سبز، ۴ گوی قرمز و ۷ گوی سفید وجود دارد. حداقل چند گوی از کیسه بیرون بیاوریم تا مطمئن شویم که حداقل ۳ گوی آبی یا حداقل ۴ گوی سبز یا حداقل ۲ گوی قرمز یا حداقل ۵ گوی سفید بیرون آورده‌ایم؟

۴ ۱۵

۳ ۱۴

۲ ۱۱

۱ ۱۰

سراسری-ریاضی-۱۴۰۴ تیرماه

۷ ۱۰ نفر به چند طریق می‌توانند در پنج اتاق ۲ نفره یکسان واقع در یک هتل اسکان یابند؟

۴ ۹۴۵

۳ ۵۶۷

۲ ۳۱۵

۱ ۱۸۹

سراسری-ریاضی-۱۴۰۴ تیرماه

۸ اگر عدد طبیعی $a > 3$ اعداد $7m + 2$ و $11m + 4$ را عاد کند، کدام مورد نمی‌تواند عدد اول بزرگ‌تر از ۳ باشد؟

۴ $ak + 7$

۳ $ak + 5$

۲ $ak + 3$

۱ $ak + 1$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۴ تیرماه

۹ در گراف G ، $p(G) > 4$ و $\delta(G) \geq 3$ است. اگر طول بلندترین دور در گراف G برابر ۴ باشد، کمترین مقدار $p(G)$ کدام است؟

۴ ۵

۳ ۶

۲ ۷

۱ ۸

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۰ چند تابع $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 4\}$ می‌توان تعریف کرد به طوری‌که مجموع مقادیر تابع، عددی فرد باشد؟

۴ ۲۷

۳ ۲۸

۲ ۴۰

۱ ۴۱

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۱ تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + \frac{1}{4}x_2 + \sqrt{x_3} + x_4 = 4$ کدام است؟

۴ ۲۱

۳ ۲۲

۲ ۱۵

۱ ۱۶

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۲ چند نقطه با مختصات صحیح روی منحنی $8x^2 + xy + 3x - y = 0$ قرار دارد؟

۴ ۱

۳ ۲

۲ ۳

۱ ۴

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴



۱۳

20

14

15 (1)

15

ሥር 1

19

15 (1)

۱۷

 μ_0

13

12 (1)

19

5 1

2

5 1

51

10

۲۲

9 1



۲۳ اگر m کوچک‌ترین عضو مثبت مجموعه $\{407r + 592s | r, s \in \mathbb{Z}\}$ باشد، مجموع ارقام m کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۷ (۲)

۲ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۲۴ یک عدد پنج رقمی با استفاده از دو عدد متوالی کمتر از ۱۰ نوشته شده است. اگر مجموع ارقام آن عدد به صورت $23n + 1$ باشد، چند عدد پنج رقمی با این ویژگی وجود دارد؟

۶ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۲۵ یک کودک ۳ مکعب مستطیل یکسان با رنگ‌های مختلف دارد. او به چند طریق می‌تواند با روی هم قرار دادن یک یا چند تا از آنها یک ستون بسازد؟

۴۲ (۴)

۶۶ (۳)

۷۸ (۲)

۱۵ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۲۶ حاصل‌ضرب درجه رأس‌های گراف G برابر ۴۳۲ است. اگر گراف G با حداقل تعداد یال رسم شود، حاصل $\delta(\overline{G}) + q(\overline{G})$ کدام است؟

۲۳ (۴)

۲۱ (۳)

۲۹ (۲)

۳۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۷ حداقل چند زوج مرتب (a, b) با مؤلفه‌هایی از اعداد صحیح و مثبت انتخاب کنیم تا مطمئن شویم دو زوج مرتب وجود دارد که مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم آنها، مضرب ۳ هستند؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۸ مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی x که در معادله $76x + 124y = 364$ صدق می‌کند، کدام است؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۱۰ (۲)

۱۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۹ اگر عدد دو رقمی $\overline{aa}$ را بین ارقام a و $2a$ قرار دهید، عدد جدید ساخته می‌شود، حداکثر چند عدد طبیعی می‌تواند a را عاد کند؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۰ حاصل‌ضرب درجه رأس‌های گراف G ، ۴۸ است. اگر تعداد رأس‌ها با درجه رأس یک حداقل باشد، حاصل $\Delta(\overline{G}) + q(\overline{G})$ کدام می‌تواند باشد؟

۱۳ (۴)

۱۹ (۳)

۱۱ (۲)

۱۷ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۳۱ حداقل چند زوج مرتب با مؤلفه‌هایی از اعداد طبیعی انتخاب کنیم تا به طور قطع، لااقل در دو جفت انتخاب شده، هر کدام از مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم، مضرب ۵ باشند؟

۲۶ (۴)

۲۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۳۲ مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی x که در معادله $63x + 77y = 273$ صدق می‌کند، کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه



۳۳ با قرار دادن عدد سه رقمی $\overline{3(a \cdot a)}$ بین دو رقم مشابه a ، عدد جدید ساخته می‌شود. حداکثر چند عدد اول می‌تواند a را بشمارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۳۴ اگر در گراف ساده G ، $|V(G)| = ۱۸$ ، $\Delta(G) = ۸$ و $\delta(G) = ۳$ باشند، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار ممکن برای اندازه گراف G کدام است؟

۳۷ (۴)

۳۹ (۳)

۳۸ (۲)

۴۰ (۱)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۳۵ هر زیرمجموعه n عضوی از مجموعه $\{۱۲, ۱۳, ۱۴, \dots, m\}$ ، حداقل دو عضو دارد که مجموع آنها ۴۷ است. اگر حداقل مقدار n برابر ۲۰ باشد، بیشترین مقدار m کدام است؟

۴۲ (۴)

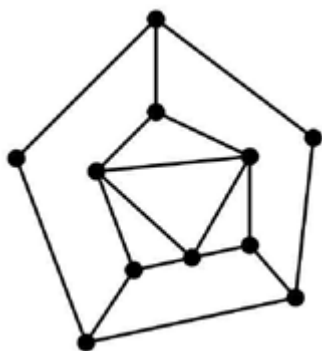
۴۰ (۳)

۳۶ (۲)

۳۲ (۱)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۳۶ شکل مقابل، گراف G را نشان می‌دهد. مقدار $\chi(G)$ کدام است؟



۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۳۷ معادله $۱۷x + ۱۸y = ۹۸۷$ در مجموعه اعداد طبیعی، چند دسته جواب دارد؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۳۸ باقیمانده تقسیم عدد $۹ \times (۲۴^{۲۳} - ۲۱^{۲۳})$ بر عدد ۵۶ چقدر است؟

۱ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۷ (۱)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۳۹ ۵ نفر قرار است در یک جلسه سخنرانی کنند. در چند حالت، دو نفر خاص پشت سر هم سخنرانی می‌کنند؟

۹۶ (۴)

۷۲ (۳)

۴۸ (۲)

۲۴ (۱)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۴۰ هر زیرمجموعه n عضوی از مجموعه $\{۱, ۲, ۳, \dots, ۲۸\}$ ، حداقل دو عضو دارد که مجموع آنها ۲۴ است. حداقل مقدار n کدام است؟

۲۸ (۴)

۲۷ (۳)

۲۵ (۲)

۲۴ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱



۴۱) تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + 2x_2 + \sqrt{x_3} + x_4 = 4$ کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۸ (۳)

۲۰ (۲)

۲۲ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۴۲) در گراف G با درجه رأس‌های $3, 3, 4, 5, 6, y, x$ ، کمترین مقدار $x + y$ کدام است؟

۴ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۴۳) در گراف G ، مجموعه همسایگی باز هر رأس دارای ۳ عضو است. اگر $q(\bar{G}) = 6q(G)$ باشد، مقدار $p(G)$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۲۰ (۳)

۲۲ (۲)

۲۴ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۴۴) جواب‌های عمومی معادله سیاله خطی $11x + 15y = 209$ به صورت $x = a - bk$ و $y = c + dk$ ، $k \in \mathbb{Z}$ هستند. اگر a, b, c و d مثبت باشند، به ازای چند مقدار صحیح k ، حاصل $x + y$ مثبت است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۴۵) دو عدد $1 + a^2$ و $3 - 6a$ رقم یکان برابری دارند. رقم یکان $a^2 - a$ کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۴۶) چند نقطه با مختصات صحیح، روی تابع هموگرافیک $y = \frac{x+3}{2x-1}$ قرار دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۴۷) معادله‌های هم‌نهشتی $1 - n \equiv 8x \pmod{m}$ و $4 + 2n^2 \equiv 8x \pmod{m}$ دارای جواب هستند. اگر $(8, m) = d$ و $d \neq 1$ باشد، مقدار d کدام است؟

۸ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۴۸) در یک رستوران، ۱۰ نوع غذا سرو می‌شود. به چند طریق می‌توان ۵ نوع غذای مختلف را به تصادف انتخاب کرد به طوری که دو نوع غذای خاص را نتوان هم‌زمان انتخاب نمود؟

۲۲۴ (۴)

۱۹۶ (۳)

۱۱۲ (۲)

۸۸ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۴۹) در گراف G ، مجموعه همسایگی بسته هر رأس دارای ۴ عضو است. اگر $p(G) = 6$ باشد، مقدار $q(G)$ چقدر است؟

۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

۱۵ (۲)

۹ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵۰) در یک کلاس ۶۵ نفری، بیشترین مقدار n به گونه‌ای که مطمئن باشیم حداقل n نفر دارای ماه تولد یکسان هستند، کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



۵۱) تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + \sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 4$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۳۱ (۳)

۲۰ (۲)

۳۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵۲) در گراف با درجه رأس‌های ۱، ۱، ۳، ۳، ۳، ۳، دو رأس با کمترین درجه، غیرمجاورند. تعداد دورها به طول ۳ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵۳) در گراف G ، مجموعه همسایگی باز هر رأس دارای ۲ عضو است. اگر $q(\bar{G}) = 3q(G)$ باشد، مقدار $p(G)$ کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵۴) گراف G با ۹ رأس، غیرتهی، غیرکامل و $-K$ منتظم است. بیشترین مقدار K ، کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵۵) اگر y بزرگ‌ترین عدد سه رقمی باشد که در معادله سیاله خطی $9 = 21y + 15x$ صدق کند، مقدار قرینه x کدام است؟

۱۳۹۰ (۴)

۱۳۹۱ (۳)

۱۳۹۹ (۲)

۱۳۹۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵۶) رقم یکان عدد $(2! + 4! + \dots + 26!)(1! + 3! + 5! + \dots + 25!)$ کدام است؟

۸ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵۷) معادله‌های هم‌نهشتی $ax \equiv n^2 + 3n$ و $ax \equiv 2n + 1$ دارای جواب هستند. سه برابر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک a و 5 ، کدام است؟

۳ (۴)

۶ (۳)

۹ (۲)

۱۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵۸) در یک مطب ۵ صندلی در یک ردیف قرار دارد. ۷ بیمار هم‌زمان وارد مطب می‌شوند. به چند طریق بیماران می‌توانند روی ۵ صندلی بنشینند، به‌طوری‌که دو نفر از آن‌ها نخواهند کنار هم بنشینند؟

۲۲۸۰ (۴)

۲۰۴۰ (۳)

۱۸۰۰ (۲)

۱۵۶۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵۹) چند عدد طبیعی پنج رقمی با ارقام غیرتکراری می‌توان نوشت که ارقام آن یک در میان زوج و فرد باشند؟

۲۴۰۰ (۴)

۲۱۶۰ (۳)

۱۹۲۰ (۲)

۱۸۴۰ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۶۰) حداقل چند زیرمجموعه از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 7\}$ انتخاب شود تا مطمئن شویم دو زیرمجموعه با اشتراک تهی در آنها وجود دارد؟

۴۶ (۴)

۴۵ (۳)

۶۴ (۲)

۶۵ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۶۱) چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۶۰۰۰ با مجموع ارقام ۸ وجود دارد؟

۱۵۸ (۴)

۱۶۴ (۳)

۱۶۵ (۲)

۱۵۵ (۱)

www.sejall.ir

تست‌های طبقه‌بندی شده و فصل به فصل کنکور سراسری همراه با پاسخ کامل تشریحی

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱



۶۲ درجه رأس‌های یک گراف ساده و همبند به صورت اعداد $5, 4, 3, a, b, c$ هستند. اگر تعداد یال‌های این گراف $1/5$ برابر $(a + b + c)$ باشد، چند حالت مختلف برای مجموعه $\{a, b, c\}$ وجود دارد؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۶۳ در یک گراف کامل $q(G) = \Delta^2(G) - 2\delta(G)$ است. مقدار $p(G)$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۶۴ اگر x و y هر دو عدد طبیعی باشند، معادله سیاله خطی $12x + 11y = 759$ چند جواب دارد؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۶۵ دو عدد $1 - a^2$ و $14a + 6$ ، رقم یکان برابری دارند. رقم یکان $a^2 + a$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

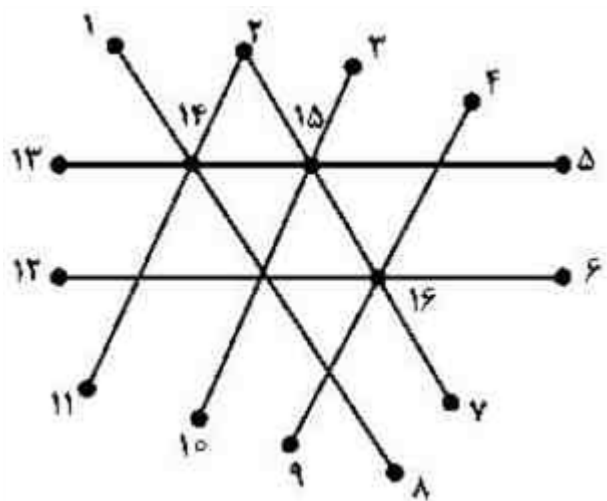
سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۶۶ نقاط (a, b) روی منحنی $y = \frac{3x-1}{x+2}$ قرار دارند. اگر $a, b \in \mathbb{Z}$ باشند، چند نقطه با این ویژگی روی این منحنی قرار دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۶۷ برای گراف زیر، عدد احاطه‌گری مینیمال کدام است؟



- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



۶۸ مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید. زوج مرتب (a, b) ، کدام است؟

		۳		
b	۳	۱	۴	
	۲	۵	۱	۳
	۱	۴	۲	
				a

(۱, ۲) ۴

(۱, ۵) ۳

(۴, ۲) ۲

(۴, ۵) ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۶۹ اگر درجه‌ی دو رأس یک درخت مرتبه‌ی ۸، برابر ۳ و ۵ باشد، تعداد رئوس با درجه‌ی ۲ از درخت موردنظر، کدام است؟

۳ ۴

۲ ۳

۱ ۲

صفر ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۰ تعداد جواب‌های طبیعی دستگاه معادلات $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 + x_5 = 7 \end{cases}$ ، کدام است؟

۱۶۸ ۴

۱۴۴ ۳

۱۳۶ ۲

۷۲ ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۱ اگر m کوچک‌ترین عدد طبیعی باشد که $m!$ بر ۳۰ بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه باقیمانده‌ی تقسیم $m^{۳۳۲}$ بر ۳۱، کدام است؟

۲۵ ۴

۵ ۳

۱ ۲

صفر ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۲ مجموع باقیمانده و خارج‌قسمت تقسیم عدد طبیعی a بر ۱۳ برابر ۱۷ است. احتمال این‌که باقیمانده‌ی تقسیم $a - ۸$ بر ۳۶، برابر ۲۱ باشد، کدام است؟

$\frac{۳}{۱۳}$ ۴

$\frac{۴}{۱۳}$ ۳

$\frac{۵}{۱۳}$ ۲

$\frac{۶}{۱۳}$ ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۳ تعداد اعداد شش رقمی به صورت $\overline{abaaba}$ که مضرب ۸۸ باشند، کدام است؟

۶ ۴

۸ ۳

۹ ۲

۱۰ ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۴ اگر تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد صحیح $x = ۶^m \times ۱۰^n$ ، $x = ۳۵$ واحد از تعداد مقسوم‌علیه‌های $۱۵x$ کمتر باشد، اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقدار ممکن برای x ، کدام است؟

۸۷۰۴ ۴

۶۴۰۰ ۳

۲۳۰۴ ۲

۱۲۹۶ ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۵ تعداد اعداد سه و چهار رقمی مضرب ۹ که مکعب کامل باشند، کدام است؟ $(\sqrt[۳]{۱۰} \cong ۲/۱)$

۷ ۴

۶ ۳

۵ ۲

۴ ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



۷۶ برای یک مجموعه‌ی ۱۰۰ نفری از شهروندان یک شهر یک کد شش رقمی به صورت زیر ساخته می‌شود: دو رقم سمت راست، سن شهروند (۱۰ تا ۸۵)، سه رقم بعدی تعداد افراد هم‌سن (۱۰۰ - ۰۰۰) و رقم ششم جنسیت (مرد ۱، زن ۲) اختصاص می‌یابد. سپس کدهای به دست آمده را به ترتیب صعودی در یک مجموعه قرار می‌دهیم. سن مورد انتظار برای ده هزارمین عضو مجموعه، کدام است؟ (اگر چه ممکن است شهروندی به آن اختصاص نیابد).

۵۵ (۴)

۵۴ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۷۷ حاصل عبارت $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$ ، کدام است؟

$(n-1)2^n$ (۴)

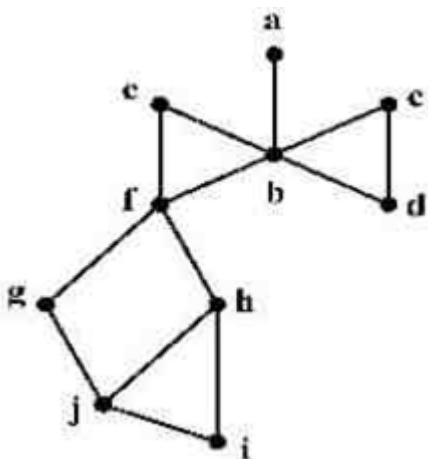
$(n-1)2^{n-1}$ (۳)

$n2^n$ (۲)

$n2^{n-1}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۷۸ در گراف زیر، مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال، کدام است؟



$\{a, c, f, j\}$ (۴)

$\{a, c, h\}$ (۳)

$\{b, g, i, b\}$ (۲)

$\{b, h\}$ (۱)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۰

۷۹ مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید. زوج مرتب (a, b) ، کدام است؟

	a	۳		
	۳	۱	۴	
	۲	۵	۱	۳
	۱	۴	۲	
b				

$(۴, ۱)$ (۴)

$(۲, ۱)$ (۳)

$(۱, ۴)$ (۲)

$(۵, ۳)$ (۱)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۰

۸۰ کوچک‌ترین اندازه‌ی گراف ساده همبند از مرتبه‌ی ۷ که بزرگ‌ترین درجه‌ی رئوس آن ۳ باشد، کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۰

۸۱ تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادله‌ی $\frac{10}{x_1} + x_2 + x_3 = 10$ ، کدام است؟

۹۶ (۴)

۸۱ (۳)

۷۲ (۲)

۶۰ (۱)



۸۲ اگر m بزرگ‌ترین عدد طبیعی باشد که $36 \equiv (10 - m)! \pmod{15}$ ، آن‌گاه باقیمانده‌ی تقسیم m^{123} بر ۱۵، کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۸۳ اگر خارج‌قسمت تقسیم عدد طبیعی $a > 9$ بر ۱۱، ۳ واحد بیش‌تر از باقیمانده‌ی آن باشد، احتمال این‌که عدد $a - 9$ بر ۲۴ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{13}{22}$ ۲ (۲) $\frac{6}{11}$ ۳ (۳) $\frac{1}{2}$ ۴ (۴) $\frac{5}{11}$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۸۴ میانگین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد سه رقمی به صورت $\overline{aba}$ که مضرب عدد ۱۲ باشند، کدام است؟

- ۱ (۱) ۳۴۸ ۲ (۲) ۵۴۰ ۳ (۳) ۵۷۰ ۴ (۴) ۵۷۴

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۸۵ تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت عدد صحیح $x = 2^m \times 5^n$ از تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت صحیح $\frac{x}{4}$ ، ۱۲ واحد بیش‌تر است. حداقل مقدار x ، کدام است؟

- ۱ (۱) ۶۴۰ ۲ (۲) ۸۰۰ ۳ (۳) ۱۰۰۰ ۴ (۴) ۱۲۸۰

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۸۶ تعداد اعداد پنج رقمی مضرب ۱۸ که مربع کامل هستند، کدام است؟ ($\sqrt{10} \cong 3/16$)

- ۱ (۱) ۳۵ ۲ (۲) ۳۶ ۳ (۳) ۳۷ ۴ (۴) ۳۸

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۸۷ برای دانش‌آموزان یک شهر از مقطع ابتدایی تا کلاس دوازدهم، یک عدد پنج رقمی به صورت زیر اختصاص می‌یابد: دو رقم اول سمت راست نمایش پایه‌ی تحصیلی (از ۱۰ تا ۱۲)، دو رقم دوم نمایش سن (از ۰۷ تا ۱۸) و رقم پنجم جنسیت (پسر ۱ و دختر ۲). سپس اعداد را به‌ترتیب صعودی در یک مجموعه قرار می‌دهیم. سن صدمین عضو مجموعه کدام است؟ (ممکن است عدد پنج رقمی موردنظر به هیچ فردی اختصاص نیابد، ولی در محاسبه شمرده شود).

- ۱ (۱) ۱۳ ۲ (۲) ۱۴ ۳ (۳) ۱۵ ۴ (۴) ۱۶

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۸۸ برای هر عدد طبیعی n داریم $n! = 2^{a_1} \times 3^{a_2} \times 5^{a_3} \times \dots$. مقدار $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ به ازای $n = 20$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) ۲۸ ۲ (۲) ۳۲ ۳ (۳) ۳۶ ۴ (۴) ۴۰

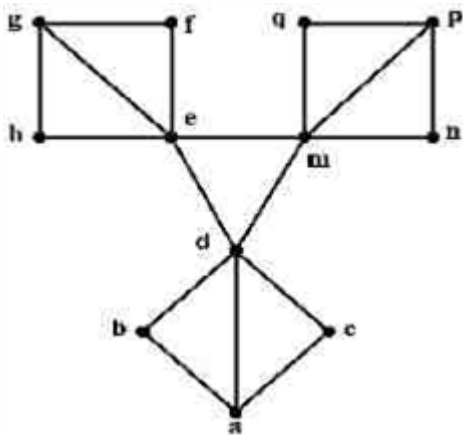
سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۸۹ در یک گراف ۵ رأسی $K -$ منتظم با بیش‌ترین مقدار ممکن K ، تعداد دورها با طول ۴، کدام است؟

- ۱ (۱) ۸ ۲ (۲) ۱۰ ۳ (۳) ۱۲ ۴ (۴) ۱۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۹۰ در گراف زیر، تعداد مجموعه‌های متمایز احاطه‌گر مینیمال، کدام است؟



۳ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۱ درجه‌ی رأس‌های یک گراف ۵، ۴، ۴، ۳، ۳ و ۱ است. چند دور با طول ۴، موجود است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۲ پنج برابر عدد دو رقمی $\overline{aa}$ را در سمت چپ $\overline{aa}$ قرار داده و آن را m می‌نامیم. m همنهشت کدام عدد زیر، به پیمانه‌ی ۱۸۳۷ است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۳ اگر عدد $2^n - 1$ بر عدد ۱۰۵ بخش‌پذیر باشد، تعداد اعداد دو رقمی n کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۴ در مجموعه‌ی اعداد طبیعی اگر $(3n^2 - 2n + 6, 3n + 5) = d$ و $d \neq 1$ باشد، عدد d کدام است؟

۵۳ (۴)

۴۷ (۳)

۴۳ (۲)

۴۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۵ فرض کنید خارج‌قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد طبیعی سه‌رقمی m به‌ترتیب، ۲۹ و ۱۷ باشند. تعداد عددهای طبیعی m بخش‌پذیر بر ۵، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۶ حداقل چند عدد از مجموعه اعداد طبیعی متوالی $\{1, 2, 3, \dots, 30\}$ انتخاب شود، تا مطمئن باشیم بین آن‌ها حداقل دو عدد با مقسوم‌علیه مشترک بزرگ‌تر از یک، وجود دارد؟

۱۰ (۴)

۱۱ (۳)

۱۲ (۲)

۱۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۷ تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی $x + y + z + t = 11$ ، به شرط آن‌که $x < 5$ باشد، کدام است؟

۲۸۰ (۴)

۲۷۰ (۳)

۲۲۰ (۲)

۲۱۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی



۹۸ فرض کنید P_n با ۴ یال باشد. تعداد رأس‌های آن کدام است؟

۵ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۹۹ در یک مسابقه ۳ راننده در سه روز متوالی با ۳ اتومبیل ۱، ۲ و ۳ در سه مسیر A، B و C شرکت می‌کنند. هر کدام از راننده‌ها فقط یک مسیر و یک اتومبیل را در روز انتخاب کرده و برنامه‌ریزی اتومبیل‌ها به صورت مربع لاتین زیر است. به چند طریق برنامه‌ریزی مسیر را می‌توان انجام داد، به شرط آن‌که نفر اول در روز اول، اتومبیل A را انتخاب نکند؟

۲	۳	۱
۳	۱	۲
۱	۲	۳

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۰۰ در یک گراف ۷ رأسی غیرتهی و غیرکامل k - منتظم، K چند عدد می‌تواند اختیار کند؟

۴ (۴)

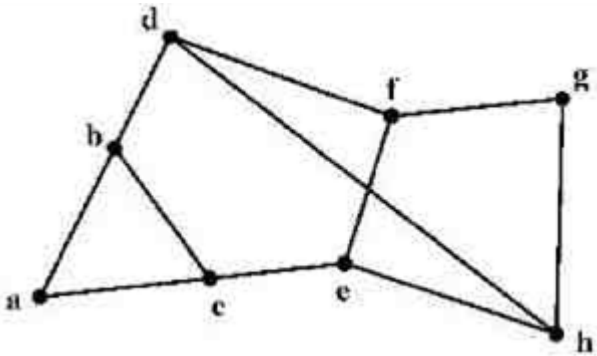
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۰۱ در گراف زیر، کدام مجموعه، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال، نیست؟



$\{c, f, h\}$ (۴)

$\{b, c, g\}$ (۳)

$\{a, f, g\}$ (۲)

$\{a, e, g\}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۰۲ اگر درجه‌ی رأس‌های یک گراف ۴، ۴، ۲، ۲، ۲ و ۲ باشد، تعداد تمام دوره‌های موجود، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۰۳ عدد چهار رقمی $\overline{aabb}$ مجذور عدد دو رقمی $\overline{cc}$ است. $a - b$ ، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۰۴ اگر عدد $2^n - 1$ بر عدد ۲۱۷ بخش‌پذیر باشد، تعداد اعداد دو رقمی n ، کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹



۱۰۵ کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد ۶۰ برابر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌ها است. اگر مجموع این دو عدد ۱۳۶ باشد، تفاضل آن دو عدد، کدام است؟

۵۶ (۴)

۵۲ (۳)

۴۸ (۲)

۴۲ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۰۶ چند عدد طبیعی مضرب ۹ وجود دارد، که باقی‌مانده‌ی تقسیم آن اعداد بر ۴۳۰، با مجذور خارج‌قسمت، برابر باشد؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۰۷ در جعبه‌ای ۷ کتاب ادبی، ۲ کتاب هنر و ۱۰ کتاب ریاضی موجود است. حداقل چند کتاب از این جعبه برداریم تا مطمئن باشیم، حداقل ۴ کتاب، هم موضوع است؟

۷ (۴)

۸ (۳)

۹ (۲)

۱۰ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۰۸ تعداد جملات در بسط عبارت $(a + b + c)^{12}$ ، کدام است؟

۹۱ (۴)

۸۴ (۳)

۷۸ (۲)

۷۲ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۰۹ تعداد اعداد طبیعی چهار رقمی بخش‌پذیر بر ۵، با ارقام غیرتکراری، کدام است؟

۹۷۲ (۴)

۹۶۸ (۳)

۹۵۲ (۲)

۹۴۸ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۱۰ در یک روز هفته برای ۳ مدرس در ۳ کلاس متمایز در ۳ جلسه متوالی به چند طریق، می‌توان برنامه‌ی تدریس، تعیین کرد؟

۱۸ (۴)

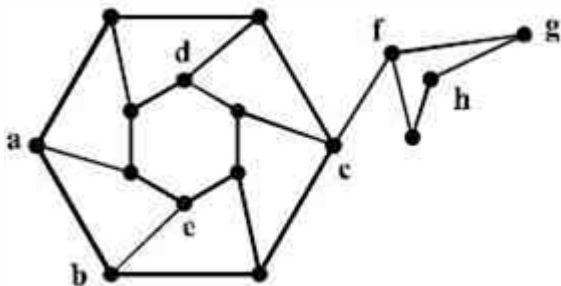
۱۲ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۱ کدام مجموعه، برای گراف روبه‌رو، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال است؟



$\{a, c, e, d, g\}$ (۴)

$\{a, c, e, d, h\}$ (۳)

$\{b, c, e, d, g\}$ (۲)

$\{a, b, c, d, h\}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۲ درون یک مستطیل 9×18 ، حداقل چند نقطه اختیار شود، تا مطمئن باشیم لااقل فاصله‌ی ۲ نقطه از این نقاط انتخابی، کم‌تر از $3\sqrt{2}$ باشد؟

۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

۱۸ (۲)

۱۷ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۳ تعداد اعداد سه رقمی که حداقل یک رقم ۵ و حداقل یک رقم ۲ را شامل شود، کدام است؟

۵۸ (۴)

۵۶ (۳)

۵۴ (۲)

۵۲ (۱)

۱۱۴ به چند طریق می‌توان از بین ۴ نوع گل ۱۵ شاخه انتخاب کرد، به طوری‌که از هر نوع آن، حداقل ۲ شاخه انتخاب شود؟

۱۵۰ (۴)

۱۲۵ (۳)

۱۲۰ (۲)

۱۰۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۵ در یک گراف با درجه‌ی رأس‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، تعداد دورها با طول ۳، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۶ باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد 5^{20} بر ۴۱، کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۷ معادله‌ی سیاله‌ی $9x + 13y = 725$ ، در مجموعه‌ی اعداد طبیعی چند دسته جواب دارد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۸ به ازای بعضی از مقادیر، $n \in \mathbb{N}$ اگر $\alpha | 11n + 3$ و $\alpha | 5n + 4$ و $\alpha \neq 1$ ، آن‌گاه تعداد اعداد دورقمی n در این حالت، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۹ با توجه به نمادهای «بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک و کوچک‌ترین مضرب مشترک» عدد $[154, (429, 627)]$ ، کدام است؟

۹۲۴ (۴)

۵۰۶ (۳)

۴۷۸ (۲)

۴۶۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۲۰ گل‌فروشی از ۸ نوع گل مختلف، به چند طریق، می‌تواند دسته گل‌های متمایز درست کند، به طوری‌که در هر دسته ۴ یا ۵ یا ۶ شاخه مختلف، موجود باشد؟

۱۶۸ (۴)

۱۵۴ (۳)

۱۴۰ (۲)

۱۲۶ (۱)

سراسری-تجربی-۹۸

۱۲۱ تعداد مربع‌های لاتین متعامد با مربع لاتین ، کدام است؟

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

۶ (۴)

۴ (۳)

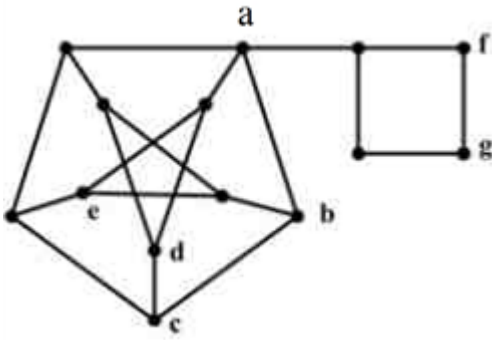
۳ (۲)

۲ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۸



۱۲۲ کدام مجموعه برای گراف روبه‌رو، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال است؟



{a, d, e, f} (۴)

{a, b, d, e} (۳)

{a, d, e, g} (۲)

{a, c, e, g} (۱)

سراسری-ریاضی-۹۸

۱۲۳ از مجموعه اعداد $\{5, 8, 11, \dots, 65, 68, 71\}$ که به صورت یک تصاعد عددی مرتب شده است. یک زیرمجموعه‌ی حداقل چند عضوی انتخاب شود تا مطمئن باشیم، حداقل دو عدد در این زیرمجموعه موجود است که جمع آن‌ها، ۸۵ باشد؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۸

۱۲۴ تعداد توابع پوشا، از یک مجموعه ۶ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی، کدام است؟

۵۴۰ (۴)

۴۸۰ (۳)

۴۵۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۸

۱۲۵ به چند طریق می‌توان ۱۱ توپ یکسان را بین ۵ نفر توزیع کرد، به طوری که هر نفر حداقل، یک توپ داشته باشد؟

۲۲۰ (۴)

۲۱۰ (۳)

۱۸۰ (۲)

۱۶۰ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۸

۱۲۶ یک گراف ساده ۶ رأسی ۴-منتظم، دارای چند دور با طول ۴ است؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۸

۱۲۷ اگر عدد $a + 7^{13}$ بر ۲۳ بخش‌پذیر باشد، کوچک‌ترین عدد طبیعی a ، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۸

۱۲۸ قیمت هر واحد از دو نوع کالای متمایز به ترتیب ۲۲۰ و ۱۴۰ تومان است. با مبلغ ۱۹۰۰۰ تومان، به چند طریق می‌توان از این دو نوع کالا، خریداری کرد؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۸

۱۲۹ به ازای بعضی از مقادیر n ، اگر $13n + 3$ و $7n + 4$ و $\alpha \mid 7n + 4$ و $\alpha \neq 1$ باشد، آنگاه مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد n ، کدام است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۸

۱۳۰ اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم عددی بر ۶ و ۱۱ به ترتیب ۵ و ۷ باشد، آنگاه باقی‌مانده تقسیم این عدد بر ۶۶، کدام است؟

۴۱ (۴)

۴۰ (۳)

۳۲ (۲)

۲۹ (۱)



۱۳۱) تعداد جواب‌های صحیح و مثبت معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ با شرط $1 \leq x_i \leq 5$ کدام است؟

۲۱ (۴)

۲۰ (۳)

۱۸ (۲)

۱۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۳۲) تعداد اعداد دو رقمی a به‌طوری‌که $a \equiv 1 \pmod{11}$ (پیمانه ۱۹) کدام است؟

۳۰ (۴)

۲۸ (۳)

۲۷ (۲)

۲۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۳۳) اگر باقیمانده‌ی تقسیم عددی بر ۹ و ۱۳ به‌ترتیب ۵ و ۷ باشد، باقیمانده‌ی تقسیم این عدد بر ۳۹ کدام است؟

۲۴ (۴)

۲۱ (۳)

۲۰ (۲)

۱۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۳۴) یک گراف کامل از مرتبه‌ی ۵ چند دور با طول ۴، دارد؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۳۵) مجموعه S ، اعداد طبیعی فرد و مضرب ۳ شروع از ۳ و ختم از ۶۳ است. یک زیرمجموعه حداقل چندعضوی، از S انتخاب شود، که مطمئن باشیم شامل دو عضو با مجموع ۶۶ می‌باشد؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۳۶) از بین ۴ شاخه گل قرمز و ۵ شاخه گل زرد و ۸ شاخه گل سفید، به چند طریق می‌توان ۶ شاخه‌ی متمایز، انتخاب کرد؟

۲۸ (۴)

۲۴ (۳)

۲۲ (۲)

۲۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۳۷) عدد پنج رقمی $N = \overline{a73b8}$ بر ۴۴ بخش‌پذیر است. باقی‌مانده‌ی تقسیم کوچک‌ترین عدد N بر ۹، کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۳۸) باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد طبیعی A بر اعداد ۵ و ۷ و ۱۱ به ترتیب ۲ و ۴ و ۸ می‌باشند. باقی‌مانده‌ی تقسیم بزرگ‌ترین عدد سه رقمی A بر عدد ۲۳، کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۱ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۳۹) چند نوع گراف ساده همبند فاقد دور، می‌توان یافت که مجموع مرتبه و اندازه آن ۱۱ باشد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۴۰) در اثبات استقرای ریاضی «به ازای هر عدد طبیعی n ، عبارت $\frac{n^2}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$ یک عدد طبیعی است.» از کدام رابطه بدیهی استفاده می‌شود؟

$(k+1)^2 \in \mathbb{N}$ (۴)

$k^2 + k \in \mathbb{N}$ (۳)

$k^2 + k + 2 \in \mathbb{N}$ (۲)

$k^2 - k \in \mathbb{N}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



۱۴۱) به ازای کدام مقادیر n از عدد طبیعی، عبارت $2^{n+1} + 2^{n+2} + 5^{2n+1}$ بر عدد ۲۳ بخش پذیر است؟

- ۱) تمام اعداد ۲) فقط اعداد فرد ۳) فقط اعداد زوج ۴) فقط اعداد مضرب ۷

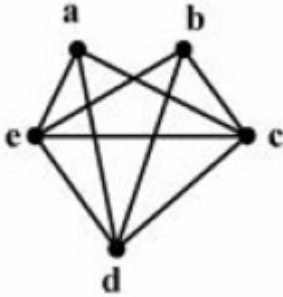
کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۴۲) اگر عدد طبیعی به صورت $2n + 1$ بر ۵ بخش پذیر باشد. باقیمانده‌ی عدد طبیعی به صورت $6 + 19n + 14n^2$ بر عدد ۲۵، کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۴۳) در گراف کامل از مرتبه‌ی ۵، یال ab حذف شده است. چند دور با طول ۴ در این گراف موجود است؟



- ۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۴۴) در کیسه‌ای ۵ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی قرمز و ۷ مهره‌ی آبی و ۱ مهره‌ی زرد موجود است. حداقل چند مهره از کیسه بیرون آوریم تا مطمئن باشیم، ۳ مهره‌ی هم‌رنگ یا بیش‌تر از کیسه خارج شده است؟

- ۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۴۵) به ازای چند عدد طبیعی و دو رقمی n ، اعداد $4n + 1$ و $5n - 3$ نسبت به هم اول‌اند؟

- ۱) ۸۱ ۲) ۸۲ ۳) ۸۴ ۴) ۸۵

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۴۶) بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد طبیعی برابر ۱۸ و تفاضل مربعات این دو عدد، ۲۲۶۸ می‌باشد. رقم یکان عدد بزرگ‌تر، کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۴۷) چند عدد پنج رقمی به صورت $\overline{a35b2}$ بخش پذیر بر ۳۶ موجود است؟

- ۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۴۸) در گرافی با دنباله‌ی درجه رأس‌ها به صورت ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۴ و ۴، تعداد دورها با طول ۵، کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۴۹) در کیسه‌ای ۵ گوی سفید و ۴ گوی قرمز و ۳ گوی سبز وجود دارد. حداقل چند گوی از کیسه خارج کنیم تا مطمئن باشیم بیش از ۳ گوی سفید یا بیش از ۲ گوی قرمز خارج شده است؟

- ۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

تاریخ: کنکور سراسری - ریاضی



۱۵۰) تعداد جواب‌های صحیح و غیرمنفی، معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 = 11$ ، با شرط $x_1 > 4$ و $x_3 > 4$ ، کدام است؟

۲۸ (۴)

۲۵ (۳)

۲۴ (۲)

۲۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۵۱) به‌ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n ، دو عدد به‌صورت‌های $4n + 5$ و $13n - 3$ ، نسبت به هم غیر اول‌اند؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۵۲) عدد شش رقمی $\overline{ababab}$ برابر حاصل‌ضرب ۱۱۱ در مربع کامل یک عدد است، مجموع دو رقم a و b کدام‌است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۵۳) چند نوع گراف ساده و هم‌بند، وجود دارد که مجموع مرتبه و اندازه‌ی آن ۹ باشد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۵۴) در کیسه‌ای ۹۰ گوی یکسان قرار دارد که هریک از اعداد دو رقمی بر روی آن‌ها نوشته شده است. حداقل چند گوی از کیسه خارج کنیم، تا مطمئن باشیم، جمع دو عدد از گوی خارج شده برابر ۱۱۰ می‌باشد؟

۴۸ (۴)

۴۷ (۳)

۴۶ (۲)

۴۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۵۵) چند عدد دو رقمی مضرب ۵ وجود دارد؟

۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

۱۷ (۲)

۱۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-تجربی

۱۵۶) معادله‌ی سیاله‌ی $3x + 6y = a + 5$ ، به ازای کدام مقدار a جواب دارد؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۷ (۲)

۱۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۵۷) اگر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد ۱۲ باشد، کوچک‌ترین مضرب مشترک آن‌ها کدام عدد می‌تواند باشد؟

۱۰۰ (۴)

۶۶ (۳)

۸۴ (۲)

۴۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۵۸) اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم a بر ۹۹ برابر ۲۵ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم a بر ۹ چه قدر است؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۷ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۵۹) گراف ساده‌ای با اندازه‌ی $q = 13$ ، حداقل چند رأس دارد؟

۶ (۴)

۷ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۶۰) اگر به ازای برخی از اعداد طبیعی n ، دو عدد $12n + 7$ و $5n - 2$ نسبت به هم اول نباشند، آن‌گاه بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک این دو عدد، کدام است؟

۸۹ (۴)

۸۳ (۳)

۶۷ (۲)

۵۹ (۱)

کنک، هاء، خارج از کشور-سراسری-ریاضی



۱۶۱ اگر یک عدد چهاررقمی به صورت $\overline{av \cdot b}$ مضرب ۴۴ باشد، ولی مضرب ۵۵ نباشد، آنگاه $a + b$ کدام است؟

۱۴ (۴)

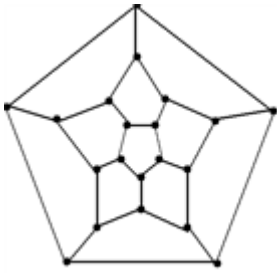
۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۶۲ گراف مقابل دوری با طول m دارد. بزرگترین عدد m کدام است؟



۲۱ (۴)

۲۰ (۳)

۱۹ (۲)

۱۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۶۳ اگر S یک زیرمجموعه‌ی ۵۰ عضوی از اعداد طبیعی باشد، در تقسیم هر یک از اعضای S بر عدد ۱۶، تعداد عضوهای هم باقی‌مانده چگونه است؟

دست کم ۴ عضو (۴)

کم‌تر از ۴ عضو (۳)

دست کم ۳ عضو (۲)

درست ۳ عضو (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۶۴ کدام عدد حکمیت «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع اعداد طبیعی متوالی نوشت» را نقض می‌کند؟

۶۴ (۴)

۵۶ (۳)

۴۶ (۲)

۴۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۶۵ در معادله‌ی $9x + 5y = 113$ چند جواب صحیح برای x در بازه‌ی $100 < x < 200$ پیدا می‌شود؟

۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

۱۵ (۲)

۱۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۶۶ باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد $6^{1387} + 4^{1387}$ بر ۲۴ کدام است؟

۱۶ (۴)

۴ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۶۷ عدد $100!$ بر 24^k بخش‌پذیر است. بزرگ‌ترین مقدار k کدام است؟

۳۳ (۴)

۴۸ (۳)

۳۲ (۲)

۹۷ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۶۸ چند عدد مضرب ۴ به صورت $\overline{73a \cdot b}$ وجود دارد؟

۱۲ (۴)

۳۰ (۳)

۲۷ (۲)

۱۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۶۹ اگر $a = 3k + 1$ باشد، مقسوم‌علیه مشترک $(a + 6, a + 3)$ کدام است؟

هر مضربی از ۳ (۴)

۱ یا ۳ (۳)

فقط ۳ (۲)

فقط ۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی



۱۷۰ معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ چند جواب طبیعی دارد؟

۶۶ (۱)

۵۵ (۲)

۴۵ (۳)

۳۶ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۷۱ باقی‌مانده عدد $10! + 8! + 6! + 4! + 2!$ بر ۱۵ چه قدر است؟

۱۱ (۱)

۶ (۲)

۹ (۳)

۲ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۷۲ باقی‌مانده‌ی عدد 3344556 بر ۱۱ چه قدر است؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۷۳ اگر $a|b$ و $a|c$ ، کدام درست نیست؟

$a|b+c$ (۱)

$a|b^2+c$ (۲)

$a^2|b+c$ (۳)

$a^2|bc$ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۷۴ در تقسیم بر ۱۷ اگر باقی‌مانده ۸ باشد و ۱۰ واحد به مقسوم اضافه کنیم:

باقی‌مانده تغییر نمی‌کند (۱)

باقی‌مانده ۱ واحد کم می‌شود (۲)

باقی‌مانده ۷ واحد کم می‌شود (۳)

باقی‌مانده ۷ واحد اضافه می‌شود (۴)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۱۷۵ معادله‌ی سیاله‌ی $1110 = 12y + 25x$ بر روی مجموعه‌ی اعداد طبیعی (N) چند زوج جواب دارد؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۷۶ به ازای اعداد طبیعی $1 \leq n \leq 50$ ، در چند حالت دو عدد $4n+7$ و $5n+9$ نسبت به هم اول‌اند؟

۴۷ (۱)

۴۸ (۲)

۴۹ (۳)

۵۰ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۷۷ اگر عدد طبیعی پنج‌رقمی $\overline{5abb6}$ بر عدد ۹۹ بخش‌پذیر باشد، رقم b کدام است؟

۴ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۷۸ در یک گراف ساده‌ی ناهمبند و ۳-منتظم که دارای ۸ راس باشد، چند دور با طول ۴ وجود دارد؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۷۹ چند عدد طبیعی کوچک‌تر از 273 که نسبت به 273 اول باشد، وجود دارد؟

۱۴۴ (۱)

۱۴۸ (۲)

۱۵۲ (۳)

۱۶۴ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۸۰ باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد 13^{43} بر عدد ۱۷ کدام است؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



۱۸۱) عدد طبیعی N در پایه‌ی ۷ به صورت $(a51b)$ نوشته شده. اگر N مضرب ۹ باشد، چند جواب برای مقادیر a وجود دارد؟
($a \neq 0$)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۸۲) گراف ناهمبند ۳- منتظم دارای ۱۲ یال است. این گراف چند دور با طول ۴ دارد؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۸۳) از رابطه‌ی هم‌نهشتی (پیمانه‌ی ۹) $18a \equiv 12b$ ، کدام نتیجه‌گیری نادریست است؟

- ۱ (پیمانه ۲) $a \equiv 0$ (۱) ۲ (پیمانه ۳) $b \equiv 0$ (۲) ۳ (پیمانه ۳) $3a \equiv b$ (۳) ۴ (پیمانه ۳) $3a \equiv 2b$ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۸۴) به ازای هر عدد طبیعی n ، $n \leq n$ ، دو عدد $2n + 7$ و $11n - 3$ نسبت به هم اول‌اند. بیشترین مقدار n کدام است؟

- ۳۵ (۱) ۳۷ (۲) ۳۹ (۳) ۴۰ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۸۵) اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد صحیح a بر ۹ و ۷ به ترتیب ۵ و ۶ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد a بر ۶۳ چگونه است؟

- ۱ عدد اول (۱) ۲ مضرب ۲ (۲) ۳ مضرب ۳ (۳) ۴ مضرب ۵ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۸۶) تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 = 7$ با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی $x_1 + x_2 + \dots + x_I = 2$ برابر است. I کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۸۷) برای خرید کتاب به قیمت ۷۵۰ تومان، به تعداد A بن دویست تومانی و B بن یکصد و پنجاه تومانی پرداخت نموده‌ایم. حداقل $A + B$ کدام است؟

- ۳۵ (۱) ۳۶ (۲) ۳۷ (۳) ۳۸ (۴)

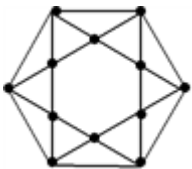
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۸۸) به ازای چند عدد طبیعی و دو رقمی n ، اعداد $12n - 5$ و $9n + 4$ نسبت به هم اول نیستند؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۸۹) گراف شکل مقابل، چند دور با طول ۵ دارد؟



- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



۱۹۰ به چند طریق می‌توان ۹ توپ یکسان را در ۴ سبد متمایز جای داد به طوری که در هر سبد حداقل یک توپ و حداکثر ۴ توپ، جای گیرد؟

- ۱ ۳۵ ۲ ۳۶ ۳ ۴۰ ۴ ۵۶

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۹۱ عدد $A + 13 \times 7^{54}$ بر ۴۳ بخش‌پذیر است، کوچک‌ترین عدد طبیعی A ، کدام است؟

- ۱ ۲۰ ۲ ۲۸ ۳ ۲۹ ۴ ۳۰

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۹۲ به ازای چند عدد دو رقمی n دو عدد طبیعی $9n + 2$ و $11n - 5$ نسبت به هم غیر اول‌اند؟

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۹۳ چند عدد اول P وجود دارد به طوری که $1 + P$ مجذور کامل یک عدد طبیعی باشد؟

- ۱ ۳ ۲ ۴ ۳ ۵ ۴ ۶

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۹۴ در یک گراف کامل حاصل ضرب اندازه و مرتبه‌ی آن 50 می‌باشد، در این گراف چند دور با طول 4 وجود دارد؟

- ۱ ۱۰ ۲ ۱۲ ۳ ۱۵ ۴ ۱۶

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۹۵ هر زیرمجموعه n عضوی از $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 23\}$ به طور یقین حداقل دو عضو دارد که مجموع آن دو عضو 24 می‌باشد، حداقل n کدام است؟

- ۱ ۹ ۲ ۱۰ ۳ ۱۲ ۴ ۱۳

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۹۶ از هر یک از ۸ مدرسه علاقه‌مند، ۶ نفر برای بازی تنیس ۴ نفری انتخاب شده‌اند. به چند طریق این بازی ممکن است انجام شود. به طوری که هر دو نفر همیار هم، از یک مدرسه باشند؟

- ۱ ۴۲۰۰ ۲ ۵۴۰۰ ۳ ۵۶۰۰ ۴ ۶۳۰۰

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۹۷ چند عدد طبیعی a کوچک‌تر از ۲۳۱، با شرط $231a = [231, a]$ وجود دارد؟

- ۱ ۱۱۶ ۲ ۱۱۸ ۳ ۱۲۰ ۴ ۱۲۴

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۹۸ چند عضو از مجموعه‌ی $\{n \in \mathbb{N} : 150 < n < 500\}$ نه بر ۷ تقسیم پذیرند و نه بر ۱۱؟

- ۱ ۲۷۱ ۲ ۲۷۲ ۳ ۲۷۳ ۴ ۲۷۴

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

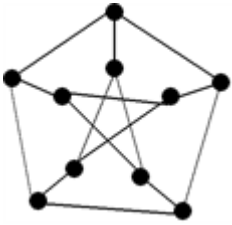
۱۹۹ به‌ازای چند عدد طبیعی n ، هر دو عدد $7n + 5$ و $11n + 2$ ، مقسوم‌علیه مشترک برابر ۳ دارند؟

- ۱ هیچ عدد ۲ یک عدد ۳ دو عدد ۴ بی‌شمار عدد

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی



گراف شکل مقابل شامل چند دوره با طول ۵ است؟ (۲۰۰)



۷ (۱)

۸ (۲)

۹ (۳)

۱۲ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

معادله‌ی همنهشتی (پیمانه ۳۱) $72x \equiv 1$ در مجموعه‌ی اعداد طبیعی سه رقمی چند جواب دارد؟ (۲۰۱)

۲۹ (۱)

۳۰ (۲)

۳۲ (۳)

۳۳ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

دو عدد $A = 2^3 \times 3^2 \times 5^3 \times 7^2$ و $B = 2^5 \times 3^2 \times 5^3 \times 11$ دارای ۲۳ مقسوم‌علیه مشترک مثبت و غیر یک می‌باشند. تعداد تمام مقسوم‌علیه‌های مثبت کوچک‌ترین مضرب مشترک این دو عدد، کدام است؟ (۲۰۲)

۳۶۰ (۱)

۴۸۰ (۲)

۵۴۰ (۳)

۷۲۰ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

در یک گراف ساده با درجه رأس‌های ۲، ۲، ۲، ۳، ۳، ۴ که دو رأس با می‌نیمم درجه مجاورند، تعداد دورها با طول ۶ کدام است؟ (۲۰۳)

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

صفر (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

در جعبه‌ای ۳ گوی قرمز، ۵ گوی سفید، ۷ گوی آبی، ۹ گوی زرد موجود است. حداقل چند گوی خارج کنیم، تا مطمئن باشیم دست کم ۶ گوی خارج شده هم رنگ باشند؟ (۲۰۴)

۱۷ (۱)

۱۸ (۲)

۱۹ (۳)

۲۰ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

باقی مانده تقسیم عدد $2^{60} - 3^{60} + 2^{60}$ ، بر عدد ۳۵ کدام است؟ (۲۰۵)

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

صفر (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

به‌ازای برخی از اعداد طبیعی n ، دو عدد به‌صورت‌های $n + 7$ و $n + 11$ و $n + 2$ نسبت به هم اول نیستند. کوچک‌ترین مقدار n در این حالت، مضرب کدام است؟ (۲۰۶)

۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

باقی‌مانده تقسیم عددی بر اعداد ۱۱ و ۱۴ و ۱۵ به‌ترتیب ۵ و ۸ و ۹ می‌باشد. کوچک‌ترین این اعداد مضرب کدام است؟ (۲۰۷)

۳۶ (۱)

۳۸ (۲)

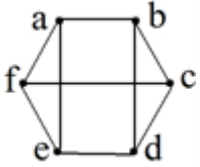
۴۲ (۳)

۴۵ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



۲۰۸ در گراف ۳- منتظم مقابل، چند دور با طول ۵ وجود دارد؟



۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۰۹ حداقل چند دوتایی مرتب از اعداد صحیح انتخاب کنیم، تا به طور قاطع لاکل در دو جفت انتخاب شده (a, b) و (c, d) ، حاصل هر دو عدد $a + c$ و $b + d$ زوج باشند؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۱۰ با جابه‌جایی ارقام عدد ۵۷۶۲۲۲ چند عدد شش رقمی می‌توان تشکیل داد، به‌طوری که رقم‌های ۲ یک در میان قرار گیرند؟

۲۴ (۴)

۱۸ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۱۱ تعداد توابع پوشا از مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ به مجموعه $\{1, 2, 3\}$ چقدر است؟

۳۸ (۴)

۳۷ (۳)

۳۲ (۲)

۳۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۲۱۲ اگر $[a, b] = (a, b) + 1$ ، آن گاه حاصل $a^2 + b^2$ چقدر است؟

۶ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

۲۱۳ در گراف $G(V, E)$ اگر P و q مرتبه و اندازه گراف و $p^2 = 21 + q^2$ باشد، آن‌گاه گراف G چگونه است؟

دارای دور است. (۴)

ناهم‌بند است. (۳)

منتظم است. (۲)

هم‌بند است. (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی



۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اولاً در این گراف داریم: $\sigma \geq \left\lceil \frac{14}{5+1} \right\rceil = 3$ ثانیاً مجموعه‌ای مانند $\{i, j, c, n\}$ احاطه‌گر است و

با کمتر از ۴ عضو رئوس گراف احاطه نمی‌شود، پس $r = 4$.

حال هر یک از سه رأس i, e, f با سه رأس j, c, n مجموعه احاطه‌گر مینیمم، سازگار با خواسته سؤال می‌باشد.

مثلاً: $A = \{i, j, c, n\} \Rightarrow N[1] = \{i, a, e, f\}, N[j] = \{j, g\}, N[e] = \{c, b, d, k, l, m\}$

, $N[n] = \{n, h\}$

۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $(6-1) + (4-1) + (3-1) + (2-1) + 1 = 12$

۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. منظور سؤال تعداد افزاینده‌های یک مجموعه ۸ عضوی به ۴ مجموعه ۲ عضوی می‌باشد، لذا:

$$\frac{8!}{2!2!2!2!} = 105$$

۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باقیمانده مربع هر عدد فرد بر ۸، همواره برابر است با: ۱

$$n = 2q, m|n+1 \Rightarrow m|2q+1 \Rightarrow m = 2q'+1 \Rightarrow m^2 = 4q'^2 + 4q' + 1 \Rightarrow m^2 + k^2 + 3 = 4q'^2 + 4q' + 1 + k^2 + 3 = 4q'^2 + 4q' + k^2 + 4$$

$$k|2q'+3 \Rightarrow k = 2q''+1 \Rightarrow k^2 = 4q''^2 + 4q'' + 1$$

تذکر: با عددگذاری هم به راحتی می‌توانستیم رد گزینه کنیم مثلاً $k = 1$ و $m = 1$

$\Rightarrow m^2 + k^2 + 3 = 5 \Rightarrow$ باقیمانده تقسیم بر ۸ برابر ۵ می‌شود.

۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تنها مجموعه احاطه‌گر مینیمم با شرط خواسته شده عبارتست از $\{d, f, k\}$.

۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در بدترین شرایط ۲ گوی آبی، ۳ گوی سبز، ۱ گوی قرمز و ۴ گوی سفید می‌توانیم داشته

باشیم که می‌شود ۱۰ گوی. یک گوی اضافی خواسته مسئله را تأمین می‌کند. لذا اگر ۱۱ گوی خارج کنیم مسئله حل می‌شود.

۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون اتاق‌ها یکسان هستند بنابراین جواب عبارتست از:

$$\frac{1}{5!} \binom{10}{2} \binom{8}{2} \binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2} = 945$$

$$a|(11m+4)$$

و

$$a|(7m+2)$$

۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم:

بنابراین:

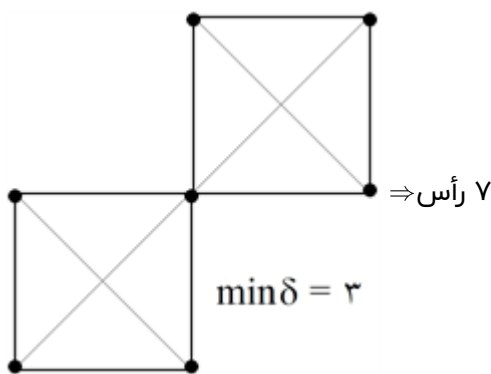
$$a|(11m+4) \Rightarrow a|6 \Rightarrow a = 1, 2, 3, 6 \xrightarrow{a>3} a = 6$$

$$6k+3 = 3(2k+1)$$

چون:

پس $6k+3$ هیچگاه عدد اول بزرگتر از ۳ نمی‌باشد.

$$P = 7$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون در برد تنها یک عدد فرد داریم (عدد ۱) یا باید یکبار ظاهر شود یا سه بار.

$$f = \{(1,), (2,), (3,), (4,)\}$$

$$\text{حل: } \binom{4}{1} \times \underbrace{\left(\binom{2}{1} \right)^3}_{\text{یکی از اعداد ۲ یا ۴ باید برای سه جایگاه دیگر بیایند}} + \binom{4}{3} \times \left(\binom{2}{1} \right)^1 = 4 \times 8 + 4 \times 2 = 4 \times 10 = 40$$

یکی از اعداد ۲ یا ۴ باید
برای سه جایگاه دیگر بیایند

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{x_3} = x'_3 \geq 0$$

$$x_1 + 0/4x_2 + x'_3 + x_4 = 4$$

$$\begin{cases} x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x'_3 + x_4 = 4 \Rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{4+3-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15 \\ x_2 = 5 \Rightarrow x_1 + x'_3 + x_4 = 2 \Rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{2+3-1}{3-1} = \binom{4}{2} = 6 \\ x_2 = 10 \Rightarrow x_1 + x'_3 + x_4 = 0 \Rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{0+3-1}{3-1} = 1 \end{cases}$$

$$\text{تعداد کل جوابها} = 15 + 6 + 1 = 22$$

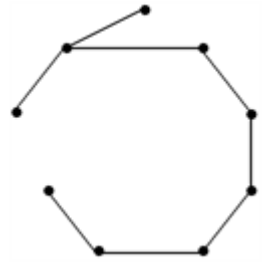
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$11x^2 + 3x = y(1-x) \Rightarrow y = \frac{11x^2 + 3x}{1-x} = -11x - 11 + \frac{11}{1-x} \Rightarrow 1-x \mid 11$$

$$\Rightarrow 1-x = \begin{Bmatrix} 11 \\ 1 \\ -1 \\ -11 \end{Bmatrix} \Rightarrow x = \begin{Bmatrix} -10 \\ 0 \\ 2 \\ 12 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} (-10, 70) \\ (0, 0) \\ (2, -38) \\ (12, -108) \end{Bmatrix} \begin{matrix} \checkmark \\ \checkmark \\ \checkmark \\ \checkmark \end{matrix}$$

۱۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\left. \begin{aligned} \Delta(G) + \delta(G) &= 12 \\ (P-1 - \delta(G)) - (P-1 - \Delta(G)) &= 2 \\ \Rightarrow \Delta(G) - \delta(G) &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \Delta(G) = 7 \\ \delta(G) = 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{همبند } \bar{G}} \min(P) = 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta(\bar{G}) = 3 \\ \delta(\bar{G}) = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{همبند } \bar{G}} \min(q(\bar{G})) = 8$$

۱۱, ۲۱, ۳, ۴۱, ۵۱, ۶, ۷۱, ۸۱, ۹, ۱۰۱

۱۲۱, ۱۳۱, ۱۴, ۱۵۱, ۱۶۱, ۱۷, ۱۸۱, ۱۹۱, ۲۰

تعداد لانه‌های حداکثری ۱۳ تا است. بنابراین تعداد کبوترها ۱۴ تا خواهد بود.

۱۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(51, 85) | 7a - 1 \Rightarrow (3 \times 17, 17 \times 5) = 17 | 7a - 1 \Rightarrow 7a \equiv 1 \Rightarrow 35a \equiv 5 \Rightarrow a \equiv 5$$

$$\Rightarrow a = 17k + 5 \Rightarrow a \in \{5, 22, 39, 56, \dots\}$$

۱۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a \equiv 11 \Rightarrow 6k \equiv 11 \Rightarrow 6k \equiv 11 + 2 \times 17 \Rightarrow 6k \equiv 45 \Rightarrow 2k \equiv 15 \Rightarrow \frac{a}{3} \equiv 15$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $\bar{G}$ همبند است پس $\delta(\bar{G}) \geq 1$ چون می‌خواهیم یال‌های G زیاد شود یال‌های $(\bar{G})$ را تا حدامکان کم می‌گیریم پس $\delta(\bar{G}) = 1, \Delta(\bar{G}) = 3$ فرض کنیم. در این صورت با $p = 8$ رابطه اول نمی‌تواند درست باشد

$$3 + \square = 7 \Rightarrow \square = 4 \Rightarrow \delta(G) = 4 \quad \text{چون:}$$

$$1 + \bigcirc = 7 \Rightarrow \bigcirc = 6 \Rightarrow \Delta(G) = 6$$

اگر $p = 9$ باشد و $\delta(\bar{G}) = 1, \Delta(\bar{G}) = 3$

$$3 + \square = 8 \Rightarrow \delta(G) = 5 \quad \Delta + 2\delta = 17 \quad \checkmark$$

$$1 + \bigcirc = 8 \Rightarrow \Delta(G) = 7$$

اگر $\bar{G}$ همبند باشد حداقل ۸ یال می‌خواهد که با $q(\bar{G}) = 8$ می‌تواند شرایط $\Delta(\bar{G}) = 3$ و $\delta(\bar{G}) = 1$ رعایت شود

$$q_{\max} = \frac{9 \times 8}{2} - 8 = 28$$

۱۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰ زیرمجموعه. حداقل ۱۱ عضو باید انتخاب شود.

$$\{14, 15, 16\} \quad \{22, 23, 24\}$$

$$\{15, 16, 17\} \quad \{23, 24, 25\}$$

$$\{16, 17, 18\}$$

$$\{17, 18, 19\}$$

$$\{18, 19, 20\} \quad \{26, 27, 28\}$$



۱۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$57 = +133y = 22n - 1, n \in \mathbb{N}$$

$$(57, 133) = 19 | 22n - 1 \Rightarrow 22n \equiv 1 \pmod{19} \Rightarrow 22n \equiv 7 \pmod{19} \Rightarrow n \equiv 13 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow n = 19k + 13; k \in \mathbb{W} \Rightarrow n \geq 10 \Rightarrow k = 0$$

$$\Rightarrow n = 13 \Rightarrow 1 + 3 = 4$$

۲۰

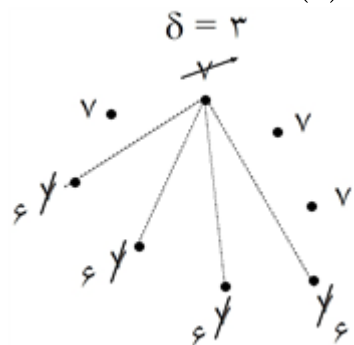
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a = 18k; k \in \mathbb{Z}, a \equiv 5 \pmod{22} \text{ یا } 18k \equiv 5 \pmod{22} \xrightarrow{\div 4} \frac{a}{4} = 2k \equiv 7 \pmod{22}$$

۲۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \text{از گراف } k_8 \text{ باید ۴ تا یال جدا کنیم: } q = \binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28 \Rightarrow$$



۲۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A \Rightarrow \text{تا ۸} = \{3, 5, 7, 13, 17, 19\} + \{4\} + \text{بعدی}$$

عدد ۲ وجود ندارد!

۲۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$407r + 592s = t \xrightarrow{\text{شرط جواب}} (407, 592) | t$$

$$\begin{array}{r} 407 \overline{) 11} \\ - 33 \quad 37 \\ \hline 77 \\ - 77 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 592 \overline{) 4} \\ - 4 \quad 148 \overline{) 4} \\ - 19 \quad - 12 \quad 37 \\ - 16 \quad 28 \\ - 32 \quad - 28 \\ - 32 \quad 0 \end{array}$$

$$407 = 11 \times 37$$

$$\Rightarrow (407, 592) = 37 \Rightarrow 37 | t$$

$$592 = 4 \times 4 \times 37 = 4^2 \times 37$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ارقام } m = 37 \Rightarrow \text{حداقل مقدار } t = 10$$

۲۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

فقط $1000 \Rightarrow$ تا صفر و یکی رقم $14 \Rightarrow 1, 0 \Rightarrow 1 \Rightarrow$ مجموع ارقام $n = 0$: اگر

$$n = 1 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 24 \Rightarrow \begin{cases} 54444 \\ 45444 \\ 44544 \\ 44454 \\ 44445 \end{cases} \Rightarrow \frac{5!}{4!} = 5 \Rightarrow \begin{cases} \text{مجموع} \\ \text{عدد } 6 \end{cases}$$

$4, 5 \rightarrow 454$ تا و یکی $5, 6 \rightarrow$

مجموع ۵ رقم در حداکثر حالت ممکن ۴۵ است بنابراین غیرممکن $\Rightarrow 47 = \text{مجموع ارقام} \Rightarrow n = 2$: اگر

$$\left. \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array} \right\} \times \left. \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array} \right\} = 6$$

$\Rightarrow$ ستون ۳ تایی

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۲۵

$$\left. \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array} \right\} \times \left. \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array} \right\} = 6$$

$\Rightarrow$ ستون ۲ تایی

 $3 = 3 \Rightarrow$ ستون تکیمجموعاً : $6 + 6 + 3 = 15$

۲۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای آن که حداقل یال را داشته باشیم، درجه رأس‌ها باید کمترین باشد پس:

$$G: 432 = 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1$$

$$2q = 3 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 \Rightarrow q(G) = 9$$

$$P = 8 \Rightarrow q_{k_8} = \binom{8}{2} = 28 \Rightarrow q(\bar{G}) = 19$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta(G) = 3 \\ \delta(\bar{G}) + \Delta(G) = P - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \delta(\bar{G}) = 4 \Rightarrow q(\bar{G}) + \delta(\bar{G}) = 23$$

۲۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\{(3k, 3k), (3k, 3k+1), (3k+1, 3k), (3k+1, 3k+1), (3k+1, 3k+2), \dots\}$$

در مجموعه فوق ۵ زوج نوشته شده که شرایط سؤال را ندارند. ولی هر زوج ششمی اضافی شود با یکی از آن ۵ زوج به هدف سؤال می‌رسد.

۲۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$76x + 124y = 364 \xrightarrow{\div 4} 19x + 31y = 91 \Rightarrow 19x \equiv 91 \Rightarrow -12x \equiv 60$$

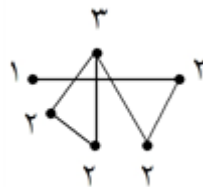
$$\Rightarrow x \equiv -5 \Rightarrow x = 31k - 5 \xrightarrow{k=4} x = 119 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 11$$

۲۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a = 1 \Rightarrow 1112, a = 2 \Rightarrow 2224, a = 3 \Rightarrow 3336, a = 4 \Rightarrow 4448$$

بزرگترین مقدار a برابر ۴ است که ۳ شمارنده دارد.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۰

$$\begin{aligned}
 & 3 \times 4 \times 4 \\
 & \text{یا} \\
 & 48 = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2
 \end{aligned}$$

$\Rightarrow \Delta(\bar{G}) + q(\bar{G}) = 4 + 9 = 13$ (گراف اول ۳, ۲, ۲, ۲, ۲, ۱)
 $\Rightarrow \Delta(\bar{G}) + q(\bar{G}) = 3 + 4 = 7$ (گراف دوم ۴, ۳, ۲, ۲, ۱)

$5 - 1 = 4$
 $15 - 6 = 9 \Rightarrow \binom{6}{2}$
 $4 - 1 = 3$
 $\binom{5}{2} - 6 = 10 - 6 = 4$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باقی مانده های تقسیم بر ۵ می تواند ۰, ۱, ۲, ۳, ۴ باشد. ۳۱

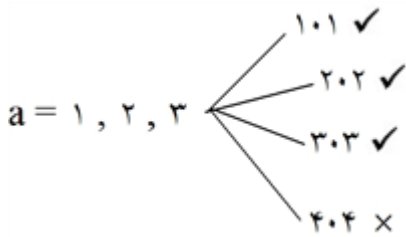
(۰, ۱)	(۱, ۱)	(۴, ۱)	(۲, ۱)	(۳, ۱)
(۰, ۲)	(۱, ۲)	(۴, ۲)	(۲, ۲)	(۳, ۲)
(۰, ۳)	(۱, ۳)	(۴, ۳)	(۲, ۳)	(۳, ۳)
(۰, ۴)	(۱, ۴)	(۴, ۴)	(۲, ۴)	(۳, ۴)
(۰, ۵)	(۱, ۵)	(۴, ۵)	(۲, ۵)	(۳, ۵)
حالت ۳		حالت ۵		حالت ۵

پس حداکثر ۱۳ زوج مرتب می توان انتخاب کرد که هیچ دو زوج مرتبی مجموع مؤلفه های اول و مجموع مؤلفه های دوم ضرب ۵ نباشد. پس با انتخاب چهاردهمی، این اتفاق می افتد و حداقل ۲ زوج مرتب مجموع مؤلفه های اول و مجموع مؤلفه های دوم مضرب ۵ می شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۲

$$\begin{aligned}
 & \xrightarrow{\div 7} 9x + 11y = 39 \Rightarrow 9x \equiv 39 \pmod{11} \Rightarrow -2x \equiv 28 \pmod{11} \xrightarrow[\substack{\div 2 \\ (11,2)=1}]{\div 2} -x \equiv 14 \pmod{11} \\
 & \Rightarrow x \equiv -14 \pmod{11} \Rightarrow x \equiv 8 \pmod{11} \Rightarrow x = 11k + 8 \xrightarrow{k=9} x = 107 \Rightarrow 1 + 0 + 7 = 8
 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳ برابر $\overline{a \cdot a}$ باید سهرقمی باشد، پس: ۳۳



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مرتبهٔ گراف برابر ۱۸ است. برای داشتن بیشترین تعداد یال، رأس‌های از درجهٔ Δ و برای داشتن کمترین تعداد یال، رأس‌های از درجهٔ δ را ماکزیمم می‌کنیم. چون تعداد رأس‌های فرد گراف همواره عددی زوج است، بنابراین داریم: ۳۴

$$\begin{aligned}
 & \text{حالت ماکزیمم: } 8, 8, \dots, 8, 7, 3 \Rightarrow 2q_{\max} = 16 \times 8 + 7 + 3 = 138 \Rightarrow q_{\max} = 69 \\
 & \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{۱۶ رأس}} \\
 & \text{حالت مینیمم: } 8, 4, 3, 3, \dots, 3 \Rightarrow 2q_{\min} = 8 + 4 + 16 \times 3 = 60 \Rightarrow q_{\min} = 30 \\
 & \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{۱۶ رأس}}
 \end{aligned}$$

$$q_{\max} - q_{\min} = 69 - 30 = 39$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا بزرگ‌ترین عدد در میان گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم. اگر $m = 42$ باشد، آنگاه مجموعهٔ $\{12, 13, 14, \dots, 42\}$ را می‌توان به صورت زیر افراز کرد: ۳۵

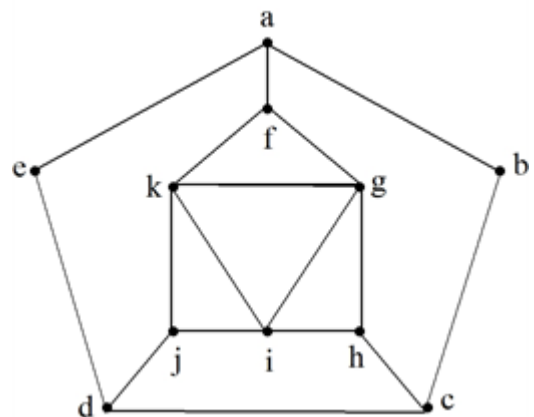
$$\underbrace{\{12, 35\}, \{13, 34\}, \dots, \{23, 24\}, \{36\}}_{\text{۱۲ بسته که مجموع ۴۷ دارند}} \underbrace{\{37\}, \dots, \{42\}}_{\text{۷ زیرمجموعه}}$$

یعنی مجموعهٔ داده شده به ۱۲ زیرمجموعهٔ دو عضوی و ۷ زیرمجموعهٔ یک عضوی تقسیم می‌شود. طبق اصل لانه کبوتری اگر زیرمجموعه‌ای شامل ۲۰ عضو از این مجموعه انتخاب کنیم، حداقل دو عضو از میان آنها به یکی از زیرمجموعه‌های این افراز تعلق داشته و مجموع آنها برابر ۴۷ خواهد بود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مرتبهٔ گراف G ، برابر $n = 11$ و ماکزیمم درجه در این گراف، برابر $\Delta = 4$ است، بنابراین داریم: ۳۶

$$\sigma(G) \geq \left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{11}{5} \right\rfloor = 3$$

از طرفی مجموعهٔ $A = \{a, i, c\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر برای این گراف است، پس $\sigma(G) = 3$.



$$17x + 18y = 987 \Rightarrow 18y \equiv 987 \Rightarrow y \equiv 1 \Rightarrow y = 17k + 1$$

$$17x + 18(17k + 1) = 987 \Rightarrow 17x = -18 \times 17k + 969 \Rightarrow x = -18k + 57$$

$$\left. \begin{aligned} x > 0 &\Rightarrow -18k + 57 > 0 \Rightarrow k < \frac{57}{18} \\ y > 0 &\Rightarrow 17k + 1 > 0 \Rightarrow k > -\frac{1}{17} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0, 1, 2, 3$$

بنابراین معادله سیاله ۴ دسته جواب در مجموعه اعداد طبیعی دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا باقی مانده تقسیم عبارت داده شده را بر ۷ و ۸ به دست می‌آوریم:

$$24 \equiv 3, 21 \equiv 0$$

$$3^3 \equiv 27 \equiv -1 \xrightarrow{\text{به توان ۷}} 3^{21} \equiv -1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^{23} \equiv -9 \equiv 5$$

$$\Rightarrow 24^{23} - 21^{23} \equiv 5 \xrightarrow{\times 9} (24^{23} - 21^{23}) \times 9 \equiv 45 \equiv 3$$

$$24 \equiv 0, 21 \equiv 5$$

$$5^2 \equiv 1 \xrightarrow{\text{به توان ۱۱}} 5^{22} \equiv 1 \xrightarrow{\times 5} 5^{23} \equiv 5 \Rightarrow 24^{23} - 21^{23} \equiv -5 \equiv 3$$

$$\xrightarrow{\times 9} (24^{23} - 21^{23}) \times 9 \equiv 27 \equiv 3$$

$$\left. \begin{aligned} (24^{23} - 21^{23}) \times 9 &\equiv 3 \\ (24^{23} - 21^{23}) \times 9 &\equiv 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (24^{23} - 21^{23}) \times 9 \equiv 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو نفر موردنظر را به صورت یک بسته در نظر می‌گیریم که این دو نفر درون بسته می‌توانند جای خود را با یکدیگر عوض کنند.

$$\begin{array}{c} 2 \times 1 \\ \text{---} \\ 4 \times 3 \times 2 \times 1 \end{array}$$

تعداد جایگشت‌ها برابر است با: $4! \times 2! = 48$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کافی است زوج‌هایی که مجموع ۲۴ دارد را تعیین کنیم و در پخش‌ترین حالت انتخاب کنیم:

$$\underbrace{\{1, 23\}, \{2, 22\}, \dots, \{11, 13\}}_{11}; A = \underbrace{\{12, 24, 25, \dots, 38\}}_{15}, \underbrace{\{0, 0, \dots, 0\}}_{11}$$

از هر بسته یکی برداشته ایم

$$\Rightarrow 1 + 15 + 11 + 1 = 28$$

۱ برداشتن عضو ۲۸ به خواسته مسئله می‌رسیم

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم وجود $\sqrt[n]{x_i}$ هیچ تأثیری در شرایط ندارد و آن را t_i در نظر می‌گیریم و فقط کافی

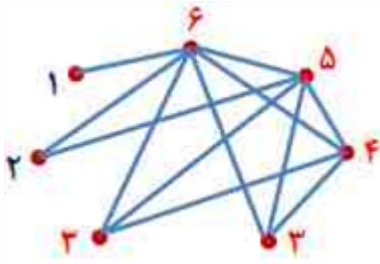
$$x_1 + 2x_2 + t_3 + x_4 = 4$$

است x_2 را عددگذاری کنیم:

$$\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} x_2 = 0 &: x_1 + t_3 + x_4 = 4 \rightarrow \binom{4}{2} = 15 \\ x_2 = 1 &: x_1 + t_3 + x_4 = 2 \rightarrow \binom{2}{2} = 1 \\ x_2 = 2 &: x_1 + t_3 + x_4 = 0 \rightarrow \binom{0}{2} = 1 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{+} = 22$$

۴۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. کافی است رسم شکل تابع را انجام دهیم:



$$x = 2, y = 1 \Rightarrow x + y = 2 + 1 = 3$$

۴۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. این گراف ۳-منتظم است. اگر گراف دارای n رأس باشد، درجه هر رأس گراف مکمل برابر $-(n-4)$ است. داریم:

$$nr = 2q_G \xrightarrow{r=2} q_G = \frac{2n}{2}, nr = 2q_{\bar{G}} \xrightarrow{r=n-4} q_{\bar{G}} = \frac{(n-4)n}{2}$$

$$q_{\bar{G}} = 6q_G \Rightarrow \frac{(n-4)n}{2} = 6 \times \frac{2n}{2} \Rightarrow n-4 = 12 \Rightarrow n = 16$$

۴۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$11x + 15y = 209 \Rightarrow 11x \equiv 209 \pmod{15} \xrightarrow{\div 11} x \equiv 19 \pmod{15} \Rightarrow x \equiv 4 \pmod{15} \Rightarrow x = 4 - 15k$$

$$11(4 - 15k) + 15y = 209 \Rightarrow 15y = 165 + 165k \Rightarrow y = 11 + 11k$$

$$x + y = 15 - 4k \xrightarrow{x+y \geq 0} k \leq 3$$

۴۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$a^2 + 1 \equiv 6a - 3 \pmod{10} \Rightarrow a^2 - 6a + 4 \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow a^2 - 6a - 16 \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow (a-8)(a+2) \equiv 0 \pmod{10}$$

$$\Rightarrow (a+2)^2 \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow a+2 \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow a \equiv -2 \pmod{10} \Rightarrow a^2 - a \equiv (-2)^2 - (-2) = 6 \pmod{10}$$

۴۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y \in \mathbb{Z} \rightarrow 2x-1 \mid x+3 \begin{matrix} \times 2 \\ \times -1 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 2x-1 \mid 2x+6 \\ 2x-1 \mid 2x-1 \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} 1 \rightarrow x=1 \rightarrow y=4 \\ -1 \rightarrow x=0 \rightarrow y=-3 \\ 7 \rightarrow x=4 \rightarrow y=1 \\ -7 \rightarrow x=-3 \rightarrow y=0 \end{cases}$$

۴ نقطه

۴۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$ax \equiv b \pmod{m} \xrightarrow{\text{شرط جواب}} (a, m) \mid b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda x \equiv n-1 \pmod{m} \rightarrow (\lambda, m) \mid n-1 \rightarrow d \mid n-1 \\ \lambda x \equiv 2n^2+4 \pmod{m} \rightarrow (\lambda, m) \mid 2n^2+4 \rightarrow d \mid 2n^2+4 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} \times 2n \\ \times -1 \end{matrix}} d \mid -2n-4$$

از طرفی: $d \mid n-1$ ، داریم:

$$\begin{cases} d \mid -2n-4 \\ d \mid n-1 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} \times 1 \\ \times 2 \end{matrix}} d \mid -6 \xrightarrow{\text{زوج: } d} d = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۸

$$\binom{8}{5} + \binom{2}{1} \binom{8}{4} = 56 + 2 \times 70 = 196$$

$\uparrow$ غذا همزمان نباشد
 $\uparrow$ یکی از غذا باشد

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مجموعه همسایگی بسته هر رأس شامل خود آن رأس و همسایه‌هایش است. پس به جز خودش هر رأس با ۳ رأس دیگر مجاور است و گرافی ۳-منتظم داریم. ۴۹

$$kp = 2q \Rightarrow 3 \times 6 = 2q \Rightarrow q = 9$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۲ ماه داریم یعنی ۱۲ لانه پس طبق اصل لانه کبوتر در هر لانه بیش از $\left\lceil \frac{65}{12} \right\rceil$ عضو داریم یعنی بیش از ۵ عضو داریم یعنی حداقل ۶ عضو. ۵۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\sqrt{x_r} = t_r$ باشد به‌ازای هر مقدار حسابی x_r, t_r موجود است. پس:
 $x_1 + t_r + x_r + x_r = 4 \xrightarrow{\text{تعداد جواب حسابی}} \binom{k+n-1}{n-1} = \binom{4+4-1}{4-1} = \binom{7}{3} = 35$ ۵۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گراف را رسم می‌کنیم. ۵۲



در شکل واضح است که گراف مقابل ۲ دور به طول ۳ خواهد داشت!

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم تعداد اعضای همسایه‌های باز همان درجه رؤس است پس درجه رؤس گراف ۵۳

$$r.p = 2q \xrightarrow{r=2} 2p = 2q$$

همگی ۲ می‌باشد یعنی ۲-منتظم پس: می‌دانیم:

$$q(G) + q(\overline{G}) = q_{kp} \xrightarrow[p=q]{q(\overline{G})=2q_G} 4q = \frac{q(q-1)}{2} \Rightarrow q-1=8 \Rightarrow q=9 \Rightarrow p=9$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر k برابر ۸ باشد، گرافی کامل خواهیم داشت که غیرقابل قبول است و چون می‌دانیم k عددی فرد نمی‌تواند باشد، پس $k=6$ بیشترین مقدار قابل قبول برای k است. نکته: گراف فرد - منتظم مرتبه فرد نداریم. ۵۴



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵۵

$$15x + 21y = 9 \xrightarrow{\div 3} 5x + 7y = 3 \xrightarrow{\text{بیمانه ۵}} 5x + 7y = 3$$

$$2y \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow y \equiv 4 \pmod{5} : y = 5k + 4 < 1000 \rightarrow k < \frac{996}{5} = 199.2 \rightarrow k_{\max} = 199$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} 5x + 7(5k + 4) = 3 : x = -7k - 5 \xrightarrow{k=199} x = 7 \times (-199) - 5 = -1398$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه}} -x = 1398$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم رقم یکان از ۵ به بعد برابر صفر است. پس داریم:

$$(1! + 3! + 5! + \dots)(2! + 4! + \dots) \equiv (1 + 6)(2 + 4) \equiv 7 \times 6 \equiv 42 \equiv 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۷

توجه: $ax \equiv b \xrightarrow{\text{شرط وجود جواب}} (a, m) | b$

$$\begin{aligned} ax \equiv n^2 + 3n \pmod{5} &\xrightarrow{\text{شرط وجود جواب}} (a, 5) | n^2 + 3n \xrightarrow{\times 2} d | 5n \xrightarrow{\times 2} d | -5 \\ ax \equiv 2n + 1 \pmod{5} &\xrightarrow{\text{شرط وجود جواب}} (a, 5) | 2n + 1 \xrightarrow{\times -n} d | 2n + 1 \xrightarrow{\times -5} d | -5 \end{aligned}$$

$$d = \begin{cases} 1 \\ 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a, 5) = 1 \\ \text{یا} \\ (a, 5) = 5 \rightarrow a = 5k \end{cases}$$

$$a = 5k \rightarrow \begin{cases} ax \equiv n^2 + 3n \pmod{5} : n^2 + 3n \equiv 0 \rightarrow \begin{cases} n \equiv 0 \pmod{5} \text{ ①} \\ \text{یا} \\ n + 3 \equiv 0 \pmod{5} \end{cases} \\ ax \equiv 2n + 1 \pmod{5} \rightarrow 2n + 1 \equiv 0 : 2n \equiv -1 \equiv 4 \xrightarrow{\div 2} n \equiv -2 \pmod{5} \text{ ②} \end{cases}$$

① و ② اشتراکی ندارند، پس $(a, 5) = 5$ غ ق است.

$$\Rightarrow (a, 5) = 1 \Rightarrow d = 1 \Rightarrow 3d = 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از اصل متمم بهره می‌گیریم: ۵۸

$$2520 = 3! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 6! : \text{کل حالات}$$

$$2! \rightarrow x = \text{نفر را یک بسته بگیریم} \rightarrow \text{غ ق}$$

$$720 = 3! \cdot 360 \Rightarrow 3! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 6! = 360 \xrightarrow{\text{روی صندلی ۴}} x = 6, \text{ نفر دیگر}$$

$$1800 = 2520 - 720 = \text{غ ق ق} - \text{کل} = \text{جواب نهایی}$$



فرد: $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

$$\begin{array}{ccccccc} & & \text{فرد} & & & & \\ & & \text{-----} & & & & \\ & & \text{4} & \text{5} & \text{4} & \text{4} & \text{3} = 960 \\ & \downarrow & & & \downarrow & & \\ & \text{صفر نباشد} & & & \text{می تواند} & & \\ & & & & \text{صفر باشد} & & \end{array}$$

$$\Rightarrow 55443 = 1200$$

$$960 + 1200 = 2160$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 7\}$ دارای $2^7 = 128$ زیرمجموعه است که ۲ به ۲ متمم یکدیگرند یعنی اشتراک آن ها تهی است. یعنی این زیرمجموعه ها را نمی توان به 64 گروه ۲ تایی تقسیم کرده (لانه کبوتر) حال اگر 65 کبوتر انتخاب کنیم آن گاه حداقل ۲ مجموعه در بین آنها است که تعلق به یک گروه و اشتراک آن ها تهی است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۱

برای یافتن از متمم استفاده می کنیم $\Rightarrow \begin{cases} x + y + z + t = 8 \\ x \leq 5 \end{cases}$ مجموع ارقام اعداد طبیعی کوچکتر از ۶۰۰۰

$$x + y + z + t = 8 \Rightarrow \text{جواب های صحیح نامنفی} = \binom{11}{3} = 165$$

$$x + y + z + t = 8 \Rightarrow \text{جواب های صحیح نامنفی} = \binom{5}{3} = 10$$

$$165 - 10 = 155$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۲

$$\sum \deg V_i = 2q \Rightarrow 5 + 4 + 4 + 3 + a + b + c = 2 \times 1 / 5 \times (a + b + c)$$

$$\Rightarrow a + b + c = 8 \xrightarrow{\text{راس اینزوله نداریم}} \{5, 2, 1\} \{4, 3, 1\} \{4, 2, 2\} \{3, 3, 2\}$$

$$q = \binom{p}{2}, \delta = \Delta = p - 1 \quad \text{در گراف کامل}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۳

$$q = \Delta^2 - 2\delta \Rightarrow \frac{P(P-1)}{2} = (P-1)^2 - 2(P-1) \Rightarrow \frac{P}{2} = P-1-2 \Rightarrow 2P-6 = P \Rightarrow P=6$$

$$12x + 11y = 759$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۴

$$12x + 11y \equiv 759$$

$$x \equiv \cdot \Rightarrow x = 11k \Rightarrow y = -12k + 69$$

$$x, y \notin N \left\{ \begin{array}{l} x > \cdot \Rightarrow k > \cdot \\ y > \cdot \Rightarrow -12k + 69 > \cdot \Rightarrow k < \frac{69}{12} \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow \text{دسته جواب طبیعی دارد } 5$$

$$a^2 - 1 \equiv 14a + 6 \Rightarrow a^2 - 14a - 7 \equiv \cdot$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۵

$$a^2 + 6a - 7 \equiv \cdot \Rightarrow (a-1)(a+7) \equiv \cdot$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \equiv 1 \Rightarrow a^2 + a \equiv 2 \\ a \equiv -7 \equiv 3 \Rightarrow a^2 + a \equiv 2 \end{cases}$$



$$y = \frac{3x-1}{x+2} \in \mathbb{Z}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۶

$$\text{از طرفی} \begin{cases} x+2 \mid 3x-1 \\ x+2 \mid x+2 \end{cases} \Rightarrow x+2 \mid 7 \Rightarrow x+2 = \pm 1, \pm 7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+2=1 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow y=-4 \\ x+2=-1 \Rightarrow x=-3 \Rightarrow y=10 \\ x+2=7 \Rightarrow x=5 \Rightarrow y=2 \\ x+2=-7 \Rightarrow x=-9 \Rightarrow y=4 \end{cases}$$

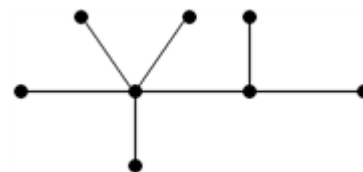
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. سه رأس ۱۴، ۱۵ و ۱۶، تمام رئوس گراف را احاطه می‌کنند، پس مجموعه‌ی {۱۴، ۱۵، ۱۶} یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم برای گراف بوده و عدد احاطه‌گری گراف برابر ۳ است. ۶۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مربع لاتین را مطابق شکل پر می‌کنیم (در هیچ سطر یا ستونی نباید عدد تکراری داشته باشیم). ۶۸

۲	۴	۳	۵	۱
۵	۳	۱	۴	۲
۴	۲	۵	۱	۳
۳	۱	۴	۲	۵
۱	۵	۲	۳	۴

بنابراین $a=4$ و $b=5$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل این درخت فاقد رأس درجه‌ی ۲ است. منظور از درخت، گراف همبند فاقد دور است. ۶۹



تذکر: مبحث درخت در گراف در کتاب نظام جدید ریاضیات گسسته موجود نیست.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۰

$$x_1 + x_2 + x_3 = 9 \rightarrow \text{تعداد جواب های طبیعی} = \binom{9-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

$$x_4 + x_5 = 7 \rightarrow \text{تعداد جواب های طبیعی} = \binom{7-1}{2-1} = \binom{6}{1} = 6$$

بنابراین تعداد کل جواب‌های طبیعی، این دستگاه معادلات برابر است با: $28 \times 6 = 168$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۱

$$\text{از طرفی} : \begin{cases} m! = 1 \times 2 \times \dots \times m \\ 30 = 2 \times 3 \times 5 \Rightarrow \min(m) = 5 \end{cases}$$

$$5^3 \equiv 1 \xrightarrow{110} 5^{330} \equiv 1 \xrightarrow{\times 5^2} 5^{332} \equiv 25$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر خارج قسمت و باقی مانده را به ترتیب با q و r نمایش دهیم، داریم:

$$a = 13q + r, 0 \leq r < 13$$

$$q + r = 17 \Rightarrow q = 17 - r$$

$$a = 13q + r = 13(17 - r) + r = 221 - 12r \Rightarrow a - 8 = 213 - 12r = 192 - 12r + 21 \\ = 12(16 - r) + 21$$

با توجه به فرض، $0 \leq r \leq 12$ بوده یعنی فضای نمونه شامل ۱۳ عدد است. برای این که باقی مانده‌ی تقسیم $a - 8$ بر عدد ۳۶، برابر ۲۱ باشد، لازم است $r - 16$ مضرب ۳ شود که در این صورت مقادیر ۱، ۴، ۷ و ۱۰ برای r قابل قبول است، یعنی پیشامد تصادفی دارای ۴ عضو است، پس احتمال موردنظر برابر $\frac{4}{13}$ می‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عددی مضرب ۸۸ است که مضرب ۸ و ۱۱ باشد، بنابراین داریم:

$$\overline{abaaba} \stackrel{\wedge}{=} \overline{aba} \stackrel{\wedge}{=} a + 10b + 100a \stackrel{\wedge}{=} 101a + 10b \stackrel{\wedge}{=} 5a + 2b \stackrel{\wedge}{=} .$$

$$\overline{abaaba} \stackrel{11}{=} a - b + a - a + b - a \stackrel{11}{=} .$$

عدد موردنظر همواره بر ۱۱ بخش‌پذیر است، پس کافی است ارقام a و b را به گونه‌ای تعیین کنیم که در شرط بخش‌پذیری بر ۸ صدق کنند.

و با توجه به شرط $\overbrace{5a + 2b}^{\wedge}$ قطعاً a زوج و همچنین غیرصفر است، بنابراین داریم:

$$a = 2 \Rightarrow 2b + 10 \stackrel{\wedge}{=} . \Rightarrow 2b \stackrel{\wedge}{=} -10 \stackrel{\wedge}{=} 6 \Rightarrow b \stackrel{\wedge}{=} 3 \Rightarrow b = 3, 7$$

$$a = 4 \Rightarrow 2b + 20 \stackrel{\wedge}{=} . \Rightarrow 2b \stackrel{\wedge}{=} -20 \stackrel{\wedge}{=} 4 \Rightarrow b \stackrel{\wedge}{=} 2 \Rightarrow b = 2, 6$$

$$a = 6 \Rightarrow 2b + 30 \stackrel{\wedge}{=} . \Rightarrow 2b \stackrel{\wedge}{=} -30 \stackrel{\wedge}{=} 2 \Rightarrow b \stackrel{\wedge}{=} 1 \Rightarrow b = 1, 5, 9$$

$$a = 8 \Rightarrow 2b + 40 \stackrel{\wedge}{=} . \Rightarrow 2b \stackrel{\wedge}{=} -40 \stackrel{\wedge}{=} . \Rightarrow b \stackrel{\wedge}{=} . \Rightarrow b = ., 4, 8$$

بنابراین ۱۰ عدد با مشخصات موردنظر به صورت زیر وجود دارد:

۸۸۸۸۸۸ و ۸۴۸۸۴۸، ۸۰۸۸۰۸، ۶۹۶۹۶۹، ۶۵۶۵۶۵، ۶۱۶۱۶۱، ۴۶۴۴۴۴، ۴۲۴۲۴۲، ۲۷۲۷۲۷، ۲۳۲۳۲۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد صحیح $P_1^{\alpha_1} P_2^{\alpha_2} \dots P_k^{\alpha_k}$ برابر $(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots (\alpha_k + 1)$ است، بنابراین داریم:

$$x = 6^m \times 10^n = (2 \times 3)^m \times (2 \times 5)^n = 2^{m+n} \times 3^m \times 5^n$$

$$x \text{ های } = (m + n + 1)(m + 1)(n + 1)$$

$$\Rightarrow 15x = 3 \times 5 \times 2^{m+n} \times 3^m \times 5^n = 2^{m+n} \times 3^{m+1} \times 5^{n+1}$$

$$15x \text{ های } = (m + n + 1)(m + 2)(n + 2)$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$(m + n + 1)(m + 2)(n + 2) - (m + n + 1)(m + 1)(n + 1) = 35$$

$$\Rightarrow (m + n + 1)[(m + 2)(n + 2) - (m + 1)(n + 1)] = 35$$

$$\Rightarrow (m + n + 1)(m + n + 3) = 5 \times 7 \Rightarrow m + n = 4$$

$$x \text{ بزرگ‌ترین مقدار } : \begin{cases} m = 4 \\ n = 0 \end{cases} \Rightarrow \max(x) = 10^4 = 10000$$

$$x \text{ کوچک‌ترین مقدار } : \begin{cases} m = 0 \\ n = 4 \end{cases} \Rightarrow \min(x) = 6^4 = 1296$$

$$\text{اختلاف دو عدد} = 10000 - 1296 = 8704$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۵

$$n = aq = 3^r \times q \xrightarrow[q=3^1 \times k^r]{\text{باید}} n = 3^r k^r$$

$$\Rightarrow 100 \leq 3^r k^r < 1000 \xrightarrow{\text{فرجه ۳}} \frac{10}{\sqrt[3]{10}} \leq 3k < 10 \sqrt[3]{10} \Rightarrow \frac{10}{3} \leq 3k < 10 \times 2 \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 4 \frac{2}{3} \leq 3k < 21 \Rightarrow 1 \frac{5}{8} \leq k < 7$$

بنابراین تنها مقادیر ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ برای k قابل قبول است، یعنی ۵ عدد با این مشخصات وجود دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اعضای مجموعه را می‌توان به صورت زیر مشخص کرد: ۷۶

$$\underbrace{100001}_{\text{عضو ۱}}, \dots, \underbrace{100085}_{\text{عضو ۸۵}}, \underbrace{100101}_{\text{عضو ۸۶}}, \dots, \underbrace{100185}_{\text{عضو ۱۷۰}}, \underbrace{100201}_{\text{عضو ۱۷۱}}, \dots$$

عدد ۱۰۰۰۰ را می‌توان به صورت $55 + 85 \times 117$ نوشت، بنابراین ده هزارمین عضو مجموعه به صورت ۱۱۱۷۵۵ نوشته می‌شود و سن این فرد برابر ۵۵ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۷

$$k \binom{n}{k} = k \times \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{k \times n!}{k(k-1)!(n-k)!} = \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!}$$

$$= n \times \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} = n \binom{n-1}{k-1} \Rightarrow \sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} = \sum_{k=1}^n n \binom{n-1}{k-1} = n \sum_{k=1}^n \binom{n-1}{k-1}$$

$$= n \times \left[\binom{n-1}{0} + \binom{n-1}{1} + \dots + \binom{n-1}{n-1} \right] = n \times 2^{n-1}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۸

گزینه‌ی ۱: مجموعه‌ی $\{b, h\}$ قادر به احاطه‌ی رأس g نیست.

گزینه‌ی ۳: مجموعه‌ی $\{a, c, h\}$ قادر به احاطه‌ی رئوس e و g نیست.

گزینه‌ی ۴: مجموعه‌ی موردنظر تمام رئوس را احاطه می‌کند و با حذف هرکدام از اعضای آن احاطه‌گری از بین می‌رود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مربع لاتین را مطابق شکل کامل می‌کنیم: ۷۹

۲	۴	۳	۵	۱
۵	۳	۱	۴	۲
۴	۲	۵	۱	۳
۳	۱	۴	۲	۵
۱	۵	۲	۳	۴

همان‌طور که مشاهده می‌شود $a = 4$ و $b = 1$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق شکل کوچک‌ترین اندازه‌ی گراف ساده‌ی هم‌بندی از مرتبه‌ی ۷ که در آن $\Delta = 3$ باشد، ۸۰



برابر ۶ است.



۸۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای این که معادله دارای جواب های صحیح و نامنفی باشد، x_4 باید یکی از مقسوم علیه های مثبت عدد ۱۰ باشد که در نتیجه داریم:

$$x_4 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 10 \Rightarrow \text{تعداد جواب ها} = \binom{12}{2} = 66$$

$$x_4 = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 5 \Rightarrow \text{تعداد جواب ها} = \binom{7}{2} = 21$$

$$x_4 = 5 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 2 \Rightarrow \text{تعداد جواب ها} = \binom{4}{2} = 6$$

$$x_4 = 10 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 1 \Rightarrow \text{تعداد جواب ها} = \binom{3}{2} = 3$$

$$\text{تعداد کل جواب ها} = 66 + 21 + 6 + 3 = 96$$

۸۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کوچک ترین عدد به صورت $n!$ که مضرب 36 باشد، عدد $6!$ است، پس داریم:

$$10 - m = 6 \Rightarrow m = 4$$

بنابراین باید باقی مانده ی تقسیم 4^{123} را بر ۱۵ به دست آوریم:

$$4^2 \equiv 1 \xrightarrow{\text{به توان ۶۱}} 4^{122} \equiv 1 \xrightarrow{\times 4} 4^{123} \equiv 4$$

۸۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a = 11q + r, 0 \leq r < 11$$

$$q = r + 3 \Rightarrow a = 11(r + 3) + r = 12r + 33 \Rightarrow a - 9 = 12r + 24 = 12(r + 2)$$

$$0 \leq r < b \Rightarrow 0 \leq r < 11$$

بنابراین برای ۲ یازده مقدار ۰ تا ۱۰ قابل قبول است. به ازای مقادیر زوج r ، $r + 2$ نیز زوج بوده و عدد $a - 9$ بر ۲۴

بخش پذیر است، یعنی اعضای فضای نمونه شامل مقادیر ۰، ۲، ۴، ۶، ۸ و ۱۰ هستند و در نتیجه احتمال مورد نظر برابر $\frac{6}{11}$ است.

۸۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عدد $\overline{aba}$ بر ۱۲ بخش پذیر است، پس باید بر ۳ و ۴ بخش پذیر باشد. a حتماً رقمی زوج و غیر صفر است.

$$\text{توجه: } 0 \leq a, b \leq 9$$

$$\begin{cases} \overline{aba} \equiv 0 \rightarrow \cancel{a} + b \equiv 0 : a \equiv b \\ \overline{aba} \equiv 0 \rightarrow \overline{ba} \equiv 0 \rightarrow 2b + a \equiv 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{عدد گذاری}} \begin{cases} a_{\min} = 2 \rightarrow b = 5 \\ a_{\max} = 8 \rightarrow b = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Min: } 252 \\ \text{Max: } 888 \end{cases} \Rightarrow \text{میانگین} = 570$$



نکته: اگر عدد A به صورت عامل‌های اول $P_1^{\alpha_1} P_2^{\alpha_2} \dots P_k^{\alpha_k}$ تجزیه شود، تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت آن از رابطه‌ی

$$(1 + \alpha_1)(1 + \alpha_2) \dots (1 + \alpha_k)$$

به دست می‌آید. بنابراین داریم:

$$x = (m+1)(n+1) = \text{تعداد مقسوم‌علیه‌های } x$$

$$\frac{x}{40} = \frac{2^m \times 5^n}{2^3 \times 5} = 2^{m-3} \times 5^{n-1} \Rightarrow \frac{x}{40} = \text{تعداد مقسوم علیه های } (m-2)(n)$$

$$(m+1)(n+1) - (m-2)n = 12 \Rightarrow mn + m + n + 1 - mn + 2n = 12 \Rightarrow m + 3n = 11$$

$$\begin{cases} m-3 \geq 0 \Rightarrow m \geq 3 \\ n-1 \geq 0 \Rightarrow n \geq 1 \end{cases} \quad \text{از طرفی داریم:}$$

برای کوچک بودن عدد x ، باید توان عدد ۵ تا حد امکان کوچک باشد که کمترین مقدار آن برابر ۱ است، پس $n = 1$ و

$$m = 8 \text{ بوده و در نتیجه داریم: } \min(x) = 2^8 \times 5 = 1280$$

تذکر: این سؤال مربوط به کاربردهای قضیه‌ی بنیادی حساب است.

$$n = 18q = 3^2 \times 2^1 \times q \xrightarrow{q=2^1 \times k^2} n = 3^2 \times 2^2 \times k^2 \rightarrow 1.2 \leq 3^2 \times 2^2 \times k^2 < 1.5$$

$$\xrightarrow{\text{رقمی } 5.0} 1.2 \leq n < 1.5$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} 1.0 \leq 3 \times 2 \times k < 3.16 \xrightarrow{\div 6} 16/\dots \leq k < 52/\dots \rightarrow k = \begin{cases} 17 \\ 18 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 52 \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اولین داده به صورت ۱۰۷۰۱ است و مطابق تعریف ارائه شده داریم:

$$\frac{10701}{100} \text{ عضو } 100, \dots, \frac{10712}{97} \text{ عضو } 97, \dots, \frac{10801}{25} \text{ عضو } 25, \dots, \frac{10901}{12} \text{ عضو } 12, \dots, \frac{10712}{12} \text{ عضو } 12, \dots, \frac{10701}{12} \text{ عضو } 12$$

در واقع $100 = 8 \times 12 + 4$ است، پس ۸ گروه سنی (۷ تا ۱۴ سال) قبل از رسیدن به عضو صدم مجموعه به پایان رسیده و از عضو نود و هفتم گروه سنی ۱۵ سال آغاز می‌گردد که صدمین عضو مجموعه نیز به این گروه تعلق دارد.

$$20! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 20$$

$$= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \times (2 \times 7) \times (3 \times 5)$$

$$\times 2^4 \times 17 \times (2 \times 3^2) \times 19 \times (2^2 \times 5) = 2^{18} \times 3^8 \times 5^4 \times 7^2 \times 11^1 \times 13^1 \times 17^1 \times 19^1$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i = 18 + 8 + 4 + 2 + 4 \times 1 = 36$$

روش دوم: تعداد عوامل عدد اول p در $n!$ برابر است با $\left[\frac{n}{p} \right] + \left[\frac{n}{p^2} \right] + \dots$ پس کافی است عوامل عدد اول ۲ تا ۱۹ در $20!$

را تعیین کنیم. به طور مثال تعداد عوامل اول ۲ برابر است با:

$$\left[\frac{20}{2} \right] + \left[\frac{20}{4} \right] + \left[\frac{20}{8} \right] + \left[\frac{20}{16} \right] = 10 + 5 + 2 + 1 = 18 = a_1$$



$$p = \text{فرد} \xrightarrow{\text{منتظم}} \begin{cases} r = \text{زوج} \\ 0 \leq r \leq 4 \end{cases} \Rightarrow r_{\text{Max}} = 4 \Rightarrow 5^4 = \text{منتظم مرتبه } 5^4 = K_0$$

$$\binom{p}{m} \times \frac{(m-1)!}{2} : K_p \text{ در } m \text{ طول}$$

$$\xrightarrow{K_0} \text{دور به طول } 4 \rightarrow \binom{5}{4} \times \frac{3!}{2} = 5 \times 3 = 15$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا رئوسی را می‌یابیم که احاطه‌گر باشند و سپس تعداد مجموعه‌های متمایز احاطه‌گر مینیمال را شمار می‌کنیم:

سه مجموعه $\{a, d\}, \{g, e\}, \{m, p\}$ را در نظر می‌گیریم، از هر مجموعه یک عضو انتخاب کرده به کمک اصل ضرب جواب یافت می‌شود:

$$\binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. رأس f را کنار می‌گذاریم. اگر یال ed را اضافه کنیم، گراف کامل مرتبه ۵ ساخته می‌شود.

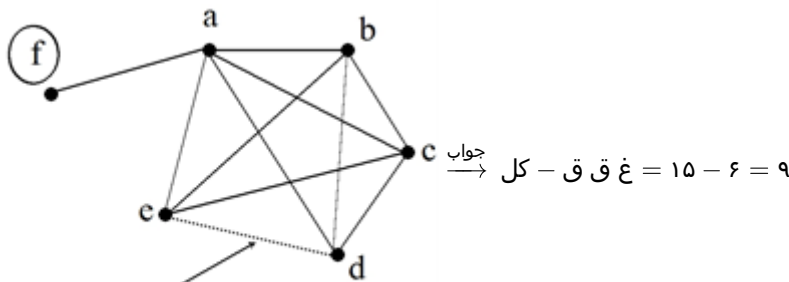
تعداد دورها در گراف کامل مرتبه ۵ به طول ۴ برابر است با:

$$\binom{5}{4} \times \frac{3!}{2} = 15$$

حال دورهای به طول ۴ که یال ed را دارد حذف می‌کنیم:

دور به طول ۴ شامل ed: $\underline{e} \quad \underline{d} \quad \underline{c} \quad \underline{b} \quad \underline{e} = 6$

رئوس a و b و c و d یال ed



اگر ed باشد گراف کامل است

$$\xrightarrow{\text{جواب}} 15 - 6 = 9 \text{ غ ق ق - کل}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به ارزش مکانی و بسط اعداد داده شده می‌توان به جواب رسید:

$$\overline{aa} = a + 10a = 11a \xrightarrow{\times 5} m = \overline{aa} = 55a$$

$$m = 5\overline{aa} = 55a \Rightarrow \overline{(5aa)aa} = \overline{(55a)aa} = 100(55a) + 10a + a = 5511a$$

$$= 1837 \times 3a \equiv 0 \pmod{1837}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۳

$$105 = 5 \times 21 = 5 \times 3 \times 7 = \overbrace{(2^4 - 1)}^{(2^2 + 1)(2^2 - 1)(2^3 - 1)}$$

$$a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + a^{n-2} + \dots + a + 1) = (a - 1)q$$

$$2^{rk} - 1 = (2^r)^k - 1 = (2^r - 1) \times q$$

n باید مضرب ۴ باشد که بتوانیم بنویسیم:

$$2^{rk'} - 1 = (2^r)^{k'} - 1 = (2^r - 1) \times q'$$

و n مضرب ۳ باشد که بتوانیم بنویسیم:

$$\left[\frac{99}{12} \right] - \left[\frac{9}{12} \right] = 8 \text{ تعداد } 2 \text{ رقمی}$$

پس n هم مضرب ۴ و هم مضرب ۳ پس مضرب ۱۲ است:

۹۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به مفهوم ب. ب. م می‌توان جواب را یافت:

$$(3n^2 - 2n + 6, 3n + 5) = d, d \in \mathbb{N} - \{1\}$$

$$\begin{cases} d | 3n^2 - 2n + 5 \\ d | (3n + 5)n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d | 3n^2 - 2n + 5 \\ d | 3n^2 + 5n \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} \begin{cases} d | 7n - 6 \\ d | 3n + 5 \end{cases} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} \times 3 \\ \times (-7) \end{smallmatrix}} \begin{cases} d | 21n - 18 \\ d | -21n - 35 \end{cases} \xrightarrow{d \neq 1} d | -53 \xrightarrow{d \neq 1} d = 53$$

۹۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$m = \text{۳ رقمی} \Rightarrow 100 \leq m < 1000 \Rightarrow 100 \leq 29b + 17 < 1000 \Rightarrow 2/8 \leq b < 33/8$$

$$\begin{cases} m = b \times 29 + 17, 0 \leq 17 < b \\ m = 5k \Rightarrow m \equiv 0 \Rightarrow \cancel{29}b + \cancel{17} \equiv 0 \Rightarrow b \equiv 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} b = 22, 27, 32 \quad (\text{جواب ۲})$$

۹۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در بدترین حالت ابتدا ۱ و تمام اعداد اول شامل ۲ و ۳ و ۵ و ۷ و ۱۱ و ۱۳ و ۱۷ و ۱۹ و ۲۳ و ۲۹ را برمی‌داریم. یعنی ۱۱ عدد برداشته‌ایم که دو به دو نسبت به هم اول هستند. حال اگر عدد دوازدهم را برداریم، مرکب است و با یکی از اعداد اول ب.م.م. غیر از ۱ دارد.

۹۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = k \xrightarrow{\text{تعداد جواب حسابی}} \binom{k+n-1}{n-1} \quad \text{می‌دانیم:}$$

$$x + y + z + t = 11 \xrightarrow{\text{کل جواب حسابی}} \binom{14}{3} = \frac{14 \times 13 \times 12}{6} = 364 \xrightarrow{\text{جواب}} 364 - 84 = 280$$

$$x \geq 5 \Rightarrow x' + y + z + t = 6 \xrightarrow{\text{حسابی}} \binom{9}{3} = 84$$

۹۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$q = 4 \xrightarrow{P_n} n = q + 1 = 4 + 1 = 5$$

۹۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

	A	B	C
روز اول	۲ حالت	۲ حالت	۱ حالت
روز دوم			
روز سوم			

$2 \times 2 \times 1 = 4$
 اگر روز اول مبنا قرار دهیم $A \leftarrow 2$ حالت
 $B, C \leftarrow 1 \times 2$ حالت

۱۰۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گراف‌های ۷- منظمی که می‌توان با ۷ رأس کشید باید k زوج باشد زیرا $vk = 2q$
 پس: $k = 0$ که غیرقابل قبول است زیرا در سوال گرفته شده غیرتهی:
 $k = 2$

$$k = 4$$

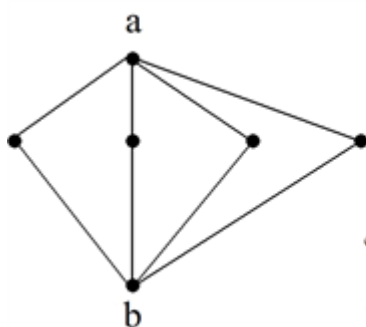
$k = 6$ که این‌هم غیرقابل قبول است زیرا گراف کامل می‌شود که سوال گفته غیرکامل پس دو مقدار ۲ و ۴ قابل قبول هستند.

۱۰۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا این مجموعه اصلاً احاطه‌گر نیست. هیچ‌کدام به d وصل نیستند.

۱۰۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همه دورهای این گراف دور به طول ۴ هستند.



$$\Rightarrow \binom{4}{2} = 6$$

کلاً ۶ دور داریم.

هر دو راس که از وسط برداریم،
با a و b دور ۴ خواهیم داشت.

۱۰۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\overline{aabb} = 100a + 10a + 1b + b = 110a + 11b = 11(10a + b) = 11(\overline{a \cdot b})$$

$$\overline{cc^r} = (10c + c)^r = (11c)^r = 121c^r$$

$$11(\overline{a \cdot b}) = 121c^r \Rightarrow (\overline{a \cdot b}) = 11c^r \xrightarrow{\text{عددگذاری}} c = 8 \Rightarrow \overline{a \cdot b} = 11 \times 8^r = 11 \times 64 = 704$$

$$\Rightarrow a - b = 7 - 4 = 3$$

۱۰۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$217 = 7 \times 31 = (3^3 - 1)(3^0 - 1)$$

$$2^n - 1 = \begin{cases} 2^{3k} - 1 = (2^3 - 1)(\dots) \\ 2^{5k} - 1 = (2^5 - 1)(\dots) \end{cases} \Rightarrow n \text{ باید مضرب و باشد } 53$$

$$\xrightarrow{\text{دورقمی مضرب ۱۵}} \left[\frac{99}{15} \right] - \left[\frac{9}{15} \right] = 6$$

۱۰۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$[a, b] = 60(a, b), \quad a + b = 136 = 17 \times 8$$

ب.م.م دو عدد را d می‌گیریم. پس دو عدد به صورت $a = md, b = nd$ بوده است که $(m, n) = 1$ پس ک.م.م آنها به

$$[a, b] = [md, nd] = mnd \text{ صورت:}$$

$$mnd = 60d \Rightarrow mn = 60$$

داریم:

$$a + b = 136 \Rightarrow (m + n)d = 17 \times 8$$

به دنبال دو عدد نسبت به هم اول m, n هستیم. داریم:

$$\begin{aligned} m &= 12 \\ n &= 5 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} a &= 12 \times 8 = 96 \\ b &= 5 \times 8 = 40 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a - b = 56$$

پس:

۱۰۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a = 430q + q^r \quad q^r < 430^*$$

$$a \equiv 9 \pmod{9} \Rightarrow 430q + q^r \equiv 9 \pmod{9} \Rightarrow -2q + q^r \equiv 9 \pmod{9}$$

$$q(q-2) \equiv 9 \pmod{9} \Rightarrow \begin{cases} q \equiv 9 \pmod{9} \rightarrow q = 9, 18 \\ q \equiv 2 \pmod{9} \rightarrow q = 2, 11, 20 \end{cases}$$

از آنجایی که a مضرب ۹ است داریم:

پس کلاً ۵ عدد پیدا کردیم.

۱۰۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق اصل لانه کبوتر باید تعداد $1 + (2 + 3 + 4)$ کتاب برداریم چون کتاب‌های هنر دوتاست

هر دو را برمی‌داریم و از هر کدام از بقیه موضوعات هم ۳ کتاب برمی‌داریم. این بدترین حالت ممکن است که هیچ ۴

کتابی هم موضوع نیستند. اکنون اگر یک کتاب دیگر برداریم حتماً با یکی از قبلی‌ها تشکیل ۴ کتاب هم موضوع

می‌دهد.



۱۰۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

تعداد جملات یعنی محاسبه کنیم چند جمله به صورت $a^x b^y c^z$ داریم که $x + y + z = 12$.

تعداد = $\binom{12+3-1}{3-1} = \binom{14}{2} = 91$ (در هر بسطی مجموع توانهای هر جمله برابر با توان بسط)

۱۰۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد کل برابر است با:

$$\begin{cases} 9U \ 8U \ 7U \textcircled{0} = 504 \\ 8U \ 8U \ 7U \textcircled{5} = 448 \end{cases} \xrightarrow{+} 952$$

۱۱۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

فرض کنید کلاس‌ها A و B و C و مدرس‌ها a و b و c باشند. یکی از حالت‌های قابل قبول در مربع لاتین آمده است:

اما به چند طریق می‌توان این مربع را پر کرد. c و b و a در سطر اول به ۳! طریق جایگشت دارند. فرض کنید این

جایگشت

a	b	c
---	---	---

 باشد. در این صورت اولین درایهٔ سطر دوم از سمت چپ نمی‌تواند a باشد و دو حالت زیر به

وجود می‌آید:

a	b	c
b		

a	b	c
c		

که هرکدام از این مربع‌ها به صورت منحصر به فرد کامل می‌شوند.

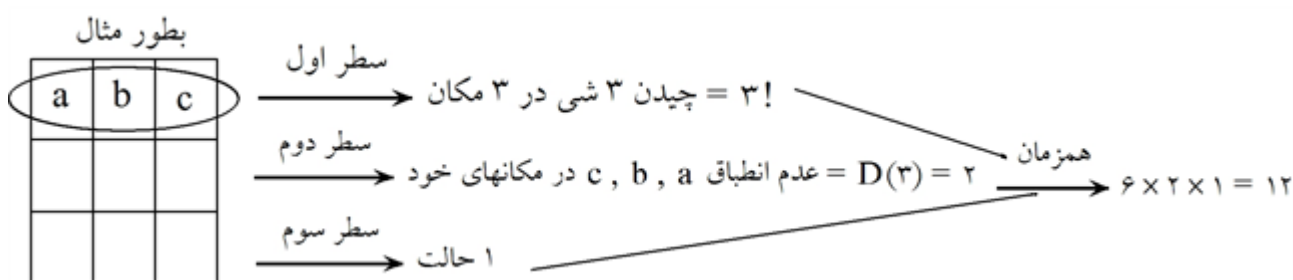
a	b	c
c	b	a
c	a	b

a	b	c
c	b	a
b	a	c

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$6 \times 2 = 12$$

روش دوم:

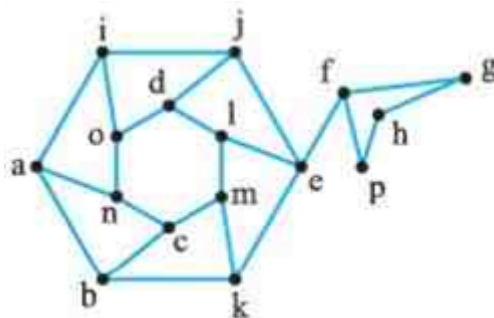


توجه: تعداد حالت عدم انطباق n شی در n جای مربوط به خود برابر است با:

$$D(n) = n! \times \left[1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots + \frac{(-1)^n}{n!} \right]$$

کلاس اول	کلاس دوم	کلاس سوم
a	b	c
c	b	a
b	a	c

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. رأس‌های گراف را نام‌گذاری می‌کنیم.



حالا گزینه‌ها را یکی یکی بررسی می‌کنیم.

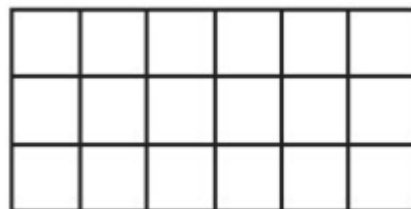
گزینه ۱ مجموعه $\{a, b, c, d, h\}$ یک مجموعه احاطه‌گر نیست، چون در آن رأس e احاطه نمی‌شود. در گزینه‌های ۲ و ۴ مجموعه داده شده احاطه‌گر نیستند، زیرا در هیچ‌کدام از آن‌ها رأس p احاطه نمی‌شود. اما مجموعه داده شده در گزینه ۳ یعنی $\{a, c, e, d, h\}$ یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال است. چون همه رأس‌ها با این ۵ رأس احاطه می‌شوند و با حذف هر کدام از این رأس‌ها، مجموعه باقی‌مانده دیگر احاطه‌گر نیست.

رأس انتخابی	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p
رأسی که آن را پوشش می‌دهد	a	a	c	d	e	e	h	h	a	d	e	d	c	a	d	h

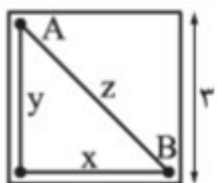
همچنین با حذف هر کدام از رأس‌ها، دیگر خود آن رأس احاطه نمی‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اگر هر ضلع مستطیل را سه واحد سه واحد جدا کنیم به شکل زیر می‌رسیم که شامل ۱۸ مربع 3×3 است:



حالا اگر ۱۹ نقطه داخل این مستطیل انتخاب کنیم، بنا به اصل لانه کبوتر دست‌کم دو نقطه داخل یکی از مستطیل‌ها قرار می‌گیرد و با توجه به قضیه فیثاغورس فاصله آن‌ها کم‌تر از $3\sqrt{2}$ می‌شود:



$$\begin{aligned} x &< 3 \\ y &< 3 \end{aligned} \Rightarrow z < \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

۱۱۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اعداد سه رقمی که دست کم یک رقم ۵ دارند را با A و اعداد سه رقمی که دست کم یک رقم ۲ دارند را با B نشان می دهیم.

می خواهیم $|A \cap B|$ را پیدا کنیم، اما می دانیم:

$$|A \cap B| = |S| - |A'| - |B'| + |A' \cap B'|$$

$$\left. \begin{array}{l} S: 9 \times 10 \times 10 = 900 \\ A': 8 \times 9 \times 9 = 648 \\ B': 8 \times 9 \times 9 = 648 \\ A' \cap B': 7 \times 8 \times 8 = 448 \end{array} \right\} \Rightarrow |A' \cap B'| = 900 - 648 - 648 + 448 = 52$$

۱۱۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد شاخه گل هایی که از گل های نوع اول تا چهارم برمی داریم را به ترتیب x_1 تا x_4 می نامیم. با توجه به این که می خواهیم ۱۵ شاخه گل انتخاب کنیم. بنابراین $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15$ ، اما با توجه به این که می خواهیم از هر نوع گل دست کم ۲ شاخه داشته باشیم، از تغییر متغیر استفاده می کنیم.

$$\begin{aligned} x_1 &= 2 + x_1' \\ x_2 &= 2 + x_2' \\ x_3 &= 2 + x_3' \\ x_4 &= 2 + x_4' \end{aligned} \Rightarrow x_1' + x_2' + x_3' + x_4' = 7$$

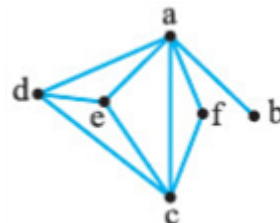
می دانیم تعداد جواب های صحیح نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر است با $\binom{n+k-1}{k-1}$ ،

$$\begin{aligned} k &= 4 \\ n &= 7 \end{aligned} \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{10}{3} = 120$$

بنابراین:

۱۱۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شکل ساده شده گراف به صورت روبه رو است:



تعداد دورهای به طول ۳ در این گراف ۵ تا است: aeda, aeac, adca, decd, afca

۱۱۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$5^2 \equiv 21 \pmod{2} \xrightarrow{\text{به توان ۶}} 5^{18} \equiv 21 \pmod{23} \xrightarrow{\times 5^2} 5^{20} \equiv 575 \equiv 1 \pmod{23}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادله سیاله را به یک معادله هم‌نهشتی تبدیل می‌کنیم.

$$9x + 13y = 725 \Rightarrow 13y \equiv 725 \Rightarrow 4y \equiv 5 \equiv -2 \xrightarrow{\div 4} y \equiv -1 \Rightarrow y = 9k - 1$$

حالا y را در معادله قرار داده و x را پیدا می‌کنیم:

$$9x + 13(9k - 1) = 725 \Rightarrow 9x + 117k - 13 = 725 \Rightarrow 9x = -117k + 738 \Rightarrow x = -13k + 82$$

با توجه به این‌که جواب‌های طبیعی معادله خواسته شده است، پس x و y باید بزرگ‌تر از صفر باشند.

$$x > 0 \Rightarrow -13k + 82 > 0 \Rightarrow 13k < 82 \Rightarrow k < \frac{82}{13} \quad (1) \quad 6/3$$

$$y > 0 \Rightarrow 9k - 1 > 0 \Rightarrow k > \frac{1}{9} \quad (2)$$

$$1, 2, 3, 4, 5, 6$$

با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) مقادیر قابل قبول برای k عبارت‌اند از:

≈

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم سمت راست رابطه عاد کردن را در هر عدد صحیحی می‌توان ضرب کرد. داریم:

$$\begin{array}{l} \alpha \left| \begin{array}{l} 5n + 4 \xrightarrow{\text{سمت راست } 11 \times} 55n + 44 \\ 11n + 3 \xrightarrow{\text{سمت راست } 5 \times} 55n + 15 \end{array} \right. \xrightarrow{(-)} \alpha \left| \begin{array}{l} 55n + 44 \\ 55n + 15 \end{array} \right. \xrightarrow{(-)} \alpha \left| \begin{array}{l} 29 \\ 29 \end{array} \right. \\ \Rightarrow \alpha = \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 29 \end{array} \right. \Rightarrow \alpha = 29 \end{array}$$

یعنی هر دو عدد بر ۲۹ بخش‌پذیرند. بنابراین:

$$5n + 4 \equiv 0 \Rightarrow 5n \equiv -4 \equiv 25 \xrightarrow{\div 5} n \equiv 5 \Rightarrow n = 29k + 5$$

می‌خواهیم n عددی طبیعی و دورقمی باشد:

$$10 \leq n \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 29k + 5 \leq 99 \Rightarrow k = 1, 2, 3$$

یعنی به ازای سه عدد طبیعی رابطه برقرار است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اول (۶۲۷، ۴۲۹) را پیدا می‌کنیم. برای این کار دو عدد را تجزیه می‌کنیم:

$$(627, 429) = (3 \times 11 \times 19, 3 \times 11 \times 13) = 33$$

حالا کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد ۳۳ و ۱۵۴ را پیدا می‌کنیم:

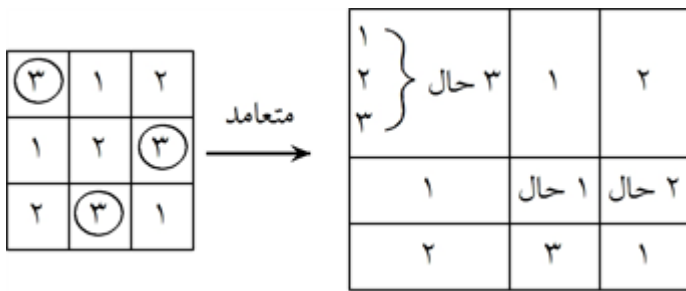
$$[33, 154] = [3 \times 11, 11 \times 14] = 3 \times 11 \times 14 = 462$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} = 70 + 56 + 28 = 154$$

$\swarrow$ انتخاب ۴ دسته از ۸ نوع گل
 $\uparrow$ انتخاب ۵ دسته از ۸ نوع گل
 $\swarrow$ انتخاب ۶ دسته از ۸ نوع گل





می‌دانیم با مربع متعامد باید اعداد ۲؟؟ ۲۱، ۲۲، ۲۳ ساخته شود به همین خاطر یکی از اعداد را مبنا بگیریم سایرین تعیین می‌شود. $۱ = ۶$ حال ۲ × حال ۳ × حال ۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با حذف هر عضو مینیمال، مجموعه از احاطه‌گری خارج می‌شود که با بررسی گزینه‌ها به جواب می‌رسیم. ۱۲۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زوج‌هایی که مجموع ۸۵ دارند تعیین می‌کنیم: $۵/۸/۱۱, ۷۱/۱۴, ۶۸/۱۷, ۶۵/۲۰, ۶۲/۲۳, ۵۹/۲۶, ۵۶/۲۹, ۵۳/۳۲, ۵۰/۳۵, ۴۷/۳۸, ۴۴/۴۱$ ۱۲۳

ابتدا اعضای تنها یعنی ۵ و ۸ و ۴۱ را برمی‌داریم سپس از هر دسته یکی برمی‌داریم تا کنون ۱۳ عدد برداشته‌ایم و هیچ‌کدام مجموع ۸۲ ندارند، عدد چهاردهم را که برداریم به خواسته‌ی مسئله می‌رسیم.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۲۴

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow B = \{a, b, c\}$$

$$f = \{(1, \dots), (2, \dots), (3, \dots), (4, \dots), (5, \dots), (6, \dots)\}$$

$$\text{کل توابع: } \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{\substack{\uparrow \\ \text{a نباشه یا b نباشه یا c نباشه}}} = 3^6 = 729$$

$$\Rightarrow \text{پوشا} = 729 - 189 = 540$$

$$\text{غیر پوشا: } n(\bar{a} \cup \bar{b} \cup \bar{c}) = 2^6 \times 3 - 1^6 \times 3 + 0 = 189$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۲۵

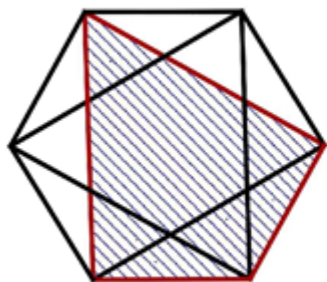
$$x: \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 11 \\ x_i \geq 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{به هر نفر توپ می‌دهیم تا حداقل ۱} \\ \text{یکی داشته باشند} \end{matrix}$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 6 \text{ توپ می‌ماند}$$

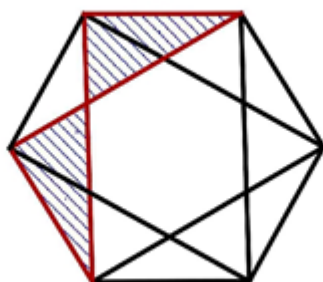
$$\xrightarrow{\text{تعداد حسابی}} \binom{6+5-1}{5-1} = \binom{10}{4} = 210$$

۱۲۶

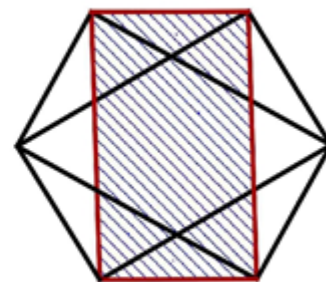
گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
بنابراین ۱۵ گراف ۴-منتظم تشکیل می شود.



۶ گراف چهارضلعی



۶ گراف پروانه ای



۳ گراف مستطیلی

۱۲۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} v^{13} + a \equiv 0 \Rightarrow -3 + a \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 3 \\ v^2 = 49 \equiv 3 \xrightarrow{\times v} v^3 \equiv 21 \equiv -2 \xrightarrow{\text{توان ۴}} v^{12} \equiv 16 \equiv -7 \xrightarrow{\times v} \\ v^{13} \equiv -49 \equiv -3 \end{cases}$$

۱۲۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$220x + 140y = 19000 \xrightarrow{\div 20} 11x + 7y = 950 \xrightarrow{\text{پیمانه ۷}} \cancel{77}x + \cancel{49}y \equiv \cancel{19000} \pmod{7}$$

$$x \equiv 3 \pmod{7} \Rightarrow x = 7q + 3$$

$$x \xrightarrow{\text{جایگذاری}} y = -11q + 131 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \rightarrow 7q + 3 \geq 0 \Rightarrow q \geq -\frac{3}{7} \\ y \geq 0 \rightarrow -11q + 131 \geq 0 \Rightarrow q \leq \frac{131}{11} = 11/0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} q = 0, 1, 2, \dots, 11 \Rightarrow 12 \text{ حالت}$$

۱۲۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \alpha | 13n + 3 & \xrightarrow{\times 7} \alpha | -31 : \alpha \begin{cases} 1 \times \\ 31 \checkmark \end{cases} \\ \alpha | 7n + 4 & \xrightarrow{\times (-13)} \end{aligned}$$

$$31 | 7n + 4 \Rightarrow 7n + 4 \equiv 0 \pmod{31} \Rightarrow 7n \equiv -4 \equiv -35 \pmod{31} \xrightarrow{\div 7} n \equiv -5 \xrightarrow{\text{اولین طبیعی}} n = 26$$

۱۳۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} a & \equiv 5 \pmod{29} \Rightarrow a \equiv 29 \pmod{[6, 11]} \Rightarrow a \equiv 29 \pmod{66} \Rightarrow R = 29 \\ a & \equiv 7 \pmod{29} \\ a & \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a \equiv b \pmod{[m, n]} \\ a & \equiv b \pmod{n} \end{aligned}$$

توجه:



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۳۱

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ 1 \leq x_i \leq 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5, 4, 1 \Rightarrow 3 \times 2 \times 1 = 6 \\ 4, 4, 2 \Rightarrow 3 \\ 4, 3, 3 \Rightarrow 3 \\ 5, 3, 2 \Rightarrow 3 \times 2 \times 1 = 6 \end{cases} \Rightarrow 6 + 3 + 3 + 6 = 18$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳۲

$$11^a \equiv 1 \pmod{19} \Rightarrow (11^3)^k \equiv 1 \pmod{19} \Rightarrow a = 3k$$

اگر $a = 3k$ باشد، آن گاه a قابل قبول می‌باشد. حال مضرب‌های دو رقمی را شمارش می‌کنیم:

$$10 \leq 3k \leq 99 \Rightarrow k = 4, 5, \dots, 33 \Rightarrow 12, 15, 18, \dots, 99 \Rightarrow n = \frac{99 - 12}{3} + 1 = 30.$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۳۳

$$\begin{cases} a \equiv 5 \pmod{9} \\ a \equiv 7 \pmod{13} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv 5 + (9 \times 5) = 59 \\ a \equiv 7 + (13 \times 4) = 59 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv 59 \pmod{9} \\ a \equiv 59 \pmod{13} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{3|9} \begin{cases} a \equiv 59 \pmod{3} \\ a \equiv 59 \pmod{13} \end{cases} \Rightarrow a \equiv 59 \pmod{39} \Rightarrow a \equiv 20.$$

راه حل دوم:

$$\left. \begin{matrix} a \equiv m \\ a \equiv n \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \equiv b \pmod{[m,n]}$$

توجه:

$$\left. \begin{matrix} a \equiv 5 \pmod{9} \\ a \equiv 7 \pmod{13} \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \equiv 59 \pmod{[9,13]} \Rightarrow a \equiv 59 \pmod{39} : a \equiv 59 \pmod{39} \Rightarrow a \equiv 20.$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳۴

$$\binom{5}{4} \times \frac{(4-1)!}{2} = 5 \times 3 = 15$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا زوج‌هایی را تعیین می‌کنیم که مجموعی برابر ۶۶ دارند: ۱۳۵

۳۳ و ۳۳ / ۳۹ و ۲۷ و ۴۵ / ۲۱ و ۵۱ و ۱۵ و ۵۷ / ۹ و ۶۳ / ۳ و ۳

ابتدا ۳۳ را برمی‌داریم و سپس از هر دسته یکی، تاکنون ۶ عدد برداشته‌ایم، حال اگر عدد هفتم را برداریم به خواسته مسئله خواهیم رسید.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۳۶

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 0 \leq x \leq 8, 0 \leq y \leq 5, 0 \leq z \leq 4 \end{cases}$$

محدودیت x هم نیست زیرا حداکثر ۶ شاخه می‌خواهیم

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 6 \xrightarrow{\text{تعداد جواب حسابی}} \binom{6+3-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28 \\ y \leq 5, z \leq 4 \xrightarrow{\text{غ ق ق}} y \geq 6 \text{ یا } z \geq 5 \end{cases}$$

$$n(A' \cup B') = \binom{2}{2} + \binom{3}{2} - 0 = 4$$

$$\xrightarrow{\text{جواب}} 28 - 4 = 24 \text{ غ ق ق - کل}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون N بر ۴۴ بخش پذیر است — بر ۴ و ۱۱ بخش پذیر است — $b = ۰, ۲, ۴, ۶, ۸$

شرط بخش پذیری بر ۱۱ یا ۰ $a - ۷ + ۳ - b + ۸ = ۰$

با قراردادن مقادیر مختلف برای b ، کمترین مقدار $a = ۲$ و $b = ۶$ است.

که باقیمانده تقسیم آن بر ۹ برابر با ۸ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} A &\equiv ۲ \pmod{۳} \\ A &\equiv ۴ \pmod{۵} \\ A &\equiv ۸ \pmod{۱۱} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A \equiv_{[۵,۷,۱۱]} -۳ \Rightarrow A \equiv_{۳۸۵} -۳$$

$$A = ۳۸۵q - ۳ \xrightarrow[q=۲]{\text{بزرگترین رقمی}} A = ۷۶۷ \equiv ۸$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (تمرین کتاب درسی)

$p = q + ۱$: درخت $\rightarrow$ همبند فاقد دور

۶ نوع $\rightarrow q = ۵$ و $p = ۶ \Rightarrow p + q = ۱۱$: از طرفی

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر بخواهیم این قضیه را با استقرا ثابت کنیم گام اصلی این است که:

$$\frac{(n+1)^۲}{۳} + \frac{(n+1)^۲}{۲} + \frac{n+1}{۶} - \left(\frac{n^۲}{۳} + \frac{n^۲}{۲} + \frac{n}{۶} \right) \in \mathbb{N} \Rightarrow n^۲ + n + n + ۱ \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow (n+1)^۲ \in \mathbb{N}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$۵^۲ \equiv ۲ \pmod{۲۳} \Rightarrow ۵^{۲n} \equiv ۲^n \pmod{۲۳}$$

$$۵^{۲n+۱} + ۲^{n+۲} + ۲^{n+۱} \equiv ۲^n \times ۵ + ۲^n \times ۱۶ + ۲^n \times ۲ \equiv ۲۳ \times ۲^n \equiv ۰ \pmod{۲۳}$$

یعنی به ازای تمام مقادیر n ، عبارت موردنظر بر ۲۳ بخش پذیر است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$۲n + ۱ \equiv ۰ \pmod{۲۳} \Rightarrow ۲n \equiv -۱ \equiv ۲۲ \pmod{۲۳} \Rightarrow n \equiv ۱۱ \pmod{۲۳} \Rightarrow ۷n \equiv ۷۷ \equiv ۲۰ \pmod{۲۳}$$

$$۱۴n^۲ + ۱۹n + ۶ = (۲n+۱)(۷n+۶) = ۵k \times ۵k' = ۲۵kk' \Rightarrow ۱۴n^۲ + ۱۹n + ۶ \equiv ۰ \pmod{۲۵}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد دورها به طول ۴ در گراف $K_۵$ برابر است با:

$$\binom{۵}{۴} \times \frac{(۴-۱)!}{۲} = ۵ \times ۳ = ۱۵$$

دورهایی به طول ۴ که شامل یال ab هستند، عبارتند از:

$abcd, abdca, abcea, abeca, abdea, abeda$

یعنی با حذف یال ab ، ۶ دور به طول ۴ حذف می شود، پس تعداد دورهای به طول ۴ در گراف باقیمانده برابر است با:

$$۱۵ - ۶ = ۹$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بدترین حالت ممکن آن است که ۲ مهره سفید، ۲ مهره قرمز، ۲ مهره آبی و ۱ مهره

زرد خارج شده باشد. در این صورت با خارج کردن مهره هشتم، حداقل از یک رنگ، ۳ مهره یا بیش تر خارج شده است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۴۵

$$(\Delta n - 3, 4n + 1) = d \rightarrow \begin{matrix} d | \Delta n - 3 & \times 5 \\ d | 4n + 1 & \times -4 \end{matrix} \rightarrow d | -19 : d = \begin{cases} 1 \\ 19 \end{cases}$$

$$\text{اگر } d = 19 \Rightarrow 19 | 4n + 1 \Rightarrow 4n + 1 \equiv 0 \pmod{19} : 4n \equiv -1 \equiv -20 \pmod{19} \xrightarrow{\div 4} n \equiv -5$$

$$\Rightarrow n = 19k - 5 \xrightarrow{\text{رقمی}} 14, 33, 52, 71, 90$$

به ازای این ۵ تا ۱۹ می‌شود، پس برای سایر ۲ رقمی‌ها $d = 1$ می‌شود، یعنی ۸۵ تا.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۴۶

$$(a, b) = d = 18$$

$$a^r - b^r = 2268 : (a'd)^r - (b'd)^r = 2268 \Rightarrow (a^r - b^r) \times d^r = 2268$$

$$a^r - b^r = \frac{2268}{d^r} = \frac{2268}{18^r} = 7 \Rightarrow (a' - b')(a' + b') = 7 \Rightarrow \begin{cases} a' - b' = 1 \\ a' + b' = 7 \end{cases} \xrightarrow{d=18} \begin{cases} a = 72 \\ b = 54 \end{cases}$$

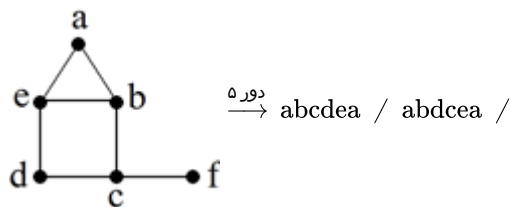
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۴۷

$$\left\{ \begin{array}{l} N = \overline{a35b2} \xrightarrow{\text{رقم راست}} N \equiv 10b + 2 \pmod{36} \\ N \xrightarrow{\text{مجموع ارقام}} a + 3 + 5 + b + 2 \equiv 10 \pmod{36} \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} N \equiv 2 \pmod{36} \\ N \equiv 10 \pmod{36} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{10b + 2}{2} \equiv -2 \pmod{18} : 10b \equiv -4 \pmod{18} \rightarrow b = \begin{cases} 3 \\ 5 \\ 7 \\ 9 \end{cases} \\ a + b \equiv -10 \pmod{36} \Rightarrow a + b = \begin{cases} 8 \rightarrow \begin{cases} b = 1 \rightarrow a = 7 \\ b = 3 \rightarrow a = 5 \\ b = 5 \rightarrow a = 3 \\ b = 7 \rightarrow a = 1 \end{cases} \\ 17 \rightarrow b = 9 \rightarrow a = 8 \end{cases} \end{cases}$$

پس ۵ مقدار برای a و b وجود دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید شکل گراف را رسم کنیم: ۱۴۸



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید به بدترین شرایط فکر کنیم: اگر ابتدا ۴ قرمز و ۳ سبز خارج کنیم، باید ۴ تای دیگر ۱۴۹

برداریم تا مطمئن شویم بیش از ۳ سفید داریم و اگر ابتدا ۵ سفید و ۳ سبز برداریم، باید ۳ تای دیگر برداریم تا مطمئن شویم بیش از ۲ قرمز داریم، که در هر دو شرایط حداقل ۱۱ مهره باید خارج کنیم.



گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵۰

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_2 \leq 4 \text{ و } x_1 > 4 \Rightarrow x_1 \geq 5 \\ x_3 \leq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \xrightarrow{\text{کل حسابی}} \binom{8}{2} = 28 \\ x_3 \leq 4 \end{cases}$$

غ ق: $x_3 \geq 5$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 1 : \binom{3}{2} = 3$$

$$\xrightarrow{\text{جواب}} 28 - 3 = 25 = \text{غ ق ق - کل}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵۱

$$(13n - 3, 5n + 4) = d : \begin{matrix} d \mid 13n - 3 \\ d \mid 5n + 4 \end{matrix} \xrightarrow[\times(-13)]{\times 5} d \mid -67 : d = \begin{cases} 1 \\ 67 \end{cases}$$

$$d = 67 : 67 \mid 5n + 4 : 5n + 4 \equiv 67 \Rightarrow 5n \equiv -4 \xrightarrow{\times 13} -2$$

$$\cancel{67} n \equiv -52 \xrightarrow{\div(-2)} n \equiv 26 \xrightarrow{\text{رقمی } 2n} n = 26, 93$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۱۵۲

$$\overline{ababab} = 111q^r$$

$$\overline{ab} \times 10000 + \overline{ab} \times 100 + \overline{ab} = \overline{ab} (10000 + 100 + 1)_{111 \times 91} = \cancel{111} q^r \Rightarrow 91 \overline{ab} = q^r \Rightarrow 7 \times 13 \times \overline{ab} = q^r$$

$$\Rightarrow \overline{ab} = 7 \times 13 = 91 \xrightarrow{\text{مجموع ارقام}} 10$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵۳

$$p + q = 9 \xrightarrow{\text{همبند}} \begin{cases} P = 4, q = 5 \\ P = 5, q = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{درخت}} \begin{matrix} \text{نوع ۱} \\ \text{نوع ۳} \\ \text{نوع ۴} \end{matrix}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم (۱۱، ۹۹)، (۱۲، ۹۸) و ... و (۵۴، ۵۶) مجموعی برابر ۱۱۰ دارند، ابتدا، ۱۰ و ۵۵ را

برمی‌داریم سپس از هر بسته یک عدد برمی‌داریم، تاکنون ۴۶ عدد برداشته‌ایم، حال اگر عدد ۴۷ ام را برداریم، با هم‌دسته‌ای خود حتماً مجموعی برابر ۱۱۰ دارند.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اعداد دو رقمی مضرب ۵، تصاعد عددی با جمله‌ی اول $a_1 = 10$ و قدرنسبت $d = 5$ تشکیل

می‌دهند. با کمی دقت پی می‌بریم آخرین عدد دو رقمی مضرب ۵، عدد $a_n = 95$ می‌باشد. با معلوم شدن n ، تعداد اعداد دو رقمی مضرب ۵ به دست می‌آید. برای این منظور با توجه به فرمول جمله‌ی عمومی (یعنی a_n) در هر تصاعد عددی، داریم:

بنابراین تعداد اعداد دو رقمی مضرب ۵، هجده عدد می‌باشد.

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow 95 = 10 + (n - 1)5 \Rightarrow 18$$



۱۵۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شرط لازم و کافی برای این که معادله‌ی سیاله‌ی $az + by = c$ در Z دارای جواب باشد آن است که $c \mid (a, b)$. بنابراین معادله‌ی $2x + 6y = a + 5$ در صورتی در Z جواب دارد که:

$$(3, 6) \mid (a + 5) \Rightarrow 3 \mid (a + 5) \Rightarrow (a + 5) \equiv 0 \pmod{3} : a \equiv -5 \equiv 1 \pmod{3}$$

تنها گزینه ۳ در این شرط صدق می‌کند.

۱۵۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر a, b دو عدد صحیح باشند که d بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آنها باشد، داریم:

$$(a, b) = d \Rightarrow [a, b] = a'b'd \Rightarrow (a, b) \mid [a, b]$$

بنابراین کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد a, b ، مضرب بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک آنهاست که تنها گزینه ۲ یعنی عدد ۸۴، مضرب ۱۲ است.

۱۵۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. روش اول: به جای a می‌توان عدد ۲۵ را قرار داد، زیرا باقی‌مانده‌ی عدد ۲۵ بر ۹۹ برابر است با ۲۵. حال باقی‌مانده‌ی عدد ۲۵ بر ۹ را می‌یابیم که برابر است با ۷.

$$13 \equiv a \pmod{99} \Rightarrow a \equiv 13 \pmod{99} \Rightarrow a \equiv 13 \pmod{9} : a \equiv 4 \pmod{9} \Rightarrow a \equiv 13 \pmod{99}$$

۱۵۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در یک گراف ساده از مرتبه‌ی p داریم $q \leq \left(\frac{p}{2}\right)$. بنابراین:

$$13 \leq \left(\frac{p}{2}\right) \Rightarrow \frac{p(p-1)}{2} \geq 13 \Rightarrow p \geq 6$$

بنابراین حداقل تعداد رئوس گراف برابر است با ۶.

۱۶۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$d = (5n - 2, 12n + 7) \Rightarrow \begin{cases} d \mid 5n - 2 \\ d \mid 12n + 7 \end{cases}$$

می‌دانیم اگر $d \mid a$ و $d \mid b$ در این صورت $d \mid (ma + nb)$ ، یعنی d هر ترکیب خطی از a و b را نیز عاد می‌کند، داریم:

$$d \mid 12 \times (5n - 2) + (-5)(12n + 7) \Rightarrow d \mid -59 \Rightarrow d \mid 59 \Rightarrow d = 59 \text{ یا } d = 1$$

با توجه به این که $5n - 2$ و $12n + 7$ نسبت به هم اول نیستند، بنابراین ب‌م‌م آنها باید ۵۹ باشد.

۱۶۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عدد $\overline{av \cdot b}$ مضرب ۴۴ است، یعنی هم مضرب ۴ است و هم مضرب ۱۱. این عدد مضرب ۵۵ نیست، با توجه به این که مضرب ۱۱ است، بنابراین مضرب ۵ نباید باشد. داریم:

$$\overline{av \cdot b} \equiv \overline{.b} \Rightarrow b = ., 4, 8 \quad (I)$$

$$\overline{av \cdot b} \equiv b - . + v - a \equiv . \Rightarrow a \equiv b + v \quad (II)$$

$$\overline{av \cdot b} \not\equiv . \Rightarrow b \neq ., 5 \quad (III)$$

با توجه به روابط (I) و (III)، عدد b یا عدد ۴ است یا عدد ۸. حال به بررسی شرط (II) می‌پردازیم:

عدد b برابر ۴ باشد، در این صورت $a \equiv 4 + v \Rightarrow a = .$ و چون عدد $\overline{av \cdot b}$ چهار رقمی است، بنابراین قابل قبول نمی‌باشد.

عدد b برابر ۸ باشد، در این صورت $a \equiv 4 + v \Rightarrow a = 4$. بنابراین قابل قبول است و لذا $a + b = 12$ می‌باشد.



۱۶۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مرتبه‌ی این گراف ۲۰ است، بنابراین نمی‌تواند دوری بیشتری از ۲۰ داشته باشد (گزینه‌ی ۴ برای گراف از مرتبه‌ی ۲۰ امکان ندارد). با توجه به این که این گراف همیلتنی است، بنابراین دوری به طول ۲۰ دارد. دور



مقابل دور همیلتنی این گراف است.

۱۶۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در تقسیم هر عدد بر عدد طبیعی m, m باقی‌مانده‌ی مختلف $\{0, 1, 2, \dots, m-1\}$ می‌توانیم داشته باشیم. اگر ۵۰ عدد مختلف را به عنوان تعداد کبوتر و ۱۶ باقی‌مانده متفاوت را به عنوان لانه در نظر بگیریم، در این صورت $\left\lfloor \frac{50}{16} \right\rfloor = 3$ عضو وجود دارد که در یک لانه (باقی‌مانده‌ی یکسان بر ۱۶) هستند که اگر ۲ عضو مانده را نیز در لانه‌ها پخش کنیم، لانه‌ای با بیش از ۳ عضو داریم، یعنی حداقل ۴ عضو.

۱۶۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در بحث مثال نقض، می‌توان ثابت کرد که اعداد طبیعی به صورت 2^k را نمی‌توان به صورت حاصل‌جمع اعداد طبیعی متوالی نوشت، در نتیجه $2^6 = 64$ پاسخ صحیح است. حال سه گزینه‌ی دیگر را بررسی می‌کنیم:

(۱) گزینه ی: $40 = 6 + 7 + 8 + 9 + 10$.

(۲) گزینه ی: $46 = 10 + 11 + 12 + 13$

(۳) گزینه ی: $56 = 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11$

۱۶۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$5x + 5y \equiv 113 \pmod{5} \rightarrow -x \equiv 113 \pmod{5} \rightarrow -x \equiv -2 \pmod{5} \rightarrow x \equiv 2 \pmod{5} \rightarrow x = 5k + 2$$

$$100 < x < 200 \rightarrow 100 < 5k + 2 < 200 \rightarrow 98 < 5k < 198 \rightarrow 19/5 < k < 39/5$$

$$\rightarrow k \in \{20, 21, \dots, 39\} \rightarrow \text{تعداد جواب} = 39 - 20 + 1 = 20.$$

۱۶۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از آن‌جا که $6^3 \equiv 2^3 \pmod{1387}$ ، پس کافی است باقی‌مانده تقسیم 4^{1387} بر ۲۴ را بیابیم:

$$4^2 \equiv -8 \pmod{24} \rightarrow 4^3 \equiv -32 \equiv -8 \pmod{24} \rightarrow 4^4 \equiv -8 \pmod{24} \rightarrow \dots \rightarrow 4^{1387} \equiv -8 \equiv 16 \pmod{24}$$

روش دوم: از آن‌جا که $24 = 3 \times 8$ و $(3, 8) = 1$ ، بنابراین به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$4^{1387} + 6^{1387} \equiv 1^{1387} + 0 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$4^{1387} + 6^{1387} \equiv 1 + (-2)^{1387} \equiv 1 + 0 \equiv 1 \pmod{8}$$

حال می‌کوشیم طرف راست را در دو پیمانه، یکی کنیم:

$$\left. \begin{aligned} A &\equiv 1 \pmod{3} \\ A &\equiv 1 \pmod{8} \end{aligned} \right\} \rightarrow A \equiv 1 \pmod{24}$$

توجه: $a \equiv b \pmod{m}$ و $a \equiv b \pmod{n}$ آنگاه $a \equiv b \pmod{[m,n]}$

۱۶۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از آنجا که $24 = 3 \times 8 = 3 \times 2^3$ ، بنابراین ابتدا تعداد عوامل ۲ و ۳ را در $100!$

$$\text{تعداد عامل ۲} = \left[\frac{100}{2} \right] + \left[\frac{100}{2^2} \right] + \left[\frac{100}{2^3} \right] + \left[\frac{100}{2^4} \right] + \left[\frac{100}{2^5} \right] + \left[\frac{100}{2^6} \right] = 97$$

می‌یابیم:

$$\text{تعداد عامل ۳} = \left[\frac{100}{3} \right] + \left[\frac{100}{3^2} \right] + \left[\frac{100}{3^3} \right] + \left[\frac{100}{3^4} \right] = 48$$

پس $100!$ درون خود دارای $2^{97} \times 3^{48}$ است داریم:

$$2^{97} \times 3^{48} = 2 \times 2^{96} \times 3^{48} = 2 \times 2^{3 \times 32} \times 3^{48} = 2 \times 8^{32} \times 3^{48} = 2 \times 8^{32} \times 3^{32} \times 3^{16} =$$

$$2 \times 3^{16} \times 2^{32} \Rightarrow k = 32$$

۱۶۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای آنکه عددی بر ۴ بخش‌پذیر باشد باید دو رقم سمت راست آن بر ۴ بخش‌پذیر باشد،

بنابراین b یکی از ارقام ۰ و ۴ و ۸ است. یعنی ۳ انتخاب برای b وجود دارد، اما a هر یک از ارقام ۰ تا ۹

می‌تواند باشد یعنی ۱۰ انتخاب برای a وجود دارد. بنابراین تعداد کل حالات طبق اصل ضرب برابر است با:

$$3 \times 10 = 30$$

۱۶۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$d = (a + 6, a + 3) \rightarrow \begin{cases} d \mid a + 6 \\ d \mid a + 3 \end{cases} \rightarrow d \mid ((a + 6) - (a + 3)) \rightarrow d \mid 3 \rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ d = 3 \text{ ق ق} \end{cases}$$

چون $a = 3k + 1$ است پس، $a + 3 \neq 3q$ و $a + 6 \neq 3q$ خواهد شد و در نتیجه $d \neq 3$ است. بنابراین الزاما $d = 1$.

۱۷۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید $x_1 \geq 1$ و $x_2 \geq 1$ و $x_3 \geq 1$ باشد، بنابراین:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10 \xrightarrow[y_i = x_i - 1]{y_i \geq 0} (y_1 + 1) + (y_2 + 1) + (y_3 + 1) = 10 \rightarrow y_1 + y_2 + y_3 = 7$$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی $y_1 + y_2 + y_3 = 7$ برابر است با $\binom{7+3}{3} = 36$

۱۷۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A = 2! + 4! + 6! + 8! + 10! \rightarrow \begin{cases} A \equiv 2 + 0 + 0 + 0 + 0 \rightarrow A \equiv 2 \xrightarrow{+9} A \equiv 11 \\ A \equiv 2 + 4 + 0 + 0 + 0 \equiv 6 \xrightarrow{+10} A \equiv 16 \rightarrow A \equiv 5 \end{cases}$$

$$\rightarrow A \equiv_{[3,5]} 11 \rightarrow A \equiv_{10} 11$$

$$3344556 \equiv_{11} 6 - \cancel{3} + \cancel{4} - \cancel{4} + \cancel{5} - \cancel{5} + \cancel{6} \equiv_{11} 6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۷۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۷۳

$$\begin{aligned} ۱) \quad & \begin{pmatrix} a \mid b \\ a \mid c \end{pmatrix} \rightarrow a \mid b + c & ۲) \quad & \begin{pmatrix} a \mid b \\ a \mid c \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a \mid b^r \\ a \mid c \end{pmatrix} \rightarrow a \mid b^r + c \\ ۳) \quad & \begin{pmatrix} a \mid b \\ a \mid c \end{pmatrix} \not\rightarrow a^r \mid b + c & ۴) \quad & \begin{pmatrix} a \mid b \\ a \mid c \end{pmatrix} \not\rightarrow a^r \mid bc \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باقی‌مانده ۷ واحد کم می‌شود (از ۸ به ۱ رسیده است).

۱۷۴

$$a = 17q + 8 \xrightarrow{+10} a + 10 = 17q + 18 = 17(q + 1) + 1$$



$$25x + 12y = 1110 \Rightarrow x = 12k + 6 \Rightarrow x = 12k + 6$$

$$25x + 12y = 1110 \Rightarrow 25(12k + 6) + 12y = 1110 \Rightarrow 12y = 960 - 25 \times 12k$$

$$\Rightarrow y = 80 - 25k$$

$$\left. \begin{array}{l} x > 0 \Rightarrow 12k + 6 > 0 \Rightarrow k > -0.5 \\ y > 0 \Rightarrow 80 - 25k > 0 \Rightarrow 25k < 80 \Rightarrow k < 3.2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cap} -0.5 < k < 3.2 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} \text{جواب ۴}$$

$$\begin{cases} d \mid 5n + 9 \\ d \mid 4n + 7 \end{cases} \rightarrow d \mid 4(5n + 9) - 5(4n + 7) \rightarrow d \mid 1 \rightarrow d = 1$$

بنابراین این دو عدد به ازای هر $n \in \mathbb{Z}$ اول‌اند و در نتیجه این مساله به ازای $1 \leq n \leq 50$ ، جواب دارد.

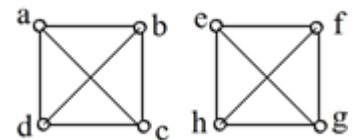
عددی بر ۹۹ بخش‌پذیر است که بر ۹ و ۱۱ بخش‌پذیر باشد. حال قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۹ و ۱۱ را بر عدد ۵۵۵۵۵۵ اعمال می‌کنیم:

$$6 - 8 + 8 - a + 5 \equiv 0 \rightarrow a \equiv 0 \rightarrow a = 0$$

$$6 + b + b + a + 5 \equiv 0 \rightarrow a + 2b + 11 \equiv 0 \xrightarrow{a=0} 2b + 2 \equiv 0 \xrightarrow{\div 2} b + 1 \equiv 0 \rightarrow b = 8$$

گراف ۳- منتظم باید حداقل ۴ راس داشته باشد، در نتیجه اگر یک گراف ۸ راسی ناهمبند قرار باشد ۳- منتظم هم باشد، الزاما باید به دو بخش ۴ راسی افراز شود. یعنی مطابق شکل دو گراف کامل K_4 داریم. در هر یک از بندها ۳ دور به طول چهار و در مجموع ۶ دور به طول چهار وجود دارد:

abcda و abdca و acbda و efghe و efhge و egfhe



تعداد اعداد طبیعی کوچک‌تر از n که نسبت به n اول هستند برابر است با $\phi(n)$ بنابراین باید $\phi(273)$ را بیابیم:

$$273 = 3 \times 7 \times 13 \rightarrow \phi(273) = \phi(3) \cdot \phi(7) \cdot \phi(13) = 2 \times 6 \times 12 = 144$$

توجه: اگر عوامل اول عدد طبیعی n ، عبارت از $p_1, p_2, \dots, p_k$ باشند، آن‌گاه:

$$\phi(n) = n \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{p_k}\right) \xrightarrow[\text{حالت خاص}]{\text{عدد اول } p} \phi(p) = p \left(1 - \frac{1}{p}\right) = p - 1$$

مثلاً:

$$\begin{aligned} \phi(273) &= \phi(3 \times 7 \times 13) = 3 \times 7 \times 13 \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{7}\right) \left(1 - \frac{1}{13}\right) = \\ &= \underbrace{3 \left(\frac{3-1}{3}\right)}_{\phi(3)} \times \underbrace{7 \left(\frac{7-1}{7}\right)}_{\phi(7)} \times \underbrace{13 \left(\frac{13-1}{13}\right)}_{\phi(13)} = 2 \times 6 \times 12 = 144 \end{aligned}$$

$$13 \equiv -4 \rightarrow 13^{23} \equiv -4^{23}$$

$$4^2 \equiv -1 \rightarrow (4^2)^{21} \equiv (-1)^{21} \rightarrow 4^{42} \equiv -1 \rightarrow 4^{42} \equiv -4 \rightarrow -4^{23} \equiv 4$$

$$\rightarrow 13^{23} \equiv 4$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۸۱

$$(a \oplus b)_v \stackrel{9}{\equiv} \cdot \rightarrow b + v + 5 \times v^2 + a \times v^3 \stackrel{9}{\equiv} \cdot \rightarrow b + (-2) + 5 \times (-2)^2 + a(-2)^3 \stackrel{9}{\equiv} \cdot$$

$$\rightarrow 11a - b \stackrel{9}{\equiv} \cdot \rightarrow 11a \stackrel{9}{\equiv} b \rightarrow -a \stackrel{9}{\equiv} b \rightarrow a + b \stackrel{9}{\equiv} \cdot \rightarrow$$

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a = 4 \\ b = 5 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a = 6 \\ b = 3 \end{cases}$$

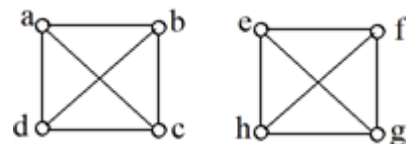
توجه کنید که $a, b \leq 6$ می‌باشند (چون عدد در مبنای ۷ نوشته شده است) و در ضمن $a \neq 0$ است. (وگرنه $a = 0$ و $b = 9$ هم یک جواب بود).

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این که مجموع درجات رئوس در این گراف برابر است با: $3p = 2q = 24$ ، پس ۱۸۲

$p = 8$ و در نتیجه شکل این گراف ناهمبند به صورت مقابل است:

$$\text{تعداد دورها} = 2 \times \left[\binom{4}{2} \times \frac{(4-1)!}{2} \right] = 6$$

البته با شمارش تعداد دورهای به طول ۴ هم می‌توانستیم تست را حل کنیم: $acdba$ و $abdc a$ و $abcd a$ و به همین ترتیب $efghe$ و $efhge$ و $efghe$ ، بنابراین در مجموع ۶ دور به طول ۴ وجود دارد.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۸۳

$$11a \stackrel{9}{\equiv} 12b \xrightarrow[\substack{\div 6 \\ (6,9)=3}]{\div 6} \boxed{ra \stackrel{3}{\equiv} 2b} \rightarrow 2b \stackrel{3}{\equiv} \cdot \xrightarrow{\div 2} \boxed{b \stackrel{3}{\equiv} \cdot} \rightarrow \boxed{b \stackrel{3}{\equiv} ra}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸۴

$$d = (11n - 3, 2n + 7) \rightarrow \begin{cases} d \mid 11n - 3 \\ d \mid 2n + 7 \end{cases} \rightarrow d \mid 2(11n - 3) - 11(2n + 7) \rightarrow d \mid -6 - 77$$

$$\rightarrow d \mid -83 \rightarrow d = 1 \text{ یا } 83$$

برای این که $d \neq 83$ باشد، لاکل یکی از دو عدد $2n + 7$ یا $11n - 3$ مضرب ۸۳ نباشد در نتیجه:

$$2n + 7 \stackrel{83}{\equiv} \cdot \rightarrow 2n \stackrel{83}{\equiv} -7 \rightarrow 2n \stackrel{83}{\equiv} -90 \xrightarrow[\substack{\div 2 \\ (83,2)=1}]{\div 2} n \stackrel{83}{\equiv} -45$$

وقتی $n = 83k - 45$ باشد:

$$2n + 7 = 2 \times 83k - 83 = 83(2k - 1) \text{ و } 11n - 3 = 11 \times 83k - 498 = 83(11k - 6)$$

$$n \neq 83K - 45 \xrightarrow{k=1} n \neq 38 \rightarrow n \leq 37$$

پس باید:

بنابراین $\text{Max}(n) = 37$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۸۵

$$\begin{aligned} 7 \times \begin{cases} a \stackrel{9}{\equiv} 5 \rightarrow 7a \stackrel{63}{\equiv} 35 \\ a \stackrel{7}{\equiv} 6 \rightarrow 9a \stackrel{63}{\equiv} 54 \end{cases} & \xrightarrow{(-)} \begin{cases} 7a \stackrel{63}{\equiv} 19 \\ 7a \stackrel{63}{\equiv} 82 \end{cases} \xrightarrow[\substack{\div 2 \\ (63,2)=1}]{\div 2} \begin{cases} a \stackrel{63}{\equiv} 41 \\ a \stackrel{63}{\equiv} 41 \end{cases} \end{aligned}$$

عدد اول است.

$$\begin{cases} a \stackrel{9}{\equiv} 5 \rightarrow a \stackrel{9}{\equiv} 5 + 4 \times 9 \stackrel{9}{\equiv} 41 \\ a \stackrel{7}{\equiv} 6 \rightarrow a \stackrel{7}{\equiv} 6 + 5 \times 7 \stackrel{7}{\equiv} 41 \end{cases} \rightarrow a \stackrel{[9,7]}{\equiv} 41 \rightarrow a \stackrel{63}{\equiv} 41$$

روش دوم:



۱۸۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همان طور که می دانیم تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادلاتی به صورت

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \text{ برابر است با } \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{n+k-1}{n} \text{ بنابراین:}$$

$$\binom{2+I-1}{2} = \binom{7+2}{2} \rightarrow \binom{I+1}{2} = \binom{9}{2} \rightarrow I+1=9 \rightarrow I=8$$

$$200A + 150B = 750 \xrightarrow{\div 50} 4A + 3B = 151$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۸۷

$$\Rightarrow 4A + 3B = 151 \Rightarrow A = 1 \Rightarrow A = 3k + 1$$

$$4(3k+1) + 3B = 151 \Rightarrow 3B = -12k + 147 \Rightarrow B = -4k + 49$$

$$\begin{cases} A \geq 0 \Rightarrow 3k+1 \geq 0 \\ B \geq 0 \Rightarrow -4k+49 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{-1}{3} \leq k \leq \frac{49}{4} \Rightarrow k = 0, 1, \dots, 12$$

از طرفی $A+B = -k+50$ می باشد و برای حداقل شدن آن، k باید ماکزیمم شود و بیشترین مقدار k که ۱۲ است،

$$\text{پس: } \text{Min}(A+B) = -12+50 = 38$$

۱۸۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر فرض کنیم $d = (9n+4, 2n-5)$ آن گاه خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} d \mid 9n+4 &\rightarrow d \mid 4(9n+4) - 3(2n-5) \rightarrow d \mid 16+15 \rightarrow d \mid 31 \rightarrow d = 1 \text{ یا } 31 \\ d \mid 2n-5 &\rightarrow d \mid 31(2n-5) - 7(9n+4) \rightarrow d \mid 16+15 \rightarrow d \mid 31 \rightarrow d = 1 \text{ یا } 31 \end{aligned}$$

برای این که دو عدد نسبت به هم اول نباشند، باید $d = 31$ باشد، پس هر دو عدد باید مضرب ۳۱ باشند:

$$2n-5 \equiv 0 \pmod{31} \rightarrow 2n \equiv 5 \pmod{31} \rightarrow 2n \equiv 36 \pmod{31} \rightarrow n \equiv 3 \pmod{31} \rightarrow n = 31k+3$$

$$10 \leq 31k+3 \leq 99 \rightarrow 7 \leq 31k \leq 96 \rightarrow \frac{7}{31} \leq k \leq \frac{96}{31} \rightarrow k = 1, 2, 3$$

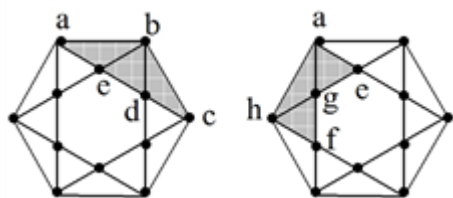
توجه کنید که اگر $n = 31k+3$ باشد، $9n+4$ هم مسلماً مضرب ۳۱ است زیرا:

$$9n+4 = 9(31k+3) + 4 = 9 \times 31k + 31 = 31(9k+1) = 31k'$$

۱۸۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. یک نمونه از دوره های به طول ۵، در شکل هاشورخورده است: aegfha، که ۶ دور به طول ۵

هم به این صورت وجود دارد abcdea. پس در مجموع ۱۲ دور به طول ۵ وجود دارد.



۱۹۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید تعداد جواب های معادله ی زیر را بدست آوریم.

$$(1) \quad (1) \quad (1) \quad (5)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ 1 \leq i \leq 4 \\ i = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$$

تعداد جواب های این معادله با تعداد جواب های معادله ی زیر برابر است.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ 0 \leq x_i \leq 3 < 4 \\ 1 \leq i \leq 4 \end{cases} \quad \binom{8}{3} - 2 \binom{8-4}{3} = 56 - 2(4) = 40$$

۱۹۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$V^2 \equiv 49 \pmod{100} \xrightarrow{\times V} V^3 \equiv 42 \pmod{100} \Rightarrow V^{52} = (V^2)^{13} \equiv 1^{13} \equiv 1$$

$$13 \times V^{52} + A \equiv 0 \pmod{100} \Rightarrow 13 + A \equiv 0 \pmod{100} \Rightarrow A \equiv -13 \pmod{100} \Rightarrow A \equiv 87$$



گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۱۹۲

$$(11n - 5, 9n + 2) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid 11n - 5 \xrightarrow{\times (-9)} d \mid -99n + 45 \\ d \mid 9n + 2 \xrightarrow{\times 11} d \mid 99n + 22 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d \mid 67 \Rightarrow 67 \mid 9n + 2$$

$$9n + 2 \equiv 0 \pmod{67} \Rightarrow 9n \equiv -2 \pmod{67} \xrightarrow{\div 9} 3n \equiv -23 \pmod{67} \xrightarrow{\div 3} n \equiv -3 \pmod{67}$$

$$\Rightarrow n = 67k - 3.$$

جواب ۲ رقمی که برای n به دست می‌آید برابر ۳۷ است که به ازای n = ۱ حاصل می‌شود.

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹۳

$$168p + 1 = n^2 \quad n = 2k + 1 \text{ فرد است بنابراین}$$

$$168p = n^2 - 1 = (n - 1)(n + 1) = 2k(2k + 2) \Rightarrow 168p = 4k(k + 1) \Rightarrow 42p = k(k + 1)$$

K و K + 1 متوالیند بنابراین 42p را باید چنان تجزیه کنیم که حاصل ضرب دو عدد متوالی باشند (p اول است)

$$k(k + 1) = 42 \times p \Rightarrow p = 41, p = 43$$

$$k(k + 1) = 14 \times 3p \Rightarrow 3p = 15 \rightarrow p = 5 \rightarrow \text{عدد اول یافت می‌شود. ۴}$$

$$k(k + 1) = 21 \times 2p \Rightarrow 2p = 22 \rightarrow p = 11$$

$$p \times q = 50 = 5 \times 10 = 5 \times \binom{5}{2} \Rightarrow P = 5$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۱۹۴

$$k_p \text{ در } r \text{ تعداد دور به طول } r = \binom{p}{r} \frac{(r-1)!}{r} \Rightarrow \binom{5}{4} \times \frac{3!}{2} = 15$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. مجموعه‌ی داده شده را به شکل زیر دسته‌بندی می‌کنیم. ۱۹۵

$$\{(1, 23), (2, 22), (3, 21), \dots, (11, 13), 12\}$$

اگر ۱۳ عدد از این مجموعه انتخاب کنیم طبق اصل لانه کبوتر حداقل ۲ عدد مربوط به یک زوج مرتب هستند و حجم آن‌ها برابر ۲۴ است.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. تنیس چهار نفره یعنی دو تیم دو نفره بنابراین برای انجام یک بازی باید دو تیم (مدرسه) ۱۹۶

انتخاب شود که این عمل به $\binom{8}{2}$ طریق امکان‌پذیر است. چون در هر تیم دو بازیکن وجود دارد و این دو بازیکن از ۶

نفر هر مدرسه انتخاب شده است. پس داریم:

$$\text{حالت‌های ممکن انجام بازی} = \binom{8}{2} \binom{6}{2} \binom{6}{2} = 28 \times 15 \times 15 = 6300$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۱۹۷

$$[a, b] = \frac{a \times b}{(a, b)} \Rightarrow [231, a] = 231a \Rightarrow \begin{cases} (231, a) = 1 \\ a < 231 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد } a \text{ کوچکتر از } 231 = \varphi(231) = 231 \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{7}\right) \left(1 - \frac{1}{11}\right) = 120$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹۸

$$n(\overline{V \cap 11}) = n((V \cup 11)') = n(\text{کل} - n(V \cup 11)) = n(\text{کل}) - [n(V) + n(11) - n(V \cap 11)]$$

$$= 348 - [49 + 31 - 4] = 272$$



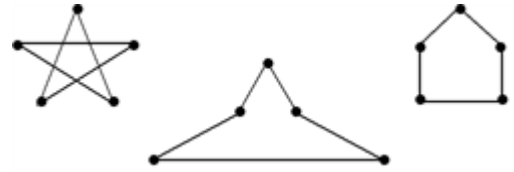
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۹۹

$$(11n + 2, 7n + 5) = d : \begin{matrix} d \mid 11n + 2 \\ d \mid 7n + 5 \end{matrix} \xrightarrow{\text{ترکیب خطی}} d \mid 41 : d = \begin{cases} 1 \\ 41 \end{cases}$$

یعنی d هیچ‌گاه برابر ۳ نمی‌شود پس n وجود ندارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۰۰

فرم کلی دورهای به طول ۵ در گراف به صورت‌های مقابل می‌باشد که تعداد آن‌ها ۷ تا است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۰۱

$$72x \equiv 1 \Rightarrow 216x \equiv 3 \xrightarrow{(216=7 \times 31)} -x \equiv 3 \Rightarrow x \equiv -3$$

$$x = 31K - 3 \quad 99 < 31K - 3 \leq 999 \Rightarrow 102 < 31K \leq 1002$$

۲۹ جواب صحیح برای K وجود دارد. $\Rightarrow 3 < K \leq 32$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۰۲

$$\left. \begin{matrix} A = 2^r \times 3^r \times 5^r \times 7^r \\ B = 2^0 \times 3^r \times 6^a \times 11 \end{matrix} \right\} \Rightarrow (A, B) = 2^r \times 3^r \times 5^{\min(a, r)}$$

تعداد مقسوم‌علیه‌های مشترک مثبت و غیر یک (A, B) برابر ۲۳ است و پس تعداد کل مقسوم‌علیه‌های مشترک مثبت

$$(3+1)(2+1)(\min\{a, 3\}+1) = 24 \quad \text{آن‌ها } 24 = 23 + 1 \text{ تا است و بنابراین:}$$

اگر $\min\{a, 3\} = 3$ نامساوی فوق برقرار نیست پس $\min\{a, 3\} = a = 1$ و بدین ترتیب داریم:

$$B = 2^0 \times 3^r \times 5 \times 11$$

$$[A, B] = 2^0 \times 3^r \times 5^r \times 7^r \times 11$$

$$(5+1)(4+1)(3+1)(2+1)(1+1) = 720$$

و تعداد تمام مقسوم‌علیه‌های مثبت ک.م.م برابر است با:

$$\left\{ \begin{matrix} N = P_1^{\alpha_1} \times P_2^{\alpha_2} \times \dots \times P_n^{\alpha_n} \\ \text{توجه: اگر} \\ \text{عدد اول } P_i \end{matrix} \right. \text{ باشد، آن‌گاه تعداد مقسوم‌علیه مثبت } N \text{ برابر است با:}$$

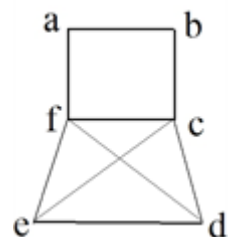
$$(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots (\alpha_n + 1)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۰۳

نمودار این گراف به صورت مقابل است که دارای دو دور به طول ۶ است.

$$a - b - c - d - e - f - a$$

$$a - b - c - e - d - f - a$$



۲۰۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد گوی‌های قرمز و سفید از ۶ کمتر است، پس باید کل این $۸ = ۵ + ۳$ گوی را ابتدا کنار بگذاریم. سپس باید از بین ۷ گوی آبی و ۹ گوی زرد حداقل به تعداد $۱۱ = ۱ + ۲(۶ - ۱)$ گوی خارج شود تا دست کم ۶ گوی هم‌رنگ شوند و بنابراین در کل حداقل $۱۹ = ۵ + ۳ + [۲(۶ - ۱) + ۱]$ گوی باید خارج کنیم تا دست کم ۶ گوی خارج شده هم‌رنگ باشند.

۲۰۵

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. کافی است عدد را به پیمانه‌ی ۵ و ۷ ببریم:

$$۳۵ = [۵, ۷]$$

$$A = ۶^{۶۰} + ۳^{۶۰} - ۲^{۶۰} \equiv ۱^{۶۰} + (-۲)^{۶۰} - ۲^{۶۰} = ۱$$

$$A = ۶^{۶۰} + ۳^{۶۰} - ۲^{۶۰} \equiv ۱ + ۱ - ۱ = ۱ \Rightarrow A \equiv ۱^{[۵, ۷]} : A \equiv ۱^{۳۵}$$

$$(a, ۷) = ۱ \xrightarrow[\text{فرد}]{\text{عدد اول}} a^{\frac{۷}{۲}} \equiv ۱ \Rightarrow a^{۶۰} \equiv ۱$$

می‌دانیم

۲۰۶

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد را d می‌نامیم. داریم:

$$\begin{cases} d \mid ۹۹n + ۲۲ \xrightarrow{\text{سمت راست } ۱۱ \times} d \mid ۹n + ۲ \\ d \mid ۹۹n + ۶۳ \xrightarrow{\text{سمت راست } ۹ \times} d \mid ۱۱n + ۷ \end{cases} \Rightarrow d \mid ۴۱ \Rightarrow d = ۱ \text{ یا } ۴۱$$

اما چون گفته شده دو عدد نسبت به هم اول نیستند، پس $d = ۴۱$. حالا چون م.م.ب برابر ۴۱ است هرکدام از دو عدد بر ۴۱ بخش‌پذیرند. مثلاً:

$$۹n + ۲ \equiv ۰ \Rightarrow ۹n \equiv -۲ \equiv ۳۹ \xrightarrow{\div ۳} n \equiv ۱۸ \Rightarrow n = ۴۱q + ۱۸$$

پس کوچک‌ترین مقدار n برابر ۱۸ است که در میان گزینه‌ها بر ۶ بخش‌پذیر است.

۲۰۷

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. عدد را x می‌نامیم. داریم:

$$x \equiv ۵^{۱۱} \quad x \equiv ۸^{۱۴} \quad x \equiv ۹^{۱۵}$$

$$\left. \begin{matrix} a \equiv b^m \\ a \equiv b^n \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \equiv b^{[m, n]} \quad \text{توجه:}$$

حاصل ۳ عدد را در ۳ پیمانه برحسب ۱ عدد می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x \equiv -۶^{۱۱} \\ x \equiv -۶^{۱۴} \\ x \equiv -۶^{۱۵} \end{cases} \Rightarrow x \equiv -۶^{۱۱, ۱۴, ۱۵}$$

$$\text{اما } ۱۱, ۱۴, ۱۵ = ۱۱, ۲ \times ۷, ۳ \times ۵ = ۲ \times ۳ \times ۵ \times ۷ \times ۱۱ = ۲۳۱۰$$

$$x \equiv -۶^{۲۳۱۰} \Rightarrow x = ۲۳۱۰q - ۶$$

کم‌ترین مقدار x زمانی است که q برابر یک باشد. بنابراین:

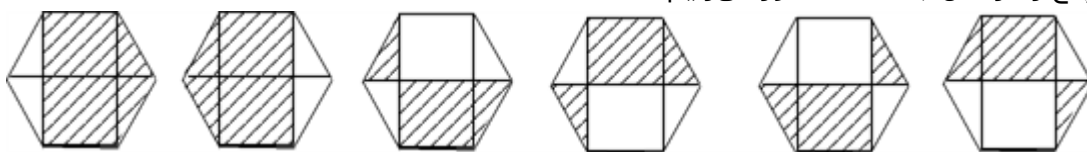
$$x_{\min} = ۲۳۰۴$$

حالا ۲۳۰۴ را تجزیه می‌کنیم تا ببینیم مضرب کدام گزینه است:

$$۲۳۰۴ = ۲^۸ \times ۳^۲$$

۲۰۸

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. هیچ راهی به‌جز شمارش نداریم. برای این‌که بهتر متوجه شوید همه‌ی دوره‌های به طول پنج را در شکل جداگانه هاشور می‌زنیم:



می‌بینید که شش دور به طول پنج وجود دارد.



گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. شما هر دوتایی مرتبی از عددهای صحیح در نظر بگیرید، در یکی از این ۴ دسته‌ی روبه‌رو قرار می‌گیرند:

حالا اگر دو زوج مرتب از یک دسته در نظر بگیرید، مجموع مؤلفه‌های اول آن‌ها هم‌چنین مجموع مؤلفه‌های دوم آن زوج می‌شود. مثال می‌زنیم تا بهتر بفهمید. از دسته‌ی اول دو زوج مرتب در نظر بگیرید. مثلاً $(۱, ۵)$ و $(۳, ۹)$ الان اگر مؤلفه‌های اول را با هم جمع کنیم داریم $(۴, ۱۴)$ که هر دو زوج‌اند. بنابراین اگر دو زوج مرتب از دسته‌ی اول یعنی دو زوج مرتب که هر دو مؤلفه‌ی آن فرد باشد را با هم جمع کنیم $a + c$ و $b + d$ هر دو زوج می‌شوند. در مورد دسته‌های دیگر هم همین‌طور است؛ یعنی اگر دو زوج مرتب از دسته برداریم مجموع مؤلفه‌ها زوج می‌شوند. در مورد دسته‌های دیگر نیز مثال می‌زنیم:

$$(۳, ۴), (۵, ۸) \oplus \Rightarrow (۸, ۱۲)$$

$$(۴, ۱), (۸, ۳) \oplus \Rightarrow (۱۲, ۴)$$

$$(۲, ۴), (۰, ۲) \oplus \Rightarrow (۲, ۶)$$

بنابراین اگر بخواهیم $a + c$ و $b + d$ هر دو زوج نشوند، در نهایت از هر دسته فقط می‌توان یک دوتایی مرتب برداشت و به محض این‌که زوج مرتب پنجم را برداریم از یکی از دسته‌ها دو زوج مرتب خواهیم داشت و در نتیجه اگر پنج دوتایی مرتب از عددهای صحیح انتخاب کنیم، دست کم دو تا از زوج مرتب‌ها وجود دارد که $a + c$ و $b + d$ هر دو زوج باشند.

مؤلفه‌ی دوم	مؤلفه‌ی اول	
فرد	فرد	(۱):
زوج	فرد	(۲):
فرد	زوج	(۳):
زوج	زوج	(۴):

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. می‌خواهیم ۲ ها یک در میان باشند، بنابراین عدد یا باید با ۲ شروع شود، به این صورت:

$$۲۰۲۰۲۰۲ \text{ مثل عدد } ۲۵۲۷۲۶۲ \text{ و یا با دو پایان پذیرد، به این صورت: } ۲۰۲۰۲۰۲ \text{ مثل عدد } ۵۲۷۲۶۲.$$

حُب در هر کدام از دو حالت، جای ۲ها ثابت است، اما رقم‌های دیگر می‌توانند با هم جابه‌جا شوند که می‌دانیم که جای گشت ۳ رقم برابر است با $۳! = ۶$ بنابراین $۶ \times ۲ = ۱۲$



گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم تابعی را پوشا می‌گویند که برد آن همه‌ی عناصر دامنه را پوشش دهد. مثلاً تابع $f = \{(1,1)(2,2)(3,3)(4,4)\}$ که از $A = \{1,2,3,4\}$ به $B = \{1,2,3\}$ تعریف شده است، پوشا است زیرا:

$$R_f = \{1,2,3,4\} = B$$

اما مثلاً $B \neq R_g = \{1,2\}$ پس زمانی تابع پوشا نیست که دست کم یکی از عناصر B یعنی ۱ یا ۲ یا ۳ در تابع نباشد. برای پیدا کردن تعداد توابع پوشا تعداد کل توابع را از توابع غیر پوشا کم می‌کنیم:

اگر A را مجموعه تابع‌هایی که در آن ۱ عضو برد تابع نیست، B را مجموعه تابع‌هایی که در آن ۲ عضو برد تابع نیست و C را مجموعه تابع‌هایی که در آن ۳ عضو برد تابع نیست فرض کنیم، تعداد تابع‌های غیرپوشا برابر است با:

$$|A' \cup B' \cup C'| = |A'| + |B'| + |C'| - |A' \cap B'| - |A' \cap C'| - |B' \cap C'| + |A' \cap B' \cap C'|$$

برای پیدا کردن تعداد کل توابع برای هر کدام از اعضای دامنه‌ی تابع با ۳ انتخاب مواجه هستیم. بنابراین تعداد کل توابع برابر است با $3^4 = 81$ اما برای پیدا کردن تعداد عضوهای A' ، می‌دانیم که ۱ نباید عضو برد تابع باشد، بنابراین برای هر کدام از عضوهای A' با دو انتخاب مواجه هستیم.

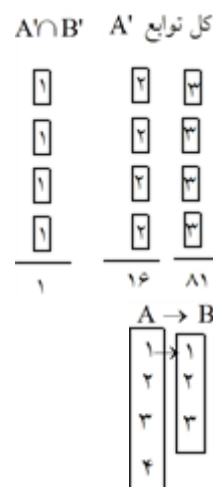
همین‌طور است تعداد عضوهای B' و C' اما برای پیدا کردن تعداد عضوهای $A' \cap B'$ برد تابع نه باید ۱ را داشته باشد و نه ۲ را. پس برای عضوهای $A' \cap B'$ فقط یک انتخاب داریم. همچنین $A' \cap B' \cap C'$ هیچ عضوی ندارد. داریم:

$$|A' \cup B' \cup C'| = 16 + 16 + 16 - 1 - 1 - 1 + 0 = 45$$

حالا این تعداد را از کل توابع کم می‌کنیم. $81 - 45 = 36$

روش دوم: می‌دانیم تابع f به صورت $f = \{(1,-)(2,-)(3,-)(4,-)\}$ خواهد بود و باید در برد تابع ۱، ۲، ۳ به کار رود تا تابع پوشا گردد، چون باید ۴ عضو در برد داشته باشد، خواهیم داشت:

$$1, 1, 2, 3 \Rightarrow \frac{4!}{2!} = 12 / 1, 2, 2, 3 \Rightarrow \frac{4!}{2!} = 12 / 1, 2, 3, 3 \Rightarrow \frac{4!}{2!} = 12 \xrightarrow{\text{مجموع}} (36)$$



گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اگر $(a,b) = d$ باشد $\left(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}\right)$ است. $\frac{a}{b}$ را برابر a' و $\frac{b}{a}$ را برابر b' فرض می‌کنیم.

دقت کنید که $(a', b') = 1$ ، در این صورت داریم:

$$[a, b] = a'b'd$$

در این صورت داریم:

$$a'b'd = d + 1 \Rightarrow a'b'd - d = 1 \Rightarrow d(a'b' - 1) = 1 \Rightarrow d = 1$$

$$\Rightarrow a'b' - 1 = 1 \Rightarrow a'b' = 2 \Rightarrow \begin{cases} a' = 2 \\ b' = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = 5$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. داریم $p^2 = 21 + q^2$ در نتیجه $(p - q)(p + q) = 21$. باتوجه به این‌که ضرب دو عدد برابر $21 = 3 \times 7$ شده‌است، دو حالت زیر به وجود می‌آید:

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad \begin{cases} p - q = 1 \\ p + q = 21 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} p = 11 \\ q = 10 \end{cases} \\ \text{ب)} \quad \begin{cases} p - q = 3 \\ p + q = 7 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} p = 5 \\ q = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

در حالت (الف) گراف می‌تواند هم‌بند یا ناهم‌بند باشد، اما در حالت (ب) گراف حتماً ناهم‌بند است. پس سؤال درست نیست. اما بهترین جواب گزینه‌ی ۳ است.



پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴

۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴

۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴

۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴
۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴

۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴
۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴
۱۸۱	۱	۲	۳	۴
۱۸۲	۱	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	۲	۳	۴
۱۸۴	۱	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	۲	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	۴
۱۸۷	۱	۲	۳	۴
۱۸۸	۱	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	۳	۴
۱۹۰	۱	۲	۳	۴
۱۹۱	۱	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	۴

۱۹۳	۱	۲	۳	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	۴
۱۹۵	۱	۲	۳	۴
۱۹۶	۱	۲	۳	۴
۱۹۷	۱	۲	۳	۴
۱۹۸	۱	۲	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	۳	۴
۲۰۰	۱	۲	۳	۴
۲۰۱	۱	۲	۳	۴
۲۰۲	۱	۲	۳	۴
۲۰۳	۱	۲	۳	۴
۲۰۴	۱	۲	۳	۴
۲۰۵	۱	۲	۳	۴
۲۰۶	۱	۲	۳	۴
۲۰۷	۱	۲	۳	۴
۲۰۸	۱	۲	۳	۴
۲۰۹	۱	۲	۳	۴
۲۱۰	۱	۲	۳	۴
۲۱۱	۱	۲	۳	۴
۲۱۲	۱	۲	۳	۴
۲۱۳	۱	۲	۳	۴



