

نام درس: ریاضی ۲

تاریخ امتحان:

ساعت امتحان:

مدت امتحان: دقیقه

اداره کل آموزش و پرورش
دیرستان
آزمون پایان ترم اول متوسطه دوم

نام و نام خانوادگی:

مقطع و رشته: یازدهم -

نام پدر:

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: صفحه

ردیف	سؤال	نمره
۱	در انتهای هر مورد از موارد زیر دو پاسخ نوشته شده است. پاسخ درست را انتخاب کنید. الف: شیب خط به معادله $kx + (k - 2)y = -3k$ برابر -2 است. در این صورت مقدار k کدام است؟ ($-4 / 4$) ب: قرینه‌ی نقطه‌ی $A(2, -3)$ ، نسبت به نیمساز ربع دوم و چهارم است؟ ($B(-2, 3) / B(3, -2)$)	۰/۵
۲	نقاط $A(3, 4)$ و $B(-2, 3)$ و $C(0, -1)$ سه رأس یک مثلث هستند. الف: اندازه‌ی میانه‌ی وارد بر ضلع BC را بدست آورید. ب: معادله‌ی میانه‌ی وارد بر ضلع BC را بنویسید.	۲
۳	بدون حل معادله، مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی $3x^2 + 5x - 1 = 0$ را بدست آورید.	۱
۴	نمودار مقابل، نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ می باشد. الف: تعداد ریشه‌های معادله‌ی $f(x) = 0$ بنویسید. ب: علامت a و b و c و Δ را تعیین کنید.	۱/۲۵
۵	معادله‌ی مقابل را حل کنید. $1 + \sqrt{x+2} = x - 3$	۱
۶	پاره خط AB به طول ۵ سانتی متر در نظر بگیرید. سپس نقاطی را تعیین کنید که از A به فاصله‌ی ۴ سانتی متر و از B به فاصله‌ی ۵ سانتی متر باشند. (مسئله چند جواب دارد؟)	۱
۷	در شکل مقابل، نقطه‌ی M روی نیمساز زاویه قرار دارد. اگر $MH = m^2 - 1$ و $MK = 35$ مقدار m را تعیین کنید.	۰/۷۵
۸	در شکل زیر $MN \parallel BC$ است. x و y را بیابید.	۲
۹	هر یک از اصطلاحات زیر را تعریف کنید. الف: استدلال استنتاجی ب: مثال نقض	۱

۱۰	قضیه‌ی زیر را در نظر بگیرید. الف : فرض و حکم این قضیه را تعیین کنید. ب : عکس این قضیه را بنویسید. ج : یک قضیه‌ی دو شرطی تشکیل دهید.	۱/۵
۱۱	در یک مثلث قائم الزاویه، اندازه‌ی ارتفاع وارد بر وتر برابر ۶ است. حاصل ضرب اندازه‌های دو قطعه‌ای که ارتفاع روی وتر تشکیل می‌دهد، را بدست آورید.	۰/۵
۱۲	جای خالی را در هر مورد کامل کنید. الف : نمودار هر تابع و معکوس آن نسبت به قرینه‌ی یکدیگرند. ب : برد تابع $f(x) = [x]$ مجموعه‌ی اعداد است.	۱
۱۳	معادله‌ی تابعی را بنویسید که دامنه‌ی آن $R - \{3\}$ باشد.	۰/۵
۱۴	نمودار تابع $f(x) = -2 + \sqrt{x+1}$ را رسم کنید.	۱
۱۵	تساوی دو تابع زیر را بررسی کنید. $f(x) = x^2 - 4 \quad \text{و} \quad g(x) = \frac{x^4 - 16}{x^2 + 4}$	۱
۱۶	ثابت کنید که تابع $f(x) = \sqrt{2x-3}$ معکوس پذیر است، سپس معکوس آن را بیابید.	۱/۵
۱۷	اگر $f(x) = x^2 + 5x + 6$ و $g(x) = x^2 + 3x$ ، تساوی‌های زیر را کامل کنید. الف) $(f+g)(x) =$ ب) $(\frac{f}{g})(x) =$	۱
۱۸	به هر یک از سؤالات زیر پاسخ کوتاه بدهید. الف) اندازه‌ی زاویه‌ای $\frac{2\pi}{3}$ رادیان است، اندازه‌ی این زاویه را بر حسب درجه بدست آورید. ب) اندازه‌های دو زاویه از یک مثلث برابر $\frac{2\pi}{3}$ و $\frac{\pi}{9}$ رادیان می‌باشند. اندازه‌ی زاویه‌ی سوم را تعیین کنید. ج) اندازه‌ی زاویه‌ای $\frac{6\pi}{5}$ رادیان است. انتهای کمان روبرو به این زاویه در کدام ربع دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد؟	۱/۵
۲۰	جمع	

موفق باشید.

الف ۴ + $\frac{-K}{K-2} = -2 \Rightarrow K = 2K - 4 \Rightarrow K = 4$ ✓
 ب ۱ $B(3, -2)$ در تقاطع نسبت به مبدأ ناحیه دوم چهارم فقط (α, β) به $(-\beta, -\alpha)$ تبدیل می شود.

الف ۲ ابتدا مختصات وسط ضلع BC را بدست آوریم.
 $M(-1, 1) \Leftarrow \begin{cases} x_M = \frac{-2+3}{2} = -1 \\ y_M = \frac{-1+3}{2} = 1 \end{cases}$

پس طول AM محاسبه شود:

$$AM = \sqrt{(3-(-1))^2 + (-2-1)^2} = 5 \quad \checkmark$$

ب ۱ با داشتن دو نقطه A و M معادله خط به سادگی بدست می آید.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-1}{3-(-1)} = \frac{3}{4} \rightarrow \text{معادله خط: } y = \frac{3}{4}x + \frac{7}{4} \quad \checkmark$$

۳ در معادله کلی $ax^2 + bx + c = 0$ (در صورتی که $\Delta > 0$ باشد):
 $S = \frac{-b}{a}$, $P = \frac{c}{a}$
 در معادله داده شده $\Delta > 0$ است. پس $S = -\frac{9}{3}$ و $P = \frac{14}{3}$

الف ۴ در ریشه دارد. زیرا دو بار محور x ها را قطع کرده است.

ب ۱ چون در ریشه دلرد $\Delta > 0$ است.

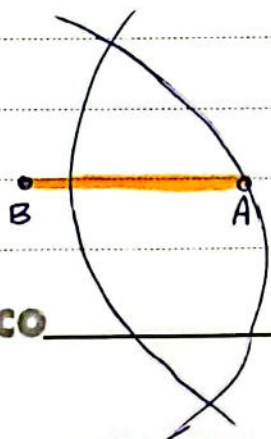
چون دهانه به سمت راست است $a < 0$ است.

چون عرض از مبدأ مثبت است $c > 0$ است.

چون مجموع ریشه ها منفی است پس $-\frac{b}{a} < 0$ است. لذا $b < 0$ است.

$$1 + \sqrt{x+2} = x-3 \Rightarrow \sqrt{x+2} = x-4 \xrightarrow{\text{برآورد}} x+2 = x^2 - 8x + 16 \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow x=7, x=2 \quad \checkmark$$



۵ نقاطی که از A به فاصله ۴ هستند روی محیط یک دایره به شعاع ۴ هستند.

برای B هم می شود دایره ای به شعاع ۵.

مسئله دو جواب دلرد. ✓

۷) اثبات می شود نقاطی که روی نیمساز یک زاویه قرار دارند، از دایره زایده به یک فاصله اند. یعنی طبق شکل $MH = MK$ است.

$$m^2 - 1 = 35 \Rightarrow m = \pm 4 \quad \checkmark$$

۸) چون $MN \parallel BC$ است، طبق قضیه تالس جزء به کل:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

$$\frac{3}{4+3} = \frac{y+1}{4y-2} = \frac{4x-7}{4x-7+5x+1} \Rightarrow y=8, x=4 \quad \checkmark$$

۹) استدلال استنتاجی: یک روش اثبات مستقیم با استفاده از قضایا و نتایجی که درستی آن ها قبلاً پذیرفته ایم.

مثال نقض: مثالی که نادرستی یک علم را تأیید می کند

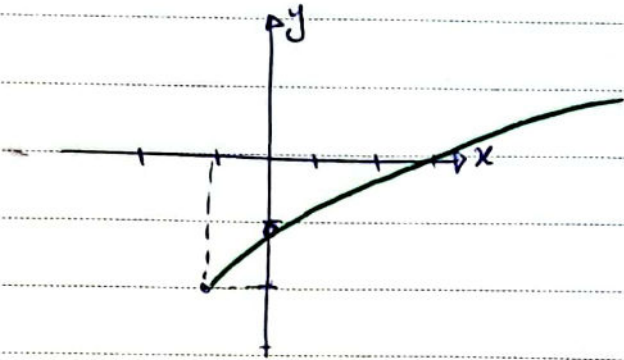
۱۰) الف) فرض: چهار ضلعی لوزی است. حکم: قطرهایش عمود میفکند و یکدیگر را نصف می کنند.
ب) اگر قطرهای یک چهار ضلعی عمود میفکند و یکدیگر را نصف می کنند، آن چهار ضلعی لوزی است.
ج) یک چهار ضلعی لوزی است اگر و تنها اگر قطرهای آن عمود میفکند و یکدیگر را نصف می کنند.

۱۱) می دانیم در یک مثلث قائم الزاویه، ارتفاع دارد بر وتر و اضلاع هندسی مقاطع ایجاد شده روی وتر است. پس حاصل ضرب آنها برابر با مربع ارتفاع یعنی $9^2 = 32$ است.

۱۲) الف) نیمساز ناحیه اول و سوم
ب) ص ۱ ص ۷ (۷)

(۱۳) پاسخ امر زیادی دارد. ساده ترین آن به صورت $g(x) = \frac{1}{x-3}$ است.
یا مثلاً $f(x) = \log\left(\frac{1}{x-3}\right)$

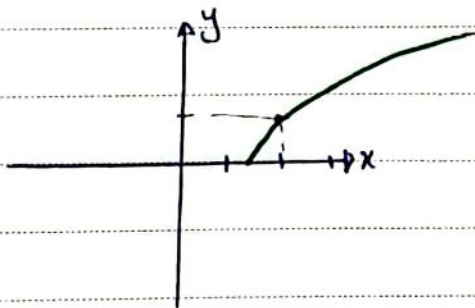
(۱۴) مراحل رسم: ابتدا تابع $y = \sqrt{x}$ را واحد به چپ می بریم سپس ۲ واحد شیب عمودی به پایین می دهیم.



نقاط $(3, 0)$ ، $(4, 1)$ و $(7, 2)$ روی نمودار باشند تا بهتر رسم شود.

(۱۵) مادی اند.
زیرا دامنه آنها برابر $\mathbb{R}$ است.
ضمناً ضابطه آنها طوری معادل هم است که فرجه ایشان مادی اند.

(۱۶) این تابع اکیداً صعودی است. لذا یک به یک است. در نتیجه وارون پذیر است.
یک به یک بودن آن را از روی نمودار هم می توانیم بینیم.



$$y = \sqrt{2x-3} \xrightarrow{\text{توان ۲}} y^2 = 2x-3$$

$$\Rightarrow x = \frac{y^2+3}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^2+3}{2} \quad \checkmark$$

$$\checkmark \text{ دامنه } [0, +\infty) = f(\mathbb{R}) = f^{-1}(\mathbb{R})$$

• $(f+g)(x) = x^2 + 5x + 4 + x^2 + 3x = 2x^2 + 8x + 4$ $D_{f+g} = \mathbb{R}$ (۱۷)

• $(\frac{f}{g})(x) = \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 3x} = \frac{(x+2)(x+3)}{(x+3)x} = \frac{x+2}{x}$ $D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{0, -3\}$

* یادآوری: دامنه توابع $f+g$ ، $f-g$ ، $f \times g$ برابر با « $D_f \cap D_g$ » است.
برای $\frac{f}{g}$ هم همان است. ریشه های g باید کم شود.

$\pi \text{ rad} \equiv 180^\circ \xrightarrow{\times \frac{2}{3}} \frac{2}{3}\pi \text{ rad} \equiv 120^\circ$ الف ۱

$\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{3} + \alpha = \pi \Rightarrow \alpha = \pi - \frac{\pi}{9} - \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{9}$ ب ۱

$\pi < \frac{4\pi}{5} < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$ ربع سوم است ج ۱