



www.sejall.ir

تست های طبقه بندی شده و فصل به فصل کنکور سراسری همراه با پاسخ کامل تشریحی

پایه تحصیلی : دوازدهم تجربی

نام درس : ریاضی ۳ تجربی فصل ۱ و ۲

نام آموزشگاه : سامانه جامع آزمونهای

الکترونیکی سجال sejall.ir

سوال ۲۶۴

ریاضی ۳ تجربی فصل ۱ و ۲

۱) معادله مثلثاتی $x^3 \cos + x^2 \cos = 0$ چند جواب در بازه $[\pi, 0]$ دارد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲) اگر $\alpha = 5/22$ درجه باشد، حاصل $\alpha^3 \tan - 1 = A$ کدام است؟

$1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$\sqrt{2} - 1$ (۳)

$\frac{\sqrt{2}}{2} - 1$ (۲)

$\sqrt{2} - 1$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۳) به ازای چند مقدار طبیعی از m ، تابع $f = \{(m - 10, 0), (13 + m^4, 1), (25, 2), (2 - m^3, 1), (-1, 2)\}$ صعودی است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴) اگر $f(x) = x - 2$ و $g(x) = \sqrt{3x + 1}$ باشد، به ازای کدام مقدار a ، توابع g و $g \circ f$ روی محور x ها متقاطع اند؟

-۳ (۴)

-۲ (۳)

-۱ (۲)

۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۵) اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x < 3 \\ x^3 - 1 & x \geq 3 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & x < -1 \\ x^3 - 1 & x \geq -1 \end{cases}$ باشد، مقدار $f \circ g \left(\frac{1}{2} \right)$ کدام است؟

-۴ (۴)

$\frac{7}{2} - 3$ (۳)

$\frac{13}{2}$ (۲)

۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶) مقدار عبارت $\frac{27 - x^5 + 2x^3 - 3x}{18 + x^2 - 2x}$ به ازای ریشه بزرگتر معادله $x^2 - 2x + 1 = 0$ کدام است؟

$5\sqrt{5}$ (۴)

$5\sqrt{10}$ (۳)

$5\sqrt{50}$ (۲)

$5\sqrt{5}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۷) اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x < 2 \\ x^3 - 1 & x \geq 2 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} x^4 + 1 & x < 4 \\ x^4 - 1 & x \geq 4 \end{cases}$ باشد، مقدار $f \circ g(-4)$ کدام است؟

۵ - (۴)

-۱۵ (۳)

۹ (۲)

۱۹ (۱)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۴ تیرماه

www.sejall.ir

تست های طبقه بندی شده و فصل به فصل کنکور سراسری همراه با پاسخ کامل تشریحی



۸ اگر $\alpha = 5/22$ درجه باشد، حاصل $\tan(\alpha\gamma) + 1 = A$ کدام است؟

- ۱ $\frac{\sqrt{2}}{2} - 1$ ۲ $\sqrt{2} - 1$ ۳ $1 - \sqrt{2}$ ۴ $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۴ تیرماه

۹ به ازای چند مقدار صحیح از m ، تابع $f = \{(2-m, 3), (10, 10), (3+m^2, 2), (m-4, 5-)\}$ نزولی است؟

- ۱ ۴ ۲ ۵ ۳ ۶ ۴ ۷

سراسری-تجربی-۱۴۰۴ تیرماه

۱۰ تابع $y = \sqrt[3]{bx+a} \sqrt{\frac{x}{|x|}}$ و وارون آن از نقطه $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$ می‌گذرند. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{3}$ ۲ -۳ ۳ $\frac{1}{2}$ ۴ -۱

سراسری-تجربی-۱۴۰۴ تیرماه

۱۱ فرم کلی جواب‌های معادله $\sin = x^2 \cos$ به کدام صورت است؟ $(Z \ni k)$

- ۱ $\pi \pm k\pi^2$ ۲ $\frac{\pi}{3} \pm k\pi^2$ ۳ $\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi^2}{3}$ ۴ $\pi + \frac{k\pi}{3}$

سراسری-تجربی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۲ وارون تابع $y = \sqrt{x} + \sqrt{ax-b}$ خط $y = 4 - x$ را در نقطه $(1, a)$ قطع می‌کند. مقدار $b - a$ کدام است؟

- ۱ -۲ ۲ -۴ ۳ ۲ ۴ ۴

سراسری-تجربی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۳ نمودار تابع $y = \sqrt{x^2 - 3}$ را ابتدا یک واحد در امتداد محور x ‌ها در جهت منفی و سپس قرینه آن نسبت به محور x ‌ها

را ۵ واحد در امتداد محور y ‌ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. طول نقطه برخورد نمودار تابع جدید با تابع ثابت

$f(x) = \frac{y}{x}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{2}$ ۲ $\frac{1}{4}$ ۳ $\frac{1}{8}$ ۴ $\frac{1}{16}$

سراسری-تجربی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۴ اگر $\alpha^2 \sin^2 > \alpha \cot \gamma$ و $\alpha < 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟

- ۱ اول ۲ دوم ۳ سوم ۴ چهارم

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۵ اگر $f(x) = \begin{cases} 1-x & 0 \leq x \leq 2 \\ x-1 & x > 2 \end{cases}$ باشد، معادله $f \circ f(x) = 0$ چند ریشه دارد؟

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۶ دوره تناوب $f(x) = \frac{1}{\gamma} \sin^3 \frac{\pi}{a} x$ برابر $\frac{\pi}{\gamma}$ است. دوره تناوب تابع $f(x^2)$ کدام است؟

۱ ۱

۱۷) معادلهٔ مثلثاتی $x^2 \cos^2 = 1 + x \sin$ در بازه $[\pi/2, 0]$ چند جواب دارد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۸) در یک مستطیل، جذر مساحت، نصف طول قطر است. اگر B و C دو زاویه ایجاد شده در یک طرف قطر باشد، مقدار تانژانت $(C - B)$ کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۹) برد تابع $y = f(x)$ و $y = kf(x)$ برابر $[c, b]$ است. اگر $a^2 - a^3 + 3 = k$ باشد، حاصل ضرب مقادیر a کدام است؟

۱ (۴)

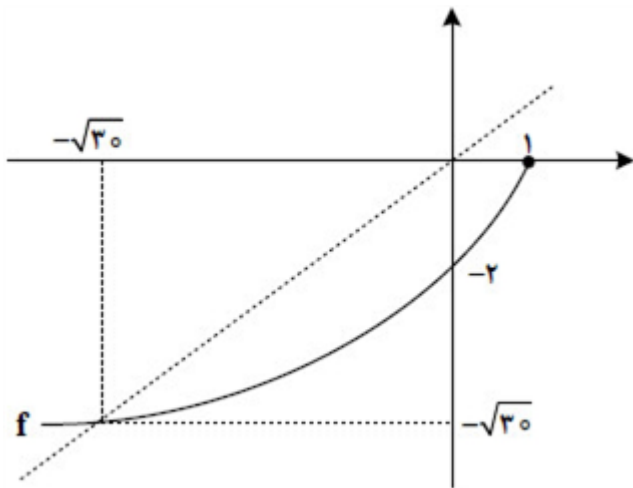
۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۰) شکل مقابل، نمودار تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f(x)}{x - f + 1}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (بیش از ۷)

۴ (۷)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۱) مجموع جواب‌های معادله $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0$ در بازه $(0, \pi/2)$ کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۲) اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع $y = ax^2 + x - 1$ در آن اکیداً صعودی است، بازه $[-7, \infty)$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

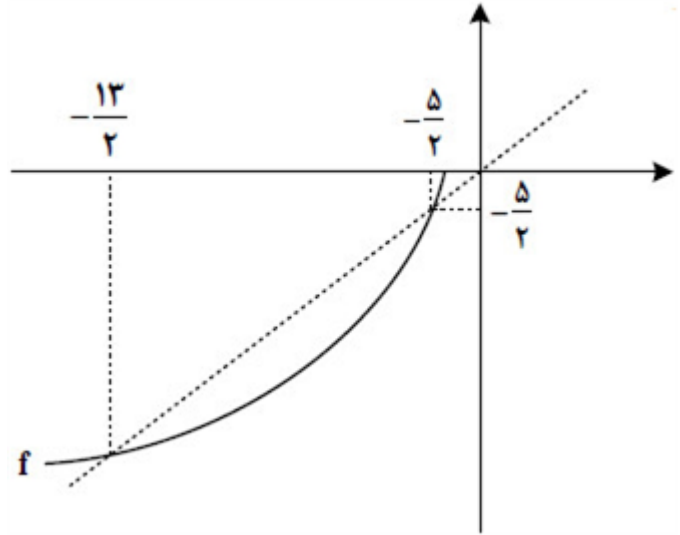
۳ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی



۲۳ شکل زیر، نمودار تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{(x)^{1-f}}{(x)^{1-f} - x}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۲۴ دوره تناوب $f(x) = \frac{1}{y} \sin \frac{x^2}{a} - \frac{\pi}{3}$ برابر $\frac{\pi}{3}$ است. دوره تناوب $y = a \cos x$ کدام است؟

- ۱ (۱) π^3 ۲ (۲) π^4 ۳ (۳) π^6 ۴ (۴) π^{12}

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۲۵ اختلاف جواب‌های معادله مثلثاتی $x^2 \cos = x \sin^3 - 1$ که در بازه $[0, \pi]$ قرار دارند، کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{\pi^5}{6}$ ۲ (۲) $\frac{\pi}{3}$ ۳ (۳) $\frac{\pi}{6}$ ۴ (۴) $\frac{\pi^2}{3}$

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۲۶ تعداد جواب‌های معادله $\cos \left(\frac{\pi}{4} - x^2 \right) + \cos \left(\frac{\pi}{4} + x \right) = 0$ در بازه $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۲۷ نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{x+1}}$ در چند نقطه تابع وارون خود را قطع می‌کند؟

- ۱ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۲۸ اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع $y = -x^5 + ax - 8$ در آن اکیداً صعودی است، بازه $(-\infty, 5/2]$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟

- ۱ (۱) $75/13$ ۲ (۲) $25/14$ ۳ (۳) $25/23$ ۴ (۴) $75/24$

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۲۹ معادله مثلثاتی $x^2 \sin - x^2 \cos^4 = 0$ چند جواب در بازه $(-\pi, \pi)$ دارد؟

- ۱ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷ (۵)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت



۳۰ اگر $y = \frac{2+x}{4} - \frac{1+x\sqrt{1+x}}{2}$ و $0 \leq x$ ، ضابطه تابع وارون $y = \sqrt{a+x} + \bar{x}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۹

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۳۱ اگر $f = \left\{ \left(3, \frac{1}{4} \right), \left(3, \frac{1}{4} \right), \left(1, \frac{1}{3} \right), \left(1, \frac{1}{9} \right) \right\}$ و $g(x) = \bar{x}\sqrt{|x|}$ و $f \circ g(a) = 3$ باشد، مقدار a کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{9}$ ۲) $\frac{1}{9}$ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{1}{8}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۳۲ مجموع جواب‌های معادله $x^2 \sin + x^2 \cos = 0$ در بازه $[\pi, \pi^3]$ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) π ۳) π^3 ۴) π^4

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۳۳ به ازای کدام مقدار a ، نمودار تابع وارون $f(x) = x^3 + x^2 + ax + 1$ خط $10 - x = y$ را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع می‌کند؟

- ۱) ۱۵ ۲) ۱۲ ۳) ۹ ۴) ۵

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۳۴ مقدار غیرصفر حد $\lim_{1 \rightarrow x} \frac{b - \sqrt[3]{x} - 2\sqrt{b}}{b + ax}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{6}$ ۴) $\frac{1}{6}$

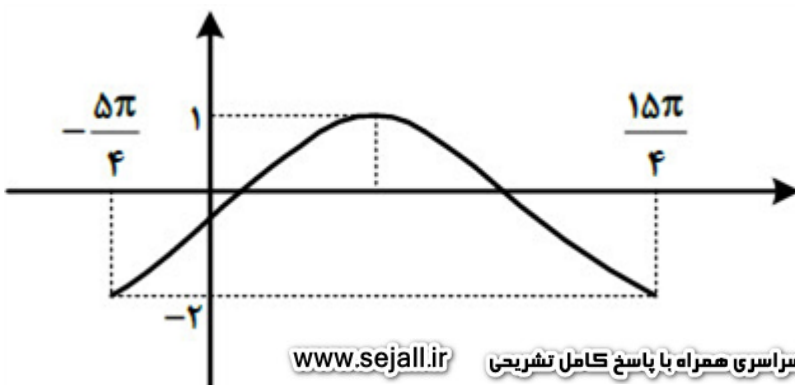
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۵ اگر اختلاف جواب‌های غیرصفر معادله $\left(\frac{x^4 + \pi}{2} \right) \cot g = \left(\frac{x^8 + \pi}{2} \right) \cos$ در بازه $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right]$ برابر a باشد، مقدار $\cos(a^3)$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ۲) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ۴) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۶ شکل زیر، نمودار تابع $y = \sin a + \left(bx - \frac{\pi}{4} \right)^2$ در یک بازه تناوب را نشان می‌دهد. مقدار ab کدام است؟



www.sejall.ir

تست های طبقه بندی شده و فصل به فصل کنکور سراسری همراه با پاسخ کامل تشریحی

- ۱) ۳٪ ۲) ۳٪ ۳) ۶٪ ۴) ۶٪



۳۷ تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} & 0 \leq 5 - x^2 \\ 2x^2 - ax + 21 & 0 > 5 - x^2 \end{cases}$ روی دامنه تعریف خود، وارون پذیر است. اگر f^{-1} وارون تابع f به ازای

بزرگ ترین مقدار صحیح a باشد، مقدار $f^{-1}(3)$ کدام است؟

۱ (۴)

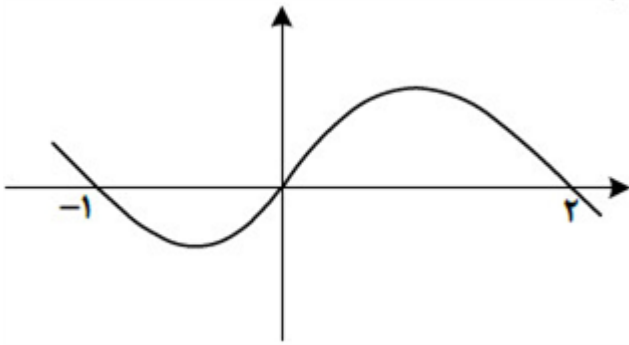
۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۳۸ شکل مقابل، نمودار $f(x) = (2-x)g(x)$ را نشان می دهد. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{(x-1)f}{(1+x)f}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



۴ (۴) بیش از ۴

۳ (۳) صفر

۲ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۳۹ در معادله مثلثاتی $\sqrt{3}\cos x - x\sin x = \left(\frac{\pi}{6} + x^2\right)\sin m + x\cos\sqrt{3}$ اگر $1 = \left(\frac{\pi}{6} - x\right)\sin \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، مقدار m کدام است؟

۳ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۰ در یک مثلث، زاویه بین دو ضلع با اندازه های ۵ و ۱۲ برابر α است. اگر مساحت این مثلث ۱۵ باشد، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار α کدام است؟

۴ (۴) $\frac{\pi}{4}$

۳ (۳) $\frac{\pi}{2}$

۲ (۲) $\frac{\pi}{3}$

۱ (۱) $\frac{\pi}{3}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۱ وارون تابع $f(x) = \sqrt{1 - mx}\sqrt{x} = \sqrt{1 - mx}\sqrt{x}$ در دامنه محدود، خط $5y - x = 12$ را در نقطه ای به عرض $\frac{2}{7}$ قطع می کند. مقدار $f\left(\frac{4}{m}\right)$ کدام است؟

۲ (۴) $15\sqrt{2}$

۴ (۳) $15\sqrt{4}$

۴ (۲) $3\sqrt{4}$

۲ (۱) $3\sqrt{2}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۲ مقدار غیرصفر حد $\lim_{x \rightarrow x} \frac{bx - \sqrt{x^3 + 2}\sqrt{b}}{b - ax}$ کدام است؟

۴ (۴) $\frac{1}{24}$

۳ (۳) $\frac{1}{48}$

۲ (۲) $\frac{1}{6}$

۱ (۱) $\frac{1}{12}$

سراسری - تجربی - ۱۴۰۲ تیرماه



۴۳ تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 - 2 & x^2 + 3 \geq 0 \\ x^2 - mx + 2 & x^2 + 3 < 0 \end{cases}$ روی دامنه تعریف خود، وارون پذیر است. اگر f^{-1} وارون تابع f به ازای مقدار

صحیح m باشد، مقدار $f^{-1}(-19)$ کدام است؟

- ۱ ۳ ۲ ۲ ۱ ۳ ۴ ۴

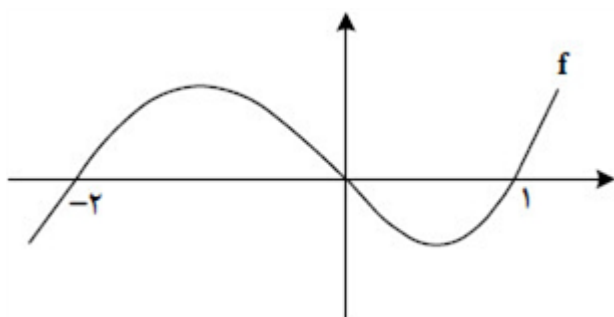
سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۴۴ اگر $f(x) = x - [x]^2$ و $g(x) = [(x)f + x]$ باشد، $g \circ f\left(\frac{5}{3}\right)$ کدام است؟

- ۱ ۴ ۲ -۴ ۳ -۶ ۴ ۶

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۴۵ نمودار مقابل، تابع f را نشان می دهد. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{f(x)}{(x+2)f}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



- ۱ ۳ ۲ ۶ ۳ ۴ ۴ ۵

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۴۶ تابع f اکیداً نزولی و دامنه آن مجموعه ای از مقادیر منفی است. اگر $f(m^2 - 3m + 3) > f(5 - m - m^2)$ باشد، m دارای چند مقدار صحیح است؟

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۴۷ در معادله مثلثاتی $m(\sin x - \cos x) = \sqrt{3} \sin 6x - \sqrt{3} \cos 6x$ اگر $\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، مقدار m کدام است؟

- ۱ -۶ ۲ -۳ ۳ ۶ ۴ ۳

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۴۸ وارون تابع $f(x) = \sqrt{1 - mx\sqrt{2}} - x\sqrt{2}$ در دامنه محدود، خط $y = x - 12$ را در نقطه ای به عرض ۱۰ قطع می کند. مقدار $f(4 + m)$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{2}$ ۲ $\frac{1}{4}$ ۳ ۲ ۴ ۱

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۴۹ در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x\left(\frac{1}{y}\right) - x_y}{x\left(\frac{1}{y}\right) + x_y}$ مقدار $f\left(\frac{1}{y}\right)$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{4}$ ۲ $\frac{1}{2}$ ۳ $\frac{1}{3}$ ۴ $\frac{1}{\sqrt{3}}$



۵۰ معادله مثلثاتی $x \cot g = x^2 \tan g$ در بازه $[\pi, \pi -]$ چند جواب دارد؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۵۱ اگر $\frac{4}{3} = \alpha \cot g - \alpha \tan g$ باشد، مقدار $\alpha^2 \tan g$ کدام است؟

$\frac{2}{3} -$ (۴)

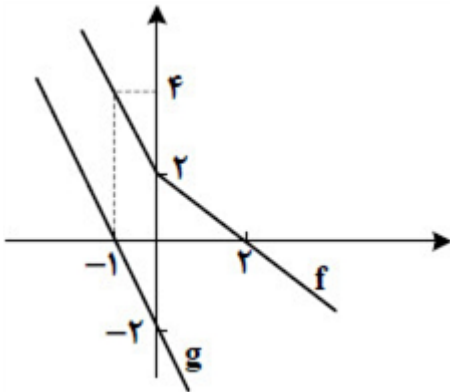
$\frac{3}{2} -$ (۳)

$\frac{3}{2} -$ (۲)

$\frac{2}{3} -$ (۱)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۵۲ با توجه به نمودارهای f و g در شکل مقابل، حاصل $f \circ g + g \circ f$ چقدر است؟



-۱۰ (۴)

-۱۲ (۳)

-۱۴ (۲)

-۱۶ (۱)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۵۳ اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = \frac{x}{|x|+1}$ باشد، حاصل $g\left(\frac{5}{9}\right) + g\left(\frac{3}{7}\right)$ کدام است؟

$\frac{1}{3} -$ (۴)

$\frac{11}{28} -$ (۳)

$\frac{19}{20} -$ (۲)

$\frac{1}{2} -$ (۱)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۵۴ تابع $f(x) = \sqrt[3]{(5+x^2)} - \sqrt[3]{(2-x^5)}$ در یک بازه نزولی است. ضابطه f^{-1} در این بازه، کدام است؟

$\frac{2}{5} \leq x, \frac{7}{3} + x\frac{1}{3} = (x)^{1-f}$ (۲)

$\frac{29}{5} \geq x, \frac{7}{3} + x\frac{1}{3} = (x)^{1-f}$ (۱)

$\frac{2}{5} \leq x, \frac{7}{3} - x\frac{1}{3} = (x)^{1-f}$ (۴)

$\frac{29}{5} \geq x, \frac{7}{3} - x\frac{1}{3} = (x)^{1-f}$ (۳)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۵۵ معادله $x^2 \cos \frac{1}{x} = x^2 \sin \frac{1}{x} + x \cos x \sin x$ در بازه $[\pi, \pi -]$ ، چند جواب دارد؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱



۵۶ تابع با ضابطه $y = |x^2 + 2| - \left| 2 - \frac{x}{2} \right|$ در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه، کدام است؟

۲ $\frac{5}{2} - \leq x, \frac{1}{3} + x \frac{2}{3} -$

۱ $\frac{5}{2} - \leq x, \frac{1}{3} - x \frac{2}{3} -$

۴ $\frac{3}{2} - \leq x, \frac{1}{3} + x \frac{2}{3} -$

۳ $\frac{3}{2} - \leq x, \frac{1}{3} - x \frac{2}{3} -$

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۵۷ برای رسم نمودار تابع $y = \frac{1}{x^2} - |1 + x^2|$ به کمک نمودار $y = |x|$ ، کدام مورد برای کامل کردن جمله زیر، مناسب است؟
«ابتدا نمودار تابع قدرمطلق را $\frac{1}{x^2}$ واحد به سمت جابه‌جا کرده و سپس قرینه آن را نسبت به محور رسم می‌کنیم.»

۴ پایین - y ها

۳ بالا - y ها

۲ راست - x ها

۱ چپ - x ها

سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱

۵۸ اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + 1 - \sqrt{2}x$ ، $1 \leq x$ باشد، $(gog)(1)$ کدام است؟

۴ صفر

۳ ۹

۲ ۴

۱ ۱

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۵۹ تابع $f(x) = mx^2 - nx + k$ در هر بازه، هم صعودی و هم نزولی است. اگر مجموعه زیر، تابع باشد، مقدار $f(\sqrt{5})$ کدام است؟
 $\{(1 + k^2, 2 + k^3), (1 - m^2 + m^3, 1 - n), (k, 0), (1 - n, m)\}$

۴ $\sqrt{5}$

۳ ۱

۲ $-\sqrt{5}$

۱ -۱

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۶۰ مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos\left(x + \frac{\pi}{17}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{17}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ در بازه $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ کدام است؟

۴ $\frac{\pi}{4}$

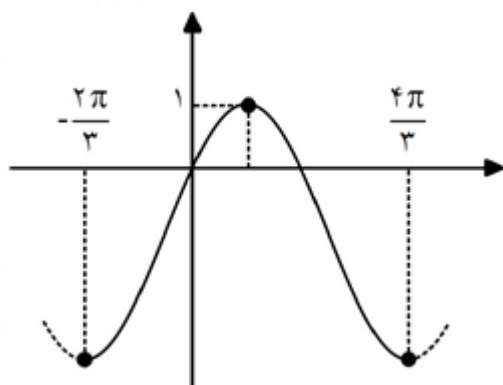
۳ $\frac{\pi}{3}$

۲ $\frac{\pi}{3}$

۱ $\frac{\pi}{2}$

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۶۱ شکل مقابل، قسمتی از نمودار $y = \cos b + a = \cos\left(\frac{\pi}{3} - cx\right)$ را نشان می‌دهد. مقدار $b(a - c)$ کدام است؟



۴ ۶

۳ ۴

۲ ۳

۱ ۲

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱



۶۲ نمودار $f(x) = 2 + 2^{ax-b}$ نمودار تابع $g(x) = x^2 - x^3 + 8$ را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند. اگر $f^{-1}(10) = 1-$ باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) -۲

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۶۳ توابع $f(x) = \text{Log}(5 - x^2)$ و $g(x) = \sqrt{4 - x^2} + x$ را در نظر بگیرید. اگر نمودار $g^{-1} \circ f^{-1}(x)$ محور y ها را در α قطع کند، مقدار α کدام است؟

- ۱) $\sqrt{2} - 4$ ۲) $\sqrt{3} - 4$ ۳) $\sqrt{2} + 4$ ۴) $\sqrt{3} + 4$

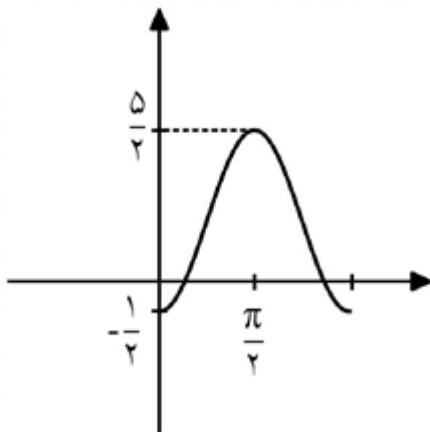
سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۶۴ تعداد جواب‌های معادله $1 = \left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right)$ در بازه $[0, \pi]$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۵ شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع $y = b \cos a + c$ را نشان می‌دهد. مقدار ac کدام است؟



- ۱) ۵- ۲) -۳ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۶ اگر $10 = (x \cos + x \sin) \sqrt{6} = \tan x$ مقدار $\tan x$ کدام عدد می‌تواند باشد؟

- ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) -۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۷ وارون تابع $y = -x^3 + x^2 - 11$ از کدام نقطه عبور می‌کند؟

- ۱) (۹, ۲-) ۲) (۲, ۳۱-) ۳) (۱-, ۱۰) ۴) (۱۲-, ۱-)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۸ نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱ واحد در جهت مثبت و سپس قرینه آن نسبت به محور x ها را در امتداد محور y ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه‌های برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

- ۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{10}}{2}$



۶۹) باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $p(x) = x^2 + x^4 + 5$ برابر $x + 2$ است. اگر $f(1) = 13$ و $f(-1) = 11$ باشد، خارج قسمت این تقسیم کدام مورد می‌تواند باشد؟

- ۱) $2 + x$ ۲) $1 - x^2$ ۳) $2 - x^3$ ۴) $3 + x^2 - x^3$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۰) مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 1$ در بازه $[0, \pi/2]$ کدام است؟

- ۱) $\frac{\pi}{2}$ ۲) $\frac{\pi^3}{2}$ ۳) $\frac{\pi}{4}$ ۴) $\frac{\pi 5}{4}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۱) اگر انتهای کمان x در ربع سوم و $4 = \frac{x \sin - 1}{x \sin + 1}$ باشد، مقدار صحیح $\tan \frac{x}{2}$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۳ ۴) -۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۲) فاصله نقطه تقاطع تابع $y = x^3 + x^2 - 12$ با وارون خود، از مبدأ مختصات کدام است؟

- ۱) $3\sqrt{2}$ ۲) $3\sqrt{3}$ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{3}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۳) تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos x - x \tan x = 1$ در بازه $[0, \pi/2]$ کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۷۴) اگر $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ و $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{m-1}{m+2}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

- ۱) $(1, 2)$ ۲) $(1, 2)$ ۳) $(2, 1)$ ۴) $(2, 1)$

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۷۵) تابع $f(x) = (x^2 + 9 - k)x^3 + 5$ اکیداً نزولی است. مجموع مقادیر صحیح k چقدر است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۶

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۷۶) اگر $gof(x) = x^2 + 11$ و $f(x) = x^2$ باشد، کمترین مقدار $g(7 - x)$ چقدر است؟

- ۱) ۳ ۲) ۷ ۳) ۹ ۴) ۱۱

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

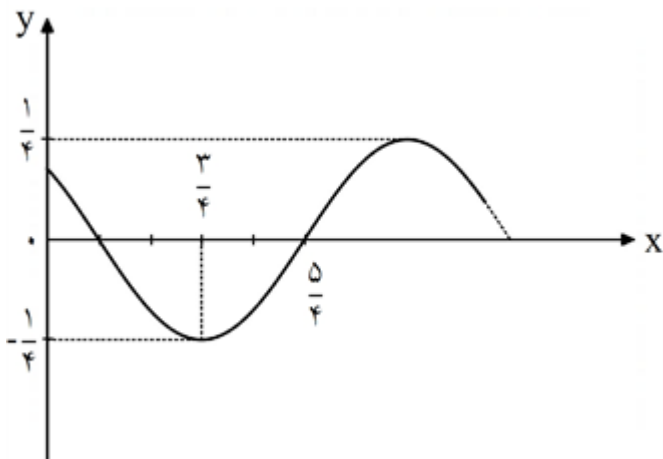
۷۷) نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^4 - x^2$ را در امتداد محور x ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $5\sqrt{2}$ ۴) $10\sqrt{2}$

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱



۷۸ شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع $(c + bx)\cos a = (x)f$ را نشان می‌دهد. اگر $0 < b$ و $0 < c < \pi$ باشد، مقدار $\frac{ac}{b}$ کدام است؟



۴ π

۳ $\frac{1}{\pi^4}$

۲ ۱

۱ $\frac{1}{16}$

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۷۹ اگر $f(x) = \frac{x^2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-x^3}$ باشد، حاصل $f \circ f \circ f \circ f$ کدام است؟

۴ $\frac{1}{2}$

۳ ۲

۲ $\sqrt[3]{2}$

۱ $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۸۰ تابع $f(x) = x\sqrt[3]{x}$ در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه، کدام است؟

۴ $x\sqrt[3]{x} \leq 0$

۳ $x\sqrt[3]{x} \leq 0$

۲ $x\sqrt[3]{x} \geq 0$

۱ $x\sqrt[3]{x} \geq 0$

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۸۱ فرض کنید $f(x) = (x-1)x$ و $g(x) = (x-1)x$. تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $g \circ f$ ، کدام است؟

۴ ۳

۳ ۲

۲ ۱

۱ صفر

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۸۲ تابع $y = x^2 + |x|$ را ۳ واحد در امتداد محور x ها در جهت منفی و سپس در امتداد محور y ها ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. منحنی حاصل، محور x ها را با کدام طول، قطع می‌کند؟

۴ $\frac{7}{2}$

۳ $\frac{5}{2}$

۲ $\frac{3}{2}$

۱ $\frac{5}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۸۳ فرض کنید M نقطه‌ی تلاقی منحنی $y = \sqrt{x-3} - 1$ با تابع وارون خود باشد. فاصله‌ی نقطه‌ی M از مبدأ مختصات، کدام است؟

۴ $\sqrt[3]{2}$

۳ ۳

۲ $\sqrt[3]{2}$

۱ $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$



۸۴

تابع متناوب $f(x) = \begin{cases} x & 1 \geq x \geq 0 \\ x-2 & x > 1 \end{cases}$ را که دوره‌ی تناوب آن ۲ است، در نظر بگیرید. مساحت ناحیه‌ی محصور به

منحنی f و محور x ها در بازه‌ی $[-\frac{25}{3}, \frac{75}{3}]$ ، کدام است؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) $\frac{5}{3}$

۴) ۴

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۸۵

فرض کنید زاویه‌ی α در ناحیه‌ی چهارم مثلثاتی و $\cos(\alpha) = \frac{2}{3}$ باشد.

حاصل عبارت $\frac{(\pi - \alpha)\sin - \left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)\sin}{|1 - (\alpha)^2 \tan|}$ ، کدام است؟

۱) $\frac{(\sqrt{5}-2)^4}{3}$ ۲) $\frac{(\sqrt{5}-2)^4}{3}$ ۳) $\frac{(\sqrt{5}-2)^4}{3}$ ۴) $\frac{(\sqrt{5}+2)^4}{3}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۸۶

فرض کنید $f(x) = \begin{cases} 1-x & 1 > x \\ 1-x & 1 \geq x \geq -1 \\ x-1 & 1 < x \end{cases}$ و $g(x) = x^2 - 1$. ماکزیمم مقدار تابع $f \circ g$ - کدام است؟

۱) -۱

۲) صفر

۳) $\frac{1}{2}$

۴) ۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۸۷

نمودار منحنی $y = \sqrt{x+3}$ را k واحد در راستای قائم چنان انتقال می‌دهیم، که منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کند. سپس منحنی حاصل را نسبت به محور x ها قرینه کرده و ۴ واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال می‌دهیم. کدامیک از نقاط زیر روی نمودار منحنی به دست آمده، قرار دارد؟

۱) $(0, \sqrt{5}-1)$ ۲) $(0, \sqrt{5}-)$ ۳) $(\sqrt{5}-1, 0)$ ۴) $(\sqrt{5}-, 0)$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۸۸

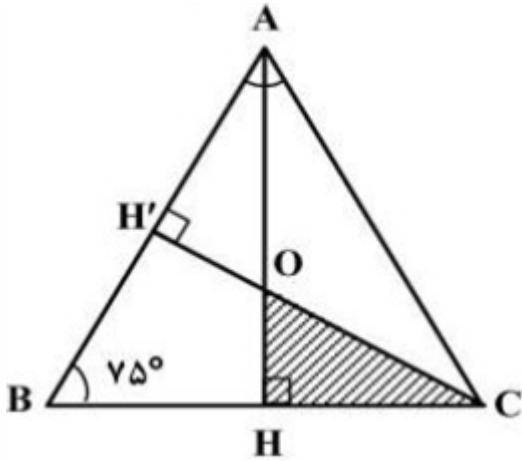
ساده شده‌ی عبارت $\frac{(\theta)\cos + 1}{(\theta)\sin} + \frac{(\theta)\sin}{(\theta)\cos - 1}$ ، کدام است؟

۱) $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ ۲) $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ ۳) $\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$ ۴) $\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی



۸۹ در شکل زیر مثلث ABC متساوی الساقین و طول ساق AC برابر ۶ است. مساحت مثلث OHC، کدام است؟



۴ $\frac{9}{(\sqrt[3]{4+7})^2}$

۳ $\frac{18}{\sqrt[3]{4+7}}$

۲ $\frac{4}{3}$

۱ $\frac{2}{3}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۹۰ فرض کنید $g(x) = \begin{cases} 1 & x < 0 \\ x & x = 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$ و $f(x) = x^2 - 1$. تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $g \circ f$ ، کدام است؟

۴ ۳

۳ ۲

۲ ۱

۱ صفر

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۹۱ قرینه‌ی نمودار تابع $y = \sqrt{1-x} + 2$ را نسبت به خط $x = y$ رسم کرده و سپس نمودار حاصل را ۲ واحد در جهت مثبت محور x ها و ۳ واحد در جهت منفی محور y ها انتقال می‌دهیم و آن را $g(x) = y$ می‌نامیم. مقدار $g(4)$ کدام است؟

۴ -۴

۳ -۲

۲ -۳

۱ ۳

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۹۲ تعداد جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $(x)^2 \cos(x) - (x)^2 \sin(x) = 1$ ، در فاصله‌ی $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

۴ ۶

۳ ۵

۲ ۳

۱ ۱

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۹۳ ابتدا قرینه‌ی نمودار تابع $f(x) = (1-x)^2$ را نسبت به مبدأ مختصات رسم کرده، سپس منحنی حاصل را ۴ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. طول نقاط تلاقی منحنی اخیر با منحنی اصلی، کدام است؟

۴ ۱، -۲

۳ ۱، -۱

۲ ۱، -۱

۱ ۲، ۰

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۹۴ با فرض $f(x) = x^2 - 9 + x^4$ و $g(x) = \frac{x-3}{x}$ ، حاصل $(f^{-1} \circ g^{-1})(9)$ ، کدام است؟

۴ ۶

۳ ۵

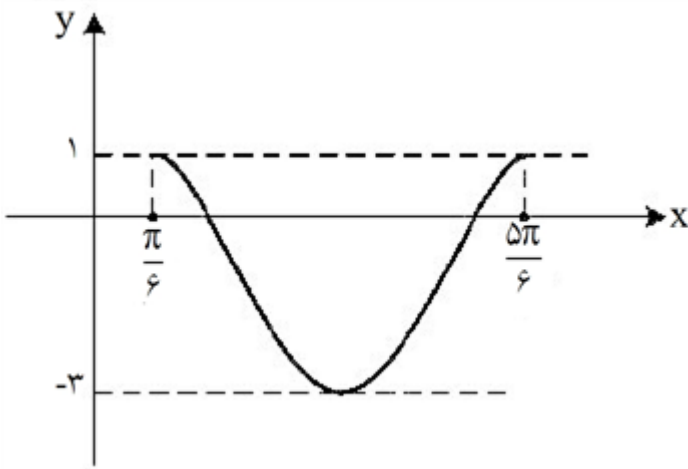
۲ ۴

۱ ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



۹۵ شکل زیر، نمودار تابع $y = \sin a + (bx)c$ ، در یک بازه‌ی تناوب است. مقادیر b و c ، کدام‌اند؟



۱- = c, $\frac{3}{2} = b$ (۴)

۲- = c, $\frac{3}{2} = b$ (۳)

۲- = c, ۳ = b (۲)

۱- = c, ۳ = b (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۹۶ فرض کنید $g(x)$ وارون تابع $f(x) = \sqrt{2}x + x$ باشد. حاصل $g(3) + g(15)$ ، کدام است؟

۸ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۹۷ اگر $f(x) = x - [x]$ و $g(x) = \frac{x^2 - 1}{1 + x}$ باشند، برد تابع $g \circ f$ ، کدام است؟

$[1, \infty -)$ (۴)

$(\infty +, 1]$ (۳)

$[1, 1 -)$ (۲)

$(1, 1 -]$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۹۸ در بازه‌ی (a, b) ، نمودار تابع $y = (1 - x)^2$ بالاتر از نمودار تابع $y = x^4$ است. بیش‌ترین مقدار $a - b$ ، کدام است؟

$\frac{5}{2}$ (۴)

۲ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۹۹ جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin\left(\frac{\pi}{4} - x^2\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$ ، با شرط $x \neq k\pi$ ، که در آن k یک عدد صحیح است، کدام است؟

$\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi^2}{3}$ (۴)

$\frac{\pi}{6} - \frac{k\pi^2}{3}$ (۳)

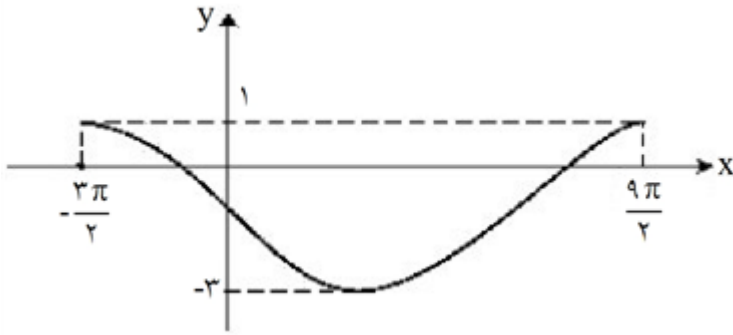
$\frac{k\pi^2}{3}$ (۲)

$\frac{k\pi}{3}$ (۱)

سراسری-تجربی-۹۹



۱۰۰ شکل زیر، نمودار تابع $y = c + (bx)\sin a$ را در یک بازه‌ی تناوب، نشان می‌دهد. نسبت $\frac{a}{b}$ ، کدام است؟



۴ -۶

۳ -۴

۲ -۳

۱ -۲

سراسری-تجربی-۹۹

۱۰۱ تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{2}{x} - x$ در دامنه‌ی $D = (-\infty, 0)$ را در نظر بگیرید. نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیه‌ی چهارم را با کدام طول، قطع می‌کند؟

۴ ۲

۳ $\frac{3}{2}$

۲ ۱

۱ $\frac{3}{4}$

سراسری-تجربی-۹۹

۱۰۲ اگر $f(x) = x^2 - [x^2]$ و $g(x) = x^2 + x^2$ باشند، برد تابع $g \circ f$ ، کدام است؟

۴ $(4, 1]$

۳ $(4, 0]$

۲ $(3, 0]$

۱ $(2, 0]$

سراسری-تجربی-۹۹

۱۰۳ مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $x^{\frac{1}{p}} \cos x + x^{\frac{1}{p}} \sin x = 1$ ، در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

۴ π^4

۳ $\frac{\pi^4}{2}$

۲ π^3

۱ $\frac{\pi^5}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۰۴ دوره‌ی تناوب تابع با ضابطه‌ی $f(x) = (\pi x) \cot g - (\pi x) \operatorname{tg}$ ، کدام است؟

۴ π

۳ ۲

۲ ۱

۱ $\frac{1}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۰۵ اگر $f = \{(1, 3), (4, 3), (5, 2), (2, 1)\}$ و $g = \{(1, 3), (6, 5), (2, 4), (3, 2)\}$ دو تابع باشند، برد تابع $f \circ g$ ، کدام است؟

۴ $\{1, 2\}$

۳ $\{4, 3\}$

۲ $\{3, 2\}$

۱ $\{4, 1\}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۰۶ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $x \cos \theta + x^3 \cos \theta = 0$ ، با شرط $x \cos \theta \neq 0$ ، کدام است؟

۴ $\frac{\pi}{4} + k\pi$

۳ $\frac{\pi}{4} - k\pi$

۲ $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$

۱ $\frac{\pi}{3} - \frac{k\pi}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۰۷ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |x| - |1 + x|$ ، در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

۴ $(\infty, 2)$

۳ $(2, 1-)$

۲ $(\infty, 1-)$

۱ $(2, \infty-)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی



۱۰۸) مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $x^3 \sin \frac{1}{x} - 1 = x^3 \cos + x^3 \sin$ در بازه‌ی $[\pi^2, 0]$ ، کدام است؟

۴ π^3

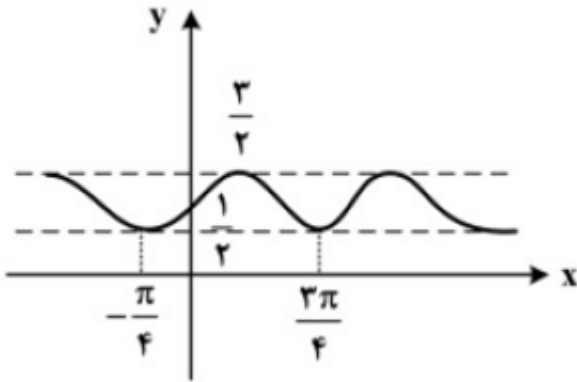
۳ π^2

۲ $\frac{\pi^7}{2}$

۱ $\frac{\pi^5}{2}$

سراسری-ریاضی-۹۸

۱۰۹) شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = 1 + b \cos bx \sin a$ است. $b + a$ کدام است؟



۴ ۳

۳ ۲

۲ $\frac{3}{2}$

۱ ۱

سراسری-ریاضی-۹۸

۱۱۰) اگر $f = \{(1, 3), (2, 4), (3, 2), (4, 5)\}$ و $g = \{(1, 3), (2, 4), (3, 2), (4, 5)\}$ باشند، تابع $\frac{g}{1 - \text{gof}}$ ، کدام است؟

۴ $\{(4, 2), (5, 3)\}$

۳ $\{(4, 2), (2, 5)\}$

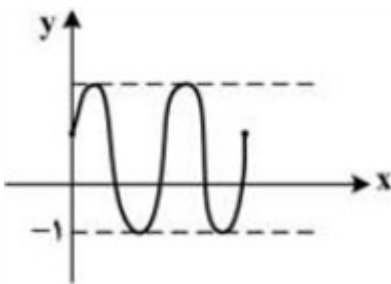
۲ $\{(5, 3), (2, 4)\}$

۱ $\{(2, 5), (2, 4)\}$

سراسری-ریاضی-۹۸

۱۱۱) شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + (b\pi x) \sin a$ ، در بازه $(\frac{\pi}{3}, 0)$ است.

$b + a$ کدام است؟



۴ ۶

۳ ۵

۲ ۴

۱ ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۲) قرینه نمودار تابع $\bar{x}\sqrt{f(x)}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده، سپس ۲ واحد به طرف x های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار حاصل، نیم‌ساز ناحیه‌ی اول و سوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

۴ ۵/۱

۳ ۱

۲ ۵/۰

۱ -۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۱۳) مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\cos(x - \frac{\pi}{y}) = x^2 \sin$ ، در بازه‌ی $[\pi^2, 0]$ ، کدام است؟

۴ π^5

۳ $\frac{\pi^9}{2}$

۲ π^4

۱ $\frac{\pi^{14}}{3}$

www.sejall.ir

تست های طبقه بندی شده و فصل به فصل کنکور سراسری همراه با پاسخ کامل تشریحی

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی
حروف چینی ریاضی: ۹۴



۱۱۴ نمودار تابع $f(x) = \frac{x+4}{x-4}$ ، با دامنه $R - \{4\}$ ، نمودار وارون خود را با کدام طول قطع می‌کند؟

۴، ۱ (۴)

۴-، ۱ (۳)

۴، ۱- (۲)

۴-، ۱- (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۱۵ اگر $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ و $g(x) = \sqrt{x^2-1}$ باشند، دامنه‌ی تابع $g \circ f$ ، کدام است؟

$(1, 1) - R$ (۴)

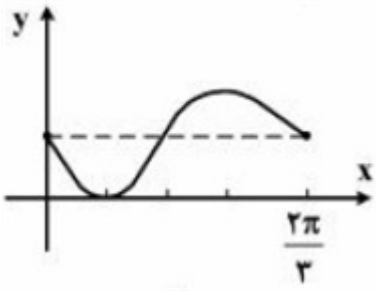
R (۳)

$[1, 1-]$ (۲)

$[1, 0]$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۱۶ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = \sin x - 1$ است. مقدار تابع در نقطه‌ی $x = \frac{7\pi}{6}$ ، کدام است؟



۲ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

صفر (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۱۷ به ازای کدام مقدار a ، نمودار تابع $y = x^2(a-1) + x\sqrt{a} - a$ ، همواره بالای محور x ها است؟

$1 > a > 2-$ (۴)

$3 < a$ (۳)

$2- > a$ (۲)

$1 > a$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۱۸ اگر $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x}$ و $g(x) = \frac{x^2+x^2}{x-2}$ باشند، ضابطه‌ی تابع $(f \circ g)(x)$ کدام است؟

x^2 (۴)

x (۳)

$1+x$ (۲)

$1-x$ (۱)

سراسری - تجربی - ۹۶

۱۱۹ دو تابع $f = \{(9, 1), (1, 4), (7, 3), (3, 6), (5, 2)\}$ و $g(x) = \frac{x}{1-x}$ مفروض‌اند. اگر $f^{-1}(g(a^2)) = 6$ باشد، a کدام است؟

$\frac{5}{2}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

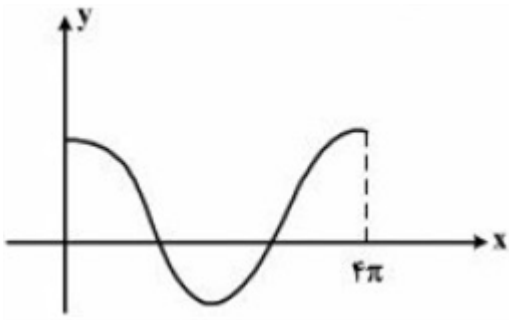
$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

سراسری - تجربی - ۹۶



۱۲۰ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{\sqrt{2}} + \cos 2x$ است. مقدار تابع در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{6}$ ، کدام است؟



۴ صفر

۳ ۱

۲ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

۱ $\frac{1}{\sqrt{2}} - 1$

سراسری-ریاضی-۹۶

۱۲۱ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $x^2 \sin 2 + x \cos 3 = 0$ ، کدام است؟

۴ $\frac{\pi}{3} - k\pi$

۳ $\frac{\pi 5}{6} \pm k\pi 2$

۲ $\frac{\pi}{3} \pm k\pi 2$

۱ $\frac{\pi 2}{3} \pm k\pi 2$

سراسری-تجربی-۹۵

۱۲۲ مجموع تمام جواب‌های معادله مثلثاتی $x^4 \cos - x^4 \sin = x^4 \sin$ در بازه $[\pi, 0]$ ، برابر کدام است؟

۴ $\frac{\pi 11}{3}$

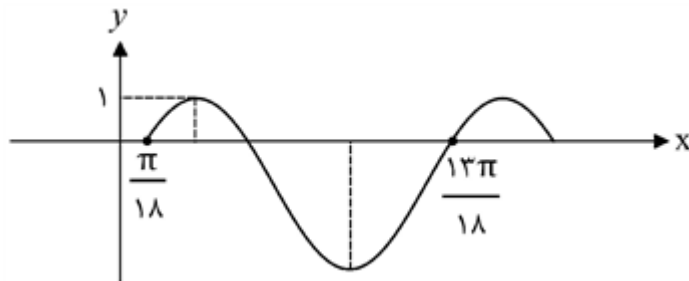
۳ $\frac{\pi 5}{2}$

۲ $\frac{\pi 9}{4}$

۱ $\frac{\pi 7}{4}$

سراسری-ریاضی-۹۵

۱۲۳ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a + b \left(\frac{\pi}{2} + bx \right) \cos 2 - a$ است. $b + a$ کدام است؟



۴ ۲

۳ $\frac{3}{2}$

۲ ۱

۱ $\frac{1}{2}$

سراسری-ریاضی-۹۵

۱۲۴ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |x|^3$ با دامنه‌ی R ، چگونه است؟

۴ یک‌به‌یک

۳ وارون‌ناپذیر

۲ صعودی

۱ نزولی

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۲۵ اگر $g(x) = 1 + x^2$ و $f(x) = x^2 + x + 5$ باشند، تابع $f(x)$ برابر کدام است؟

۴ $3 + x + x^2$

۳ $4 + x - x^2$

۲ $3 + x^2 - x^2$

۱ $1 + x^3 + x^2$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی



۱۲۶ اگر $f(x) = \sqrt{x-2}$ و $g(x) = \log(x-15)$ باشند، دامنه‌ی تابع fog، کدام است؟

۲ $(20, 15) \cup (0, 5 -]$

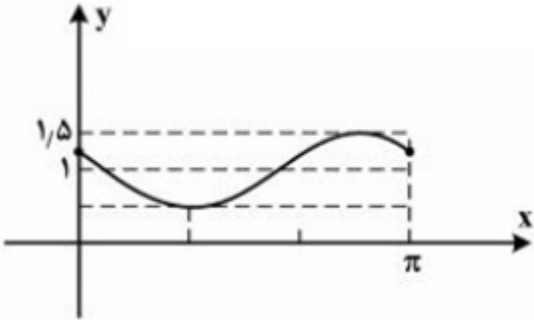
۱ $(25, 20] \cup (5, 0)$

۴ $(0, 5 -]$

۳ $[20, 15)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۲۷ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \sin a + 1$ است. $\left(\frac{\pi}{6} - bx\right)$ است. $b + a$ کدام است؟



۴ ۲

۳ $\frac{3}{2}$

۲ ۱

۱ $\frac{1}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۲۸ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\cos x + 3\cos x = 0$ ، با شرط $\cos x \neq 0$ ، کدام است؟

۴ $\frac{\pi}{4} + k\pi$

۳ $\frac{\pi}{4} - k\pi$

۲ $\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$

۱ $\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۲۹ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |x-6| - |x+1|$ ، در یک بازه، صعودی است. ضابطه‌ی معکوس آن، در این بازه، کدام است؟

۴ $1 - x; 4 - x > 8$

۳ $7 + x; 4 - x < 7$

۲ $2 + x; 3 < x$

۱ $7 + x; 8 < x$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۳۰ اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + x + 2}}$ و $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ باشند. دامنه‌ی تابع fog، کدام است؟

۴ $(-\frac{1}{2}, 1)$

۳ $(0, 2)$

۲ $(\frac{1}{2}, \infty)$

۱ $(-\frac{1}{2}, \infty)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۳۱ اگر $\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = 1$ باشد، مقدار $\tan x$ ، کدام است؟

۴ $\frac{3}{2}$

۳ $\frac{4}{3}$

۲ $\frac{3}{4}$

۱ $\frac{3}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۳۲ تابع با ضابطه‌ی $y = x|x-2|$ ، در یک بازه، نزولی است. ضابطه‌ی معکوس آن در این بازه، کدام است؟

۲ $1 - \sqrt{x-1}; x > 1$

۱ $1 - \sqrt{x+1}; x > 0$

۴ $1 - \sqrt{x-1}; x > 0$

۳ $1 + \sqrt{x-1}; x > 0$

سراسری-تجربی-۹۴

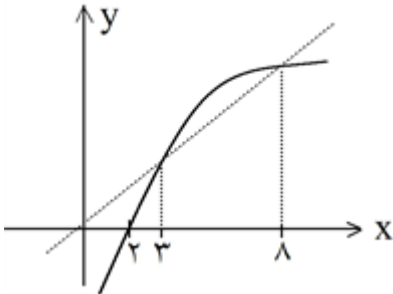


۱۳۳ اگر $f(x) = \sqrt[3]{x-3}$ و $g(x) = \log_p(x^2 + 2x)$ باشند، دامنه‌ی تابع fog کدام است؟

- ۱ $[2, 4-]$ ۲ $[2, 0]$ ۳ $U [1-, 4-] (2, 1]$ ۴ $[2-, 4-) \cup (2, 0]$

سراسری-تجربی-۹۴

۱۳۴ شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = y$ و نیم‌ساز ناحیه‌ی اول و سوم است. دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $\sqrt[3]{f(x)-x}$ کدام است؟



- ۱ $(2, 0]$ ۲ $[3, 2]$ ۳ $[8, 2]$ ۴ $[8, 3]$

سراسری-تجربی-۹۴

۱۳۵ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $1 = \frac{3x \sin}{\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) \cos}$ ، به کدام صورت است؟

- ۱ $\frac{\pi}{4} + k\pi$ ۲ $\frac{\pi}{4} \pm 2k\pi$ ۳ $\frac{3\pi}{4} \pm 2k\pi$ ۴ $\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۳۶ به‌ازای کدام مقدار m نمودار تابع $y = x^2 + x(1+m) + m + 6$ ، بر نیم‌ساز ناحیه‌ی اول محورهای مختصات، مماس است؟

- ۱ -۴ ۲ $4, 12-$ ۳ $4-, 12$ ۴ ۱۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۳۷ نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = x^2 - 3x - 10$ را حداقل چند واحد به طرف x‌های مثبت انتقال دهیم، تا طول نقاط تلاقی نمودار حاصل با محور x‌ها غیر منفی باشد؟

- ۱ ۱ ۲ ۱/۵ ۳ ۲ ۴ ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۳۸ اگر $f(x) = (3-x)$ و $g(x) = 5 + 4x - x^2$ ، آنگاه $f(x-1)$ کدام است؟

- ۱ $1 + x^2$ ۲ $3 + x^2$ ۳ $5 + 4x + x^2$ ۴ $5 + 4x - x^2$

سراسری-تجربی-۹۰

۱۳۹ در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{4+x} - x & x < 3 \\ 3 + 2x & x \geq 3 \end{cases}$ ، مقدار $f(f(5)) + f(f(1))$ کدام است؟

- ۱ ۶ ۲ ۷ ۳ ۸ ۴ ۹

سراسری-تجربی-۹۰

www.sejall.ir

تست‌های طبقه‌بندی شده و فصل به فصل کنکور سراسری همراه با پاسخ کامل تشریحی

۱۴۰ جواب کلی معادله مثلثاتی $0 = 1 + (x - \pi) \sin^2 - \left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cos(x + \pi) \sin$ ، کدام است؟

- ۱ $\frac{\pi}{2} - 2k\pi$ ۲ $\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ۳ $\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ۴ $\frac{\pi}{2} \pm 2k\pi$



۱۴۱) اگر $\frac{1}{5} = \left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) \tan$ باشد، $2 \tan$ چه قدر است؟

۲/۵ (۴)

۲/۴ (۳)

۱/۸ (۲)

۱/۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۴۲) اگر $f(x) = \sqrt{|x| + x}$ و $g(x) = \frac{1}{4x - 2x}$ دامنه‌ی تابع $g \circ f$ کدام است؟

$(\infty, +\infty)$ (۴)

$\{0\} - R$ (۳)

$\{1, 0\} - R$ (۲)

$(\infty, +\infty) \cup (1, 0)$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۴۳) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $1 = x^2 \cos x \tan x$ به کدام صورت است؟

$\frac{\pi}{4} + 2k\pi$ (۴)

$\frac{\pi}{4} - 2k\pi$ (۳)

$\frac{\pi}{4} + k\pi$ (۲)

$\frac{\pi}{4} - k\pi$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۴۴) اگر $f(x) = [x]$ ، مجموعه‌ی مقادیر $f(x) - f(x)$ کدام است؟

$\{1, 0, 1-\}$ (۴)

$\{1, 0\}$ (۳)

$\{1\}$ (۲)

$\{0\}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۴۵) کم‌ترین مقدار عبارت $2 + x \cos x \sin x$ کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

صفر (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - آزاد - ریاضی

۱۴۶) معادله‌ی $\sqrt[3]{x} = x \cot x + x \tan x$ چند ریشه در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ دارد؟

۴ (۴)

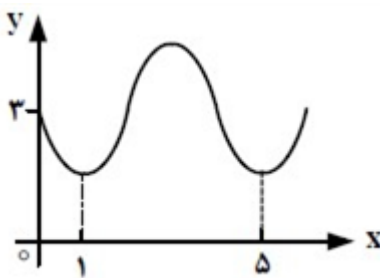
۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

کنکورهای خارج از کشور - آزاد - ریاضی

۱۴۷) شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ است. مقدار y در نقطه‌ی $x = \frac{25}{3}$ ، کدام است؟



۳/۵ (۴)

۳ (۳)

۲/۵ (۲)

۲ (۱)

سراسری - تجربی - سراسری - آزاد (۹۳)

۱۴۸) نمودار تابع $y = \left|x - \frac{1}{2}\right|$ را، ۴ واحد به طرف x های منفی و یک واحد به طرف y های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار

جدید و نمودار اولیه با کدام طول متقاطع‌اند؟

-۲ (۴)

-۲/۵ (۳)

-۳ (۲)

-۳/۵ (۱)

سراسری - تجربی - سراسری - آزاد (۹۳)



۱۴۹ اگر $g(x) = 3 - 2x$ و $f(x) = (x)(fog)$ باشند، تابع $f(x)$ کدام است؟

- ۱ $3 + 4x - 2x$ ۲ $5 + 4x - 2x$ ۳ $5 + 2x - 2x$ ۴ $3 + 2x - 2x$

سراسری-ریاضی-سراسری - آزاد (۹۳)

۱۵۰ دو تابع با ضابطه‌های $g = \{(1, 8), (7, 4), (6, 1), (4, 3), (5, 2)\}$ و $f(x) = 5 - 2x$ مفروض‌اند. اگر $(a)(og^{-1}f) = a$ باشد، کدام است؟

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

سراسری-ریاضی-سراسری - آزاد (۹۳)

۱۵۱ اگر $f(x) = \sqrt{x} - x$ و $g(x) = x^f \sin$ باشند، ضابطه‌ی تابع fog کدام است؟

- ۱ $2x^2 \sin \frac{1}{4}$ ۲ $2x^2 \sin \frac{1}{2}$ ۳ $2x^2 \cos \frac{1}{4}$ ۴ $2x^2 \cos \frac{1}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۵۲ در تابع با ضابطه‌ی $f(0) = 0$ و $f(x) = \frac{|x|}{x} \sqrt{x^2 - 1}$ ، ضابطه‌ی تابع وارون آن برابر کدام است؟

- ۱ $f(x)$ ۲ $f(-x)$ ۳ $xf(x)$ ۴ $xf(-x)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۵۳ ضابطه وارون تابع $y = \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x} \\ \sqrt{x-1} \end{array} \right.$ ، کدام است؟

- ۱ $R \ni x, |x|x = y$ ۲ $0 > x, \sqrt{x} = y$ ۳ $R \ni x, \sqrt{x} = y$ ۴ $R \ni x, |x|x = y$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۵۴ نمودار تابع $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ ، روی بازه $\left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right]$ در چند نقطه محور xها را قطع می‌کند؟

- ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴ ۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۵۵ اگر توابع f و g به عنوان ماشین به صورت $2x \xrightarrow{g} \xrightarrow{f} x$ باشند و $g(x) = 3 + 4 = f(5)$ مقدار $f(5)$ کدام است؟

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۵۶ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $x^f \sin = x^f \cos - x^f \sin$ ، به کدام صورت است؟

- ۱ $\frac{\pi}{6} \pm 2k\pi$ ۲ $\frac{\pi}{3} \pm 2k\pi$ ۳ $\frac{\pi}{6} \pm k\pi$ ۴ $\frac{\pi}{3} \pm k\pi$

سراسری-تجربی-سراسری - آزاد (۹۲)

۱۵۷ اگر $f(x) = (3 - 2x)$ و $g(x) = 2 + x$ نمودارهای دو تابع f و fog ، با کدام طول متقاطع‌اند؟

- ۱ -۱ ۲ $\frac{1}{2}$ ۳ ۱ ۴ $\frac{3}{2}$

سراسری-تجربی-سراسری - آزاد (۹۲)



۱۵۸ اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$ ، دامنه‌ی تابع $f(x - 3)$ ، کدام است؟

۴ [۳, ۱]

۳ [۲, ۱]

۲ [۳, ۰]

۱ [۲, ۰]

سراسری-تجربی-سراسری - آزاد (۹۲)

۱۵۹ اگر $f(x) = 3 + 2x$ و $g(f(x)) = 20 + 22x + 28x^2$ باشند، ضابطه تابع fog ، کدام است؟

۴ $11 + 4x - 24x^2$

۳ $13 + 2x - 24x^2$

۲ $7 + 3x - 24x^2$

۱ $3 + 7x - 24x^2$

سراسری-ریاضی-سراسری - آزاد (۹۲)

۱۶۰ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - [x]$ ، مقدار $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ، کدام است؟

۴ $2/75$

۳ $2/5$

۲ $2/25$

۱ $1/75$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۶۱ جواب کلی معادله مثلثاتی $x^3 \cos = x^3 \sin - \left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \sin$ ، به کدام صورت است؟

۴ $\frac{2\pi}{3} \pm 2k\pi$

۳ $\frac{\pi}{3} + 2k\pi$

۲ $\frac{k\pi}{3}$

۱ $\frac{2k\pi}{3}$

سراسری-تجربی-۹۱

۱۶۲ اگر $g(x) = \frac{1}{2+x}$ ، $f(x) = x^2 + 3x$ ، مجموعه طول نقاط از منحنی تابع gof که در بالای محور x قرار گیرد برابر کدام بازه است؟

۴ $(2, 3-)$

۳ $(1, 2-)$

۲ $(4, 1-)$

۱ $(1, 4-)$

سراسری-تجربی-۹۱

۱۶۳ اگر $g(x) = 1 - 2x$ و $f(x) = \frac{x}{3-x}$ ، مقدار $f(3)$ کدام است؟

۴ ۴

۳ ۲

۲ -۲

۱ -۴

سراسری-ریاضی-۹۱

۱۶۴ اگر $f(x) = |2 - x| - 2$ ، ضابطه‌ی تابع $f(f(x))$ برابر کدام است؟

۴ $(x)f - 2$

۳ $f(x)$

۲ $x - 4$

۱ x

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۶۵ اگر $f(x) = \frac{x}{1-x}$ ، ضابطه تابع $f^2(x) - f(x)$ + ۱ کدام است؟

۴ $\frac{1-2x}{1-2x}$

۳ $\frac{1+2x}{2x-1}$

۲ $\frac{2x}{1-2x}$

۱ $\frac{1}{2x-1}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۶۶ توابع زیر از R به R تعریف شده‌اند. کدام یک از آنها معکوس‌پذیر هستند؟

۴ $1 + x + x^3 = y$

۳ $23x - 3x = y$

۲ $[x] = y$

۱ $22x - 4x = y$

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی



۱۶۷) مجموع جواب‌های متمایز معادله $x^f \sin - x^f \cos = x^3 \sin$ در بازه $\left[\frac{\pi}{2}, 0\right]$ کدام است؟

۴ ☐

۳ ☐

۲ ☐

۱ ☐

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۶۸) تابع $f(x) = \frac{1}{\frac{1}{3} - x \cos x \sin x}$ در چند نقطه از بازه $[0, \pi/2]$ تعریف نمی‌شود؟

۴ ☐

۳ ☐

۲ ☐

۱ ☐

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۶۹) در صورتی که $a^f \cos a = a^f \cos \frac{b}{a} + abc \cos a$ باشد، مقدار c کدام است؟

۴ ☐

۳ ☐

۲ ☐

۱ ☐

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۷۰) اگر بیشترین مقدار و دوره تناوب تابع $f(x) = bx \sin a$ به ترتیب ۲ و $\frac{\pi}{3}$ باشد، بیشترین مقدار $b + a$ کدام است؟

۷ ☐

۶ ☐

۸ ☐

۴ ☐

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۷۱) تابع f با ضابطه $f(x) = x - \frac{3}{1-x}$ و دامنه $(1, \infty)$ مفروض است. نمودار تابع f^{-1} منحنی $g(x) = 1 + \frac{1}{x}$ را با کدام طول قطع می‌کند؟

۴ ☐

۳ ☐

۲ ☐

۱ ☐

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۷۲) نمودار تابع $f(x) = x^4 - 8 + (x+2)^2$ را در امتداد محور x ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. منحنی حاصل با تابع $g(x) = x^5 - 2$ در چند نقطه متقاطع است؟

۴ ☐

۳ ☐

۲ ☐

۱ ☐

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۷۳) در صورتی که نقطه $A(1, 1)$ روی تابع $f(x) = (1-x)^2$ قرار داشته باشد، نقطه متناظر با A که روی تابع

$$g(x) = \frac{\left(\frac{x}{2}\right)f(x) + x}{y+x}$$
 قرار دارد، کدام است؟

۴ ☐

۳ ☐

۲ ☐

۱ ☐

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۷۴) اگر $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-9}$ ، دامنه تعریف $f \circ g$ شامل چند عدد حقیقی نمی‌شود؟

۴ ☐

۳ ☐

۲ ☐

۱ ☐

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳



۱۷۵) جواب کلی معادله $\frac{x^2 \tan + x^2 \cot g}{x^2 \tan - x^2 \cot g} = x \cos x f \sin x$ کدام است؟

۴ $\frac{\pi}{16} - \frac{k\pi}{4}$

۳ $\frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{4}$

۲ $\frac{\pi}{32} - \frac{k\pi}{8}$

۱ $\frac{\pi}{32} + \frac{k\pi}{8}$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۷۶) معادله $\frac{1 - x^2 \sin + x^2 \sin^2}{x \cos + x \sin} = 0$ در بازه $[\pi^2, 0]$ دارای چند جواب است؟

۴ ۶

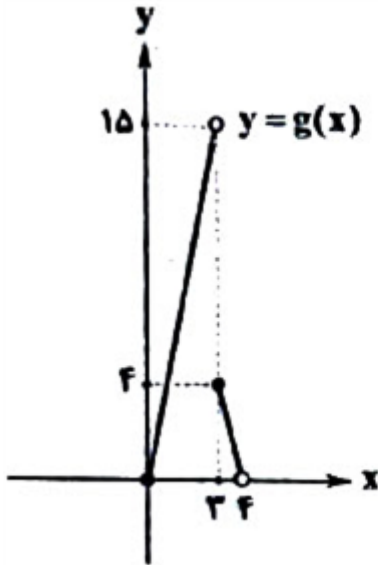
۳ ۵

۲ ۴

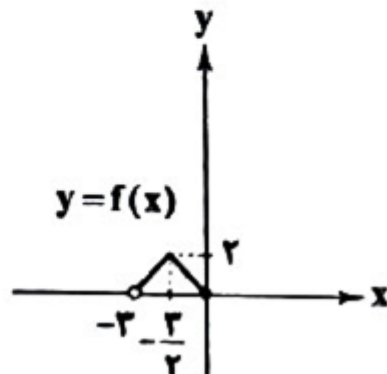
۱ ۲

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۷۷) شکل مقابل نمودار تابع $y = f(x)$ و $y = g(x)$ را در یک دوره تناوب از آن‌ها نمایش می‌دهد. مقدار $f(26)$ کدام است؟



۴ $\frac{5}{4}$



۳ $\frac{4}{3}$

۲ ۱

۱ $\frac{2}{3}$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۷۸) تابع $f(x) = \begin{cases} 1 \geq x & 4 + a^2 - x^3 - 2x^3 + 3x - \\ 1 < x & 2 - x^4 + 2ax - \end{cases}$ اکیدا نزولی است. حدود a کدام است؟

۴ $\emptyset \ni a$

۳ $1 \geq a > 0$

۲ $\frac{3}{4} > a \geq \frac{1}{4}$

۱ $\frac{3}{4} \geq a > \frac{1}{4}$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۷۹) نمودار تابع $f(x) = |x|^2 - 2x$ را ابتدا نسبت به محور x ها قرینه کرده، سپس در راستای محور x ها، ۲ برابر منبسط می‌کنیم و در آخر، نمودار حاصل را ۲ واحد به راست منتقل می‌کنیم. اگر نمودار حاصل در بازه‌های $[0, \alpha]$ و $[\beta, 4]$ اکیدا صعودی باشد، بیشترین مقدار $\beta + \alpha$ کدام است؟

۴ ۷

۳ ۸

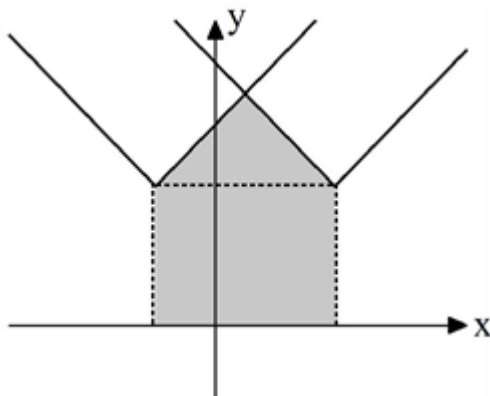
۲ ۹

۱ ۱۰

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳



۱۸۰ نمودار $y = |a - x| + 3$ را یک بار a واحد به سمت راست و یک بار هم a^2 واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم. اگر آنها را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم، شکل مقابل حاصل می‌شود. اگر مساحت قسمت رنگی برابر ۱۶ باشد، مقدار a کدام است؟



$\frac{8}{3}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

$$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{[x] - 5}{6 - x}$$

۱۸۱ حد مقابل را محاسبه کنید. ([]) نماد جزء صحیح است.

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

$$\frac{\alpha \cos}{\alpha \cos + 1} \times \frac{\alpha^2 \sin}{\alpha^2 \cos + 1}$$

۱۸۲ حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۸۳ اگر $\frac{3}{5} = \alpha \sin$ و α در ناحیه اول باشد، حاصل $\alpha^2 \tan$ را به دست آورید.

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۸۴ معادله مثلثاتی مقابل را حل کنید. $x \cos^3 = x^2 \sin^2$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۸۵ دوره تناوب تابع $y = \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ را محاسبه کنید.

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۸۶ جاهای خالی را با کلمه مناسب کامل کنید.

الف) اگر $k < 1$ باشد، نمودار $y = kf(x)$ از نمودار $y = f(x)$ حاصل می‌شود. (انبساط عمودی - انقباض افقی)
ب) اگر $k < 1$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می‌آید. (انقباض افقی - انقباض عمودی)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۸۷ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & 0 \leq x \\ -\sqrt{x}, & x > 0 \end{cases}$ را رسم کنید و مشخص کنید آیا این تابع اکیداً یکنوا است؟

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۸۸ نمودار تابع $f(x) = |x^2 + x|$ را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی است.

۱۸۹ ابتدا نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را رسم و سپس به کمک آن نمودار تابع $y = \sqrt{\frac{x-}{p}}$ را رسم کنید.

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۹۰ معادلات زیر را حل کنید.
الف) $\sin^4 x = 1 - x^2$
ب) $\cos^3 x = \cos^2 x$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۹۱ فرض کنید α زاویه تند و $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $\sin^2 \alpha$ و $\cos^2 \alpha$ را محاسبه کنید.

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۹۲ دوره تناوب، ماکزیمم و مینیمم هریک از توابع زیر را به دست آورید.
الف) $y = \frac{\pi}{3} \cos^2 x + 5$
ب) $y = \left(4 + x\frac{1}{p} - \right) \sin^3 x$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۹۳ ثابت کنید توابع $g(x) = \frac{5-x}{p}$ و $f(x) = 5 + x^2$ وارون یکدیگرند.

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۹۴ محمد می‌خواهد یک گوشی با قیمت بیش از ۲ میلیون تومان از فروشگاه‌های بخرد. این فروشگاه به مناسبت روز دانش‌آموز، در خریدهای بیش از ۲ میلیون، ۲۵۰ هزار تومان تخفیف نقدی می‌دهد. همچنین محمد یک کارت تخفیف ۱۵ درصدی نیز برای خرید دارد. با استفاده از تابع مرکب مشخص کنید، کدام یک از راه‌های زیر به نفع محمد است؟
الف) اول از کارت تخفیف ۱۵ درصدی و بعد تخفیف نقدی استفاده کند.
ب) اول از تخفیف نقدی و بعد کارت تخفیف استفاده کند.

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۹۵ تابع $f(x) = 1 + x^2$ است.
الف) اگر دامنه تابع $f(x)$ برابر $[-3, 5]$ باشد، دامنه تابع $f(x^2)$ را مشخص کنید.
ب) نمودار تابع $f(x)$ را رسم کنید.

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۹۶ اگر $g = \{(2, 1), (5, 3)\}$ و $f = \{(3, 3), (2, 2), (5, 5)\}$ دو تابع باشند.
الف) تابع $g \circ f$ را به صورت زوج‌های مرتب مشخص کنید.
ب) مقدار $(g \circ f)(3)$ را بیابید.

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۹۷ به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

الف) تابع روبه‌رو را رسم کنید.
ب) بازه‌هایی که در آن‌ها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید.

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۹۸ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.
- تابعی اکیداً صعودی وجود دارد که یک به یک نباشد.

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳



۱۹۹ کدام تابع زیر یک به یک است؟

$x + {}^2x = (x)m$ (۴)

$x^2 - |x| = (x)h$ (۳)

$|2 - x| = (x)g$ (۲)

$1 + x^2 - {}^2x = (x)f$ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۰۰ اگر $f(x) = x^2 - |2 - x|$ باشد، ضابطه $f^{-1}(x)$ است؟

$(2 - x^2 - |4 + x|)\frac{1}{4}$ (۲)

$(2 - x^2 - |4 + x|)\frac{1}{3}$ (۱)

$(x^2 + |4 + x|)\frac{1}{4} -$ (۴)

$(1 + |3 + x|)\frac{1}{3}$ (۳)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۰۱ تابع $f(x) = \frac{x}{a} - \frac{{}^2x}{3}$ در بازه $(1, 2)$ وارون پذیر نیست. حدود a کدام است؟

$(\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$ (۴)

$(\frac{3}{2}, \frac{3}{4})$ (۳)

$(\frac{5}{3}, \frac{4}{3})$ (۲)

$(\frac{4}{3}, \frac{2}{3})$ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۰۲ اگر $f(x) = \frac{1 - x^2}{1 + x^3}$ و $g(x) = \sqrt[3]{x}$ ، جواب نامعادله $(fog)(x) > 0$ کدام است؟

$(\infty, \frac{1}{\lambda}) -$ (۴)

$(\frac{1}{27}, \frac{1}{\lambda}) -$ (۳)

$(\frac{1}{\lambda}, \frac{1}{27}) -$ (۲)

$(\frac{1}{\lambda}, \frac{1}{27})$ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۰۳ قرینه نمودار تابع $f(x) = \frac{1 - x^4}{1 + x}$ نسبت به خط $x = y$ را دو واحد به سمت y های مثبت انتقال می دهیم و آن را $g(x)$ می نامیم. $g(x + 4)$ کدام است؟

$\frac{4}{x} - 1$ (۴)

$\frac{5}{x} - 1$ (۳)

$\frac{4}{x} + 1$ (۲)

$\frac{5}{x} + 1$ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۰۴ تابع $f(x) = |x| \left| 1 + x + {}^2x \frac{1}{3} \right|$ در بازه $(-\infty, a]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار a کدام است؟

۱ (۴)

صفر (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

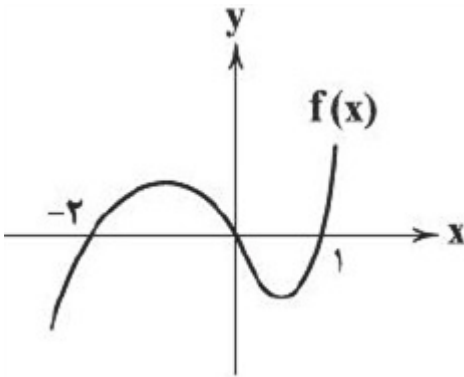
سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳



۲۰۵ نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل است. دامنه تابع

$$g(x) = \frac{\sqrt{f(x)} \cdot f(x)}{1 - x - \sqrt{f(x)}}$$

کدام است؟



(۱-، ۲-] ∪ [۳-، ∞-) (۴)

[۱-، ۳-] (۳)

(۱-، ∞-) (۲)

[۱-، ۴-] (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۰۶ اگر $f(x) = (x^2 - 3) + |x - 3|$ و $x(a - 2a) + |3 - x^2| = (x)g$ وارون‌پذیر باشد، حدود a کدام است؟

(۲، ۱-) (۲)

(∞+، ۲) ∪ (۱-، ∞-) (۱)

(∞+، ۱-) (۴)

(۲، ∞-) (۳)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۰۷ اگر $f(x) = x^3 - [x]^2 - [x]^3$ و $f(x) = (x)g$ حاصل $(f \circ g)(\frac{1}{2})$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۸۵- (۴)

۸۵ (۳)

-۹۰ (۲)

۹۰ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۰۸ تابع $f(x) = \frac{1}{x} (|x+5| + |x-7| + 11)$ وارون خود را در دو نقطه قطع می‌کند، فاصله این دو نقطه از یکدیگر کدام است؟

$2\sqrt{4}$ (۴)

$2\sqrt{5}$ (۳)

$2\sqrt{6}$ (۲)

$2\sqrt{7}$ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۰۹ اگر $f(x) = \sqrt{1-x} + 1$ باشد، ریشه معادله $\frac{1}{x} = \frac{(f \circ f)(x)}{(f \circ f)(x) + 1}$ کدام است؟

عکس عدد طلایی (۴)

مزدوج عدد طلایی (۳)

قرینه عدد طلایی (۲)

عدد طلایی (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۱۰ در صورتی که $f(x-2) = (x-2)f + xf + (x+2)x - x^2$ باشد، تابع $f(x)$ کدام است؟

$2-x$ (۴)

$2+x$ (۳)

x (۲)

$x-$ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳



۲۱۱ اگر $f(x) = [x] + [x-]$ و $g(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < 1 \\ 2 & 0 > x \end{cases}$ باشد، معادله $\frac{1}{2} = \frac{(x)(f \circ g) + x^2}{(x)(g \circ g) - x^3}$ چند ریشه حقیقی دارد؟
([] نماد جزء صحیح است.)

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۱۲ اگر $f(x) = x \log x$ و $g(x) = x^2 - x^3$ باشد، برد تابع $(f \circ g)(x)$ کدام است؟

$(\infty, 1]$ (۴)

$(\infty, 0]$ (۳)

$[1, \infty -)$ (۲)

$[0, \infty -)$ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۱۳ اگر $f(x) = \frac{1}{1+x} - x^2$ ، $3 > x > 1$ باشد، تابع $f^{-1}(x)$ خط $y = x - 5$ را در نقطه A قطع می‌کند. مجموع طول و عرض نقطه A کدام است؟

۱ (۴)

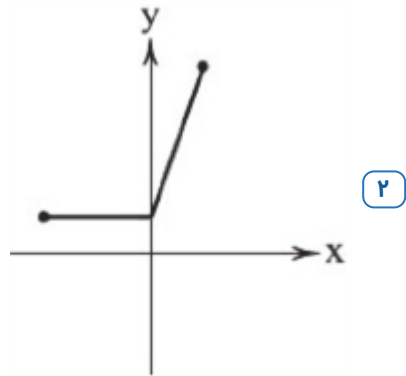
-۲ (۳)

۲ (۲)

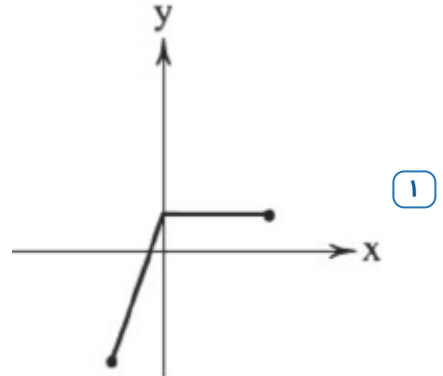
۳ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

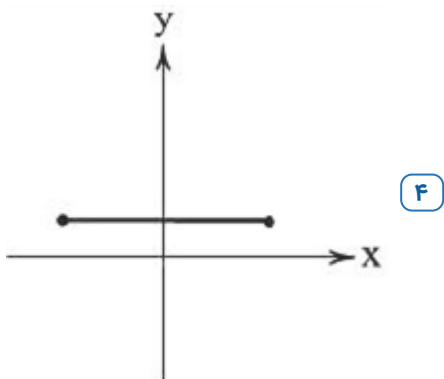
۲۱۴ در صورتی که $g(x) = |x| - x$ و $f(x) = x^2 - 1$ باشد، نمودار تابع $(f \circ g)(x)$ در بازه $[-1, 2]$ کدام است؟



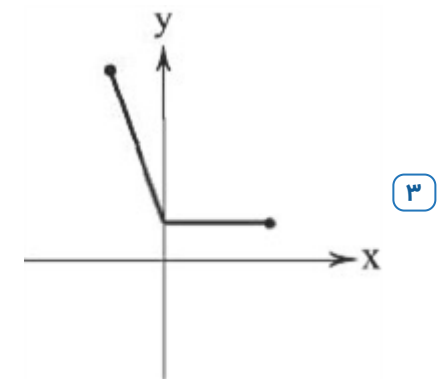
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۱۵ در صورتی که $f(x) = \left(\frac{x}{1-x^2}\right)^3$ باشد، $f^{-1}(8)$ کدام است؟

$\frac{2}{3} -$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{3}{2} -$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۱۶ اگر دامنه تابع $f(x) = \sqrt{3-x} + \sqrt{a^2-x}$ به صورت $[6, \infty)$ باشد، مقدار $f^{-1}(3-a)$ کدام است؟

۸ (۴)

۹ (۳)

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)



۲۱۷ اگر $f(x) = \frac{x}{1+x}$ و $(f \circ g)(x) = \frac{x}{1-x^2}$ ، آن گاه $g(\sin x)$ برابر است با:

۴ $x^2 \cot g -$

۳ $x^2 \cot g$

۲ $x^2 \tan -$

۱ $x^2 \tan$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۱۸ اگر $f(x) = x^2 + 3$ و $(f \circ f^{-1})(5) = 5$ ، آن گاه مقدار a کدام است؟

۴ ۲

۳ ۱

۲ -۲

۱ -۱

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۱۹ فاصله نقطه تلاقی نمودار تابع $f(x) = x^3 + x + 8$ و تابع وارون آن از نیمساز ناحیه دوم و چهارم محورهای مختصات کدام است؟

۴ $\sqrt{2}$

۳ $\sqrt{2}$

۲ ۲

۱ ۱

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۲۰ اگر $f(x) = \frac{1+x^2}{2-x}$ ، آن گاه $f^{-1}(30)$ برابر است با:

۴ ۷

۳ ۶

۲ ۵

۱ ۴

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۲۱ اگر دامنه تابع $f(x) = \sqrt{1-a-x^2}$ بازه $(2, \infty)$ باشد، آن گاه $f^{-1}(a+1)$ برابر است با:

۴ ۱۲

۳ ۱۱

۲ ۱۰

۱ ۹

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۲۲ اگر تابع $f(x-3)$ اکیداً صعودی با دامنه R باشد و از نقاط $(0, 2)$ و $(2, 0)$ بگذرد، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{(4-x)(4-x^2)}$ چند عدد طبیعی را شامل می‌شود؟

۴ بی‌شمار

۳ ۶

۲ ۵

۱ ۴

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۲۳ اگر $f(x) = x^2 - |1+x| + 2$ و $g(x) = \sin x$ ، تابع $(f \circ g)(x)$ در کدام بازه نزولی اکید است؟

۴ $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$

۳ $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}\right]$

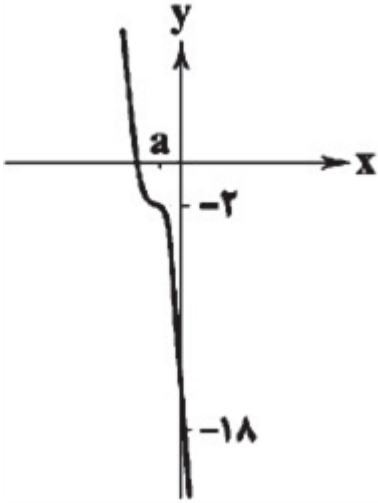
۲ $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$

۱ $\left[\frac{\pi}{6}, 0\right]$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲



۲۲۴ اگر نمودار تابع $f(x) = x^3 - 2x^2 + mx + n$ به صورت زیر باشد، مقدار $k + n + m$ کدام است؟



۹ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۱ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۲۵ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x^2 + 3x - a & x \geq 0 \\ 2 - x^2 + 2x - a & x < 0 \end{cases}$ اکیداً یکنوا باشد، حدود a کدام است؟

(۴) $(-\infty, 2]$

(۳) $[2, 1]$

(۲) $(-\infty, 2]$

(۱) $[1, +\infty)$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۲۶ اگر $f(x)$ اکیداً صعودی و $f(x) - f(-x) = g(x)$ باشد و دامنه تابع $h(x) = \sqrt{g(x) - (1-x)^2} - \sqrt{g(x) - (1+x)^2}$ به صورت $[a, b]$ باشد، حداکثر مقدار $a - b$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۲۷ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x \leq 2 \\ k + \frac{x^2}{x-2}, & x > 2 \end{cases}$ اکیداً صعودی باشد، حداکثر مقدار k کدام است؟

(۴) ۳

(۳) -۳

(۲) ۴

(۱) -۴

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۲۸ نمودار تابع $f(x) = |x| - |x - 2|$ در بازه $[-1, 3]$ چگونه است؟

(۴) صعودی

(۳) اکیداً صعودی

(۲) اکیداً نزولی

(۱) غیریکنوا

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۲۹ نمودار تابع $f(x) = \log |1 - x|$ در بازه $[a, b]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار $a - b$ کدام است؟

(۴) ۱

(۳) ۲

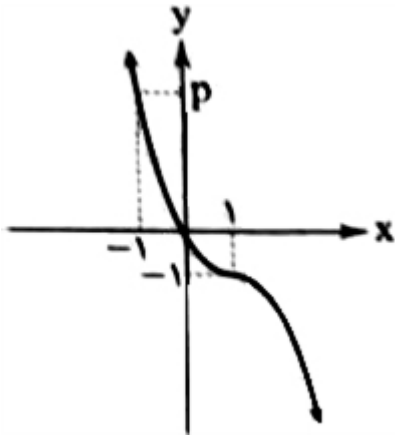
(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{5}{2}$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳



۲۳۰ تابع مقابل از انتقال و قرینه تابع x^3 به دست آمده است. مقدار p کدام است؟



۸ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۳۱ نقطه بر خورد نمودار تابع $f(x) = x^3 - x^2 + 4x - 4$ با محور x ها، در کدام بازه قرار دارد؟

(۰, ۲-) (۴)

(۰, ۱-) (۳)

(۴, ۳) (۲)

(۳, ۱) (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۳۲ دو تابع $f(x) = x^3(1+x^2k)$ و $g(x) = x^3 \frac{1-k}{k-2}$ از نظر یکنوایی مانند یکدیگرند. محدوده k کدام است؟

$(\infty+, 2)$ (۴)

$(2, \infty-)$ (۳)

$(2, 1)$ (۲)

$(\infty+, 1)$ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۳۳ در صورتی که $f(x) = \frac{1}{1+x^4-x^2x^4}$ و $D_{\text{for}} A - R$ باشد، مجموع اعضای مجموعه A کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۳۴ تابع $f(x) = x^2 - |x - 2|$ در بازه $(\infty+, k]$ اکیداً نزولی است. حداقل مقدار k کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{1}{2} -$ (۲)

$\frac{1}{3} -$ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۳۵ تابع $f(x) = \log x + x^{-2}$ چگونه تابعی است؟

صعودی (۴)

غیریکنوا (۳)

اکیداً نزولی (۲)

اکیداً صعودی (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۳۶ تابع $f(x) = |x^2 - 1| + bx$ بازه هم صعودی، هم نزولی دارد. مقدار b و بازه موردنظر کدام می‌تواند باشد؟

$2 = b, (\infty+, 0]$ (۲)

$2 = b, \left(\infty+, \frac{1}{2}\right]$ (۱)

$2- = b, \left(\infty+, \frac{1}{2}\right]$ (۴)

$2- = b, \left[\frac{1}{2}, \infty -\right)$ (۳)

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

www.sejall.ir

تست های طبقه بندی شده و فصل به فصل کنکور سراسری همراه با پاسخ کامل تشریحی



۲۳۷ اگر f یک تابع خطی با شیب منفی باشد، جواب نامعادله $f\left(\frac{1}{x-4}\right) > (1)f$ کدام است؟

۴ (۵, ۴)

۳ (۴, ۳)

۲ (۴, ۱)

۱ $(\infty, 4)$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۳۸ کدام تابع اکیداً صعودی است؟

۲ $xf + {}^2x^2 - \frac{{}^3x}{3} = (x)g$

۱ $1 + xf - {}^2x = (x)f$

۴ $\frac{1-}{x} = (x)m$

۳ $\sqrt{x} - \sqrt{x-1} = (x)h$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۳۹ در صورتی که دامنه $f = (x)g$ به صورت $[4, 1-]$ باشد، دامنه تابع $f = \left(1 + \frac{x}{y}\right)h$ کدام است؟

۴ $[20, 10-]$

۳ $\left[5, \frac{5}{y} - \right]$

۲ $[24, 3-]$

۱ $\left[6, \frac{3-}{y}\right]$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۴۰ تابع $f = (x)\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ مفروض است. اگر f را یک واحد به سمت راست در راستای محور x ها انتقال دهیم، سپس طول نقاط را نصف کنیم و نمودار حاصل را یک واحد به پایین منتقل کرده و عرض نقاط را دو برابر کنیم. نمودار حاصل، نمودار f را در دو نقطه قطع می‌کند. فاصله دو نقطه کدام است؟

۴ $5\sqrt{2}$

۳ $5\sqrt{\frac{3}{y}}$

۲ $5\sqrt{}$

۱ $5\sqrt{\frac{2}{3}}$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۴۱ اگر $1 + x^3 = (x)(g - f)$ و $3 - xf = (x)(gof)$ باشد، حاصل ضرب مقادیر ممکن $f(3)$ کدام است؟

۴ $\frac{76}{3} -$

۳ $\frac{76}{3}$

۲ $\frac{77}{3}$

۱ $\frac{77}{3} -$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۴۲ خط $\frac{x}{y\pi} = y$ تابع $x\cos = y$ را در چند نقطه از بازه $\left(\frac{3\pi}{y}, \frac{3\pi}{y} - \right)$ قطع می‌کند؟

۴ ۱

۳ ۲

۲ ۳

۱ ۴

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۴۳ دامنه تابع $f(x) = \frac{fxtan}{\left(\frac{5\pi}{\lambda} - x\right)\left(x - \frac{\pi}{\lambda}\right)\sqrt{}}$ به صورت $(b, a) - \{c\}$ است، $c + b + a$ کدام است؟

۴ 3π

۳ $\frac{7\pi}{\lambda}$

۲ $\frac{9\pi}{\lambda}$

۱ 2π

www.sejall.ir

تست های طبقه بندی شده و فصل به فصل کنکور سراسری همراه با پاسخ کامل تشریحی

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۴۴ اگر تابع چندجمله‌ای $f(x) = x^3 - {}^2fx + cx + d$ محور x ها را در سه نقطه α, β و γ قطع کند به طوری که $\alpha\beta\gamma = -3$ و همچنین $f(1) = 5$ باشد، $c + d$ کدام است؟

۴ ۳۵

۳ ۳۴

۲ ۳۳

۱ ۳۲

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳



۲۴۵ تابع $f(x) = \left| 1 - \frac{x^2}{|x|} \right|$ در کدام بازه اکیداً نزولی است؟

- ۱ $(0, \infty)$ ۲ $(0, 1)$ ۳ $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ ۴ $(\infty, 0)$

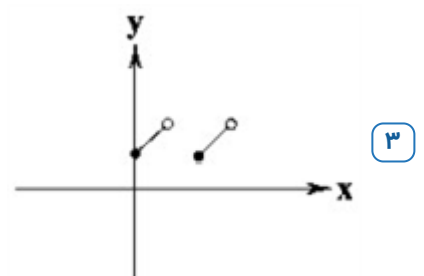
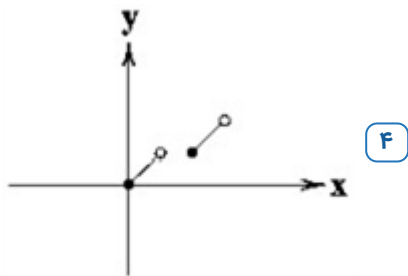
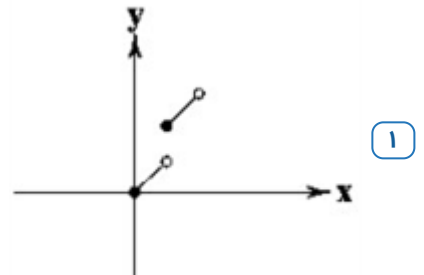
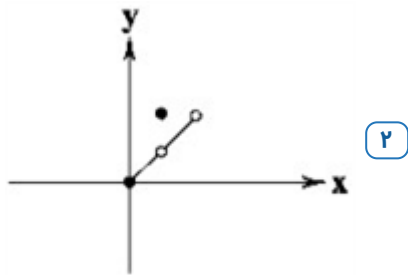
سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۴۶ اگر پیوسته $f(x)$ در بازه $(-\infty, 1]$ اکیداً نزولی و در بازه $[1, \infty)$ اکیداً صعودی و همچنین $f(1) = f(3) = 0$ باشد، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{f(x)f(x+3)}$ کدام است؟

- ۱ $(\infty, 3) \cup [4, \infty)$ ۲ $(\infty, 3) \cup [0, 1] \cup [3, \infty)$ ۳ $(\infty, 1] \cup [4, \infty)$ ۴ $(\infty, 3) \cup [0, \infty)$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۴۷ اگر $x \in (0, 2]$ ، $f(x) = x + [x]$ باشد، نمودار $f^{-1}(x)$ کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.)



سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۴۸ دوره تناوب تابع $f(x) = \frac{x^6 \cos x}{x^6 \sin x - x^6 \tan x} + \frac{x^6 \sin x \tan x}{x^6 \sin x - x^6 \tan x}$ برابر $2k\pi - \pi$ است.

دوره تناوب تابع $g(x) = \sin\left(\frac{kx}{\pi}\right)$ کدام است؟

- ۱ $\frac{8\pi}{3}$ ۲ $\frac{3\pi}{8}$ ۳ $\frac{\pi}{4}$ ۴ $\frac{\pi}{8}$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

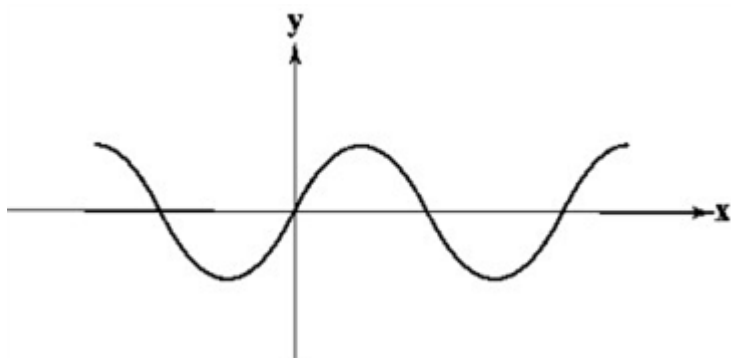
۲۴۹ در صورتی که $g(x) = \frac{1}{1-x}$ و $f \circ g(x) = \left(\frac{2}{x}\right)^{-1}$ باشد، $f(2x)$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1-x}{2+x}$ ۲ $\frac{2+x}{1-x}$ ۳ $\frac{2+x}{2-2x}$ ۴ $\frac{1-x}{2-2x}$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲



۲۵۰ اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{m-4} \sin(mx)$ به صورت شکل مقابل باشد، m کدام می‌تواند باشد؟



$\frac{3\pi}{2}$ (۴)

π (۳)

$\frac{9}{2}$ (۲)

2π (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۵۱ در تابع $f(x) = a + \cos(4x)$ اگر طول ماکزیمم برابر ۲ باشد، طول مینیمم تابع کدام می‌تواند باشد؟

$\frac{\pi}{2} - 3$ (۴)

$\frac{\pi}{4} - 2$ (۳)

-2 (۲)

3 (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۵۲ در صورتی که $f\left(2x - \frac{1}{x}\right) = 2x + \frac{1}{x}$ باشد، با شرط $x > 0$ مقدار $f(1)$ کدام است؟

4 (۴)

3 (۳)

2 (۲)

1 (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۵۳ در صورتی که $g(x) = f(1-2x)$ را یک واحد به سمت راست منتقل کرده، سپس نسبت به محور y ها قرینه و در نهایت

طول نقاط را دو برابر کنیم تا تابع $h(x)$ به دست آید، $h\left(\frac{1}{3}\right)$ کدام است؟

$f\left(\frac{11}{3}\right)$ (۴)

$f\left(\frac{10}{3}\right)$ (۳)

$f\left(\frac{10}{3}\right)$ (۲)

$f\left(\frac{11}{3}\right)$ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۵۴ در صورتی که $f(x) = \sqrt{1-x} + x$ باشد، $f\left(\frac{x}{2}\right)^{-1}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{3-2x} + 1 - x}{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3-2x} - 1 + x}{2}$ (۱)

$\frac{\sqrt{3-2x} + 1 + x}{2}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3-2x} - 1 - x}{2}$ (۳)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۵۵ اگر $f(x) = 4x - 12$ و $g(x) = 10$ باشند، $g(3)$ کدام می‌تواند باشد؟

-27 (۴)

28 (۳)

$\frac{41}{3}$ (۲)

$\frac{40}{3}$ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲



۲۵۶ در وسیع‌ترین بازه‌ای که تابع $f(x) = |x| + |x+2|$ اکیداً صعودی است، وارون آن کدام است؟

۲ $0 \leq x, \frac{x+2}{2}$

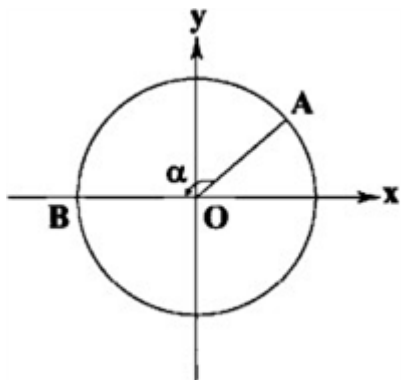
۱ $2 \leq x, \frac{x-2}{2}$

۴ $0 \leq x, 2 + 2x$

۳ $2 \leq x, \frac{x+2}{2}$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۵۷ اگر نقطه‌ی $A\left(k, \frac{2}{\sqrt[3]{13}}\right)$ روی دایره‌ی مثلثاتی و اندازه زاویه AOB برابر α باشد، آن‌گاه $2a \sin \alpha$ برابر است با:



۴ $\frac{6}{13}$

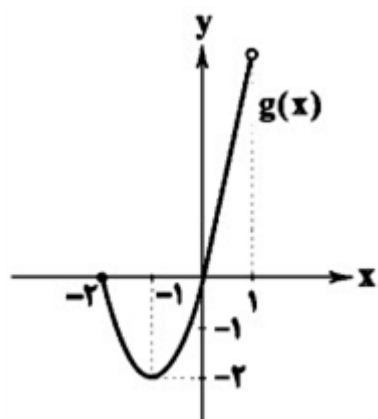
۳ $\frac{6}{13}$

۲ $\frac{12}{13}$

۱ $\frac{12}{13}$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۵۸ توابع $f(x)$ و $g(x)$ متناوب با دوره‌ی تناوب $T = 3$ می‌باشند که در بازه $[1, 2]$ مقادیر خروجی تابع $f(x)$ از ضابطه‌ی $f(x) = |x| + [x]x$ و در این بازه تابع $g(x)$ قسمتی از یک سهمی به شکل مقابل است. مقدار $f(5/21) + g(5/21)$ کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.)



۴ $3/5$

۳ $2/5$

۲ $5/1$

۱ صفر

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۵۹ اگر تابع $f(x) = \tan^{-1} \left(\frac{\pi}{6} - 3x \right) + 1$ در بازه $\left(\frac{7\pi}{9}, 2m\pi \right)$ اکیداً نزولی باشد، حداکثر مقدار m کدام است؟

۴ $\frac{1}{6}$

۳ $\frac{5}{6}$

۲ $\frac{2}{9}$

۱ $\frac{1}{9}$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲



۲۶۰ اگر دوره تناوب توابع $g(x) = \frac{3}{kx \cot + kx \tan}$ و $f(x) = \frac{x \tan - x^3 \tan}{1 + x^3 \tan^2 + x^6 \tan}$ با هم برابر باشند، حاصل ضرب مقادیر قابل قبول برای k کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) -۹ ۳) -۱۶ ۴) -۲۵

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۶۱ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 2 - 3x(4 - 2a) & 1 \geq x \\ 3 + 2x - 2ax & 1 < x \end{cases}$ اکیداً صعودی باشد، اختلاف بزرگترین و کوچکترین عدد صحیح قابل قبول برای a کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۶۲ اگر تابع $f(x)$ اکیداً نزولی با دامنه R و $f(-1) = 0$ باشد، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{(2+x)(x-4)}{(2+x)f}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) بی شمار

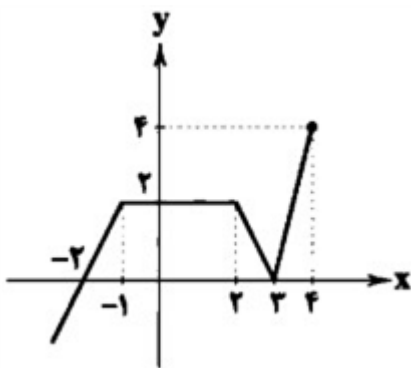
سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۶۳ اگر مجموع جوابهای معادله $2f(1-2x) = 3g(2+x)$ برابر عدد ۱۰ باشد در صورتی که این معادله دارای ۵ جواب باشد، مجموع جوابهای معادله $f(2-3x) = g\left(\frac{5+3x}{2}\right)$ کدام است؟

- ۱) $\frac{20}{3}$ ۲) $\frac{10}{3}$ ۳) $\frac{25}{3}$ ۴) ۵

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۶۴ اگر نمودار تابع $y = -2f(1-3x) - 1$ به شکل مقابل باشد، تابع $y = \frac{1-(2x-3)f}{5}$ در کدام بازه هم صعودی و هم نزولی است؟



- ۱) $[-4, 5]$ ۲) $[-1, 5]$ ۳) $[-4, \frac{7}{2}]$ ۴) $[-1, \frac{7}{2}]$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱

$$\cos 3x = -\cos 2x \Rightarrow 3x = 2k\pi \pm (\pi - 2x)$$

$$3x = 2k\pi + \pi - 2x \Rightarrow x = \frac{2k\pi + \pi}{5} \Rightarrow \begin{cases} k=0 & x = \frac{\pi}{5} \\ k=1 & x = \frac{3\pi}{5} \\ k=2 & x = \pi \end{cases}$$

$$3x = 2k\pi - \pi + 2x \Rightarrow x = 2k\pi - \pi \Rightarrow \begin{cases} k=1 & x = \pi \\ k=2 & x = 2\pi \end{cases}$$

$$A = 1 - \tan 3\alpha = 1 - \tan (6V/5)^\circ$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲

$$\tan^2 x = \frac{2 \sin^2 x}{2 \cos^2 x} = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$$

$$\Rightarrow \tan^2 6V/5^\circ = \frac{1 - \cos 120^\circ}{1 + \cos 120^\circ} = \frac{1 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} = (\sqrt{3} + 1)^2$$

$$\tan 6V/5^\circ = \sqrt{3} + 1 \Rightarrow 1 - \tan 6V/5^\circ = -\sqrt{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳

$$(-1, 3m - 2), (0, 10 - m), (1, 4m + 13), (2, 25)$$

$$3m - 2 \leq 10 - m \Rightarrow 4m \leq 12 \Rightarrow m \leq 3$$

$$10 - m \leq 4m + 13 \Rightarrow 5m \geq -3 \Rightarrow m \geq -0.6$$

$$4m + 13 \leq 25 \Rightarrow 4m \leq 12 \Rightarrow m \leq 3$$

$$-0.6 \leq m \leq 3$$

$$\text{طبیعی } m = 1 \quad m = 2 \quad m = 3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴

$$y = 0 \Rightarrow \text{روی محور } x \text{ ها متقاطع یعنی } g(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{3 + ax} = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{a}$$

$$g(f(x)) = 0 \Rightarrow \sqrt{3 + a(2 - x)} = 0 \Rightarrow 3 + 2a - ax = 0 \Rightarrow x = \frac{3 + 2a}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{-3}{a} = \frac{3 + 2a}{a} \Rightarrow 2a = -6 \Rightarrow a = -3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای محاسبه $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ ابتدا $f\left(\frac{1}{2}\right)$ را حساب می‌کنیم که می‌شود: ۵

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -2\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 0$$

حال با توجه به ضابطه دوم g داریم:

$$\text{fog}\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(g\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = f\left(-\frac{1}{2} - 2\right) = f\left(-\frac{5}{2}\right) = -2\left(-\frac{5}{2}\right) + 1 = 6$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{عبارت} = \frac{(2x - 3)^2}{2(2x - 3)^2} = \frac{2x - 3}{2} = \frac{3 + \sqrt{5} - 3}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} = 0.5\sqrt{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷

$$g(-4) \Rightarrow \begin{cases} -x + 4 & f(-4) \geq 0 \\ x - 4 & f(-4) < 0 \end{cases}$$

$$g(-4) = \text{ضابطه اول} = -(-4) + 4 = 8$$

$$f(-4) = \text{ضابطه دوم} = -2(-4) + 7 = 15$$

$$\alpha = \frac{\pi}{\lambda} \Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{2-1}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۸

$$A = -1 + \tan \frac{7\pi}{\lambda} = -1 - \tan \frac{\pi}{\lambda} = -1 - (\sqrt{2-1}) = -\sqrt{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۹

$$10 > 3 > 2 > -5 \Rightarrow -10 \leq m - 2 \leq 2m + 3 \leq 4 - m \Rightarrow \begin{cases} -8 \leq m \\ -5 \leq m \\ m \leq \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -5 \leq m \leq \frac{1}{3} \xrightarrow{Z} m = -5, -4, -3, -2, -1, 0$$

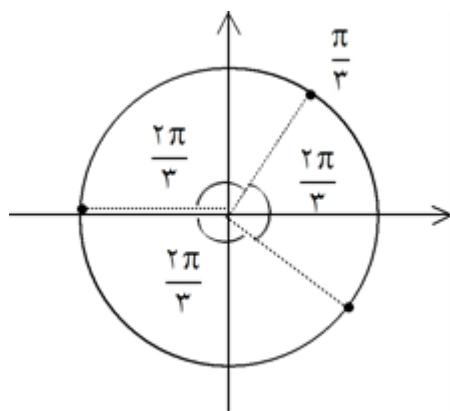
$$y\left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{4}{5} \Rightarrow -\sqrt{a + \frac{9}{25}b} = -\frac{4}{5} \Rightarrow \sqrt{25a + 9b} = 4$$

$$y\left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{3}{5} \Rightarrow -\sqrt{a + \frac{16}{25}b} = -\frac{3}{5} \Rightarrow \sqrt{25a + 16b} = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 25a + 9b = 16 \\ 25a + 16b = 9 \end{cases} \Rightarrow 7b = -7 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \frac{a}{b} = -1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۰



$$\cos 2x = \sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) \Rightarrow \cos 2x = -\cos x$$

$$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -1$$

$$\Rightarrow x = (2k+1)\pi \quad (1)$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$(1) \cup (2) \quad x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۱

$$\cos 2x = -\cos x \Rightarrow \cos 2x = \cos(\pi - x)$$

راه دوم:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow 3x - 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow x = 2k\pi - \pi \end{array} \right\} \cup x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$$

$$a - 4 = -1 \Rightarrow a = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۲

$$(3, -1) \in f^{-1} \Rightarrow (-1, 3) \in f \Rightarrow 3 = 1 + \sqrt{b+3} \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a - b = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۳

$$3 - \sqrt{2(x+1)} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور ها}} \sqrt{2x+2} - 3 \xrightarrow{+5} \sqrt{2x+2} + 2$$

$$\sqrt{2x+2} + 2 = \frac{5}{2} \Rightarrow 2x+2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{8}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۴

$$2\sin \alpha < \sin 2\alpha \Rightarrow 2\sin \alpha - \sin 2\alpha < 0 \Rightarrow 2\sin \alpha(1 - \cos \alpha) < 0$$

$$\underbrace{2\sin \alpha \cos \alpha} +$$

$$\Rightarrow \sin \alpha < 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \cot \alpha > 0 \\ \sin \alpha < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \cot \alpha < 0 \Rightarrow \text{در ناحیه چهارم قرار دارد.}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$f(x) = \cdot \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow f(f(x)) = \cdot \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ 1 \\ f(x) = -1 \end{cases}$$

پس این معادله دارای ۳ ریشه $\{2, 0, -2\}$ می‌باشد.

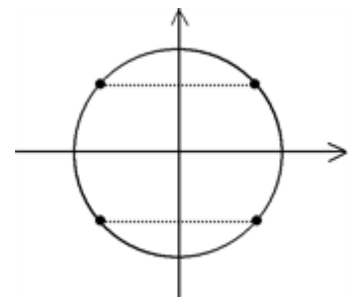
$$f(x) = 1 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2 \quad \checkmark \\ 1 \\ x + 1 = 1 \Rightarrow x = 0 \quad \times \end{cases}$$

$$f(x) = -1 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0 \quad \checkmark \\ x + 1 = -1 \Rightarrow x = -2 \quad \checkmark \end{cases}$$

$$T = \frac{\frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$$

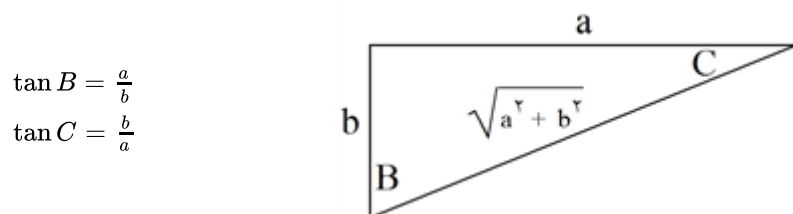
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دوره تناوب $-3f(2x)$ نصف دوره تناوب $f(x)$ است. ۱۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷



$$2(1 - \sin^2 x) = \sin x + 1 \Rightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \\ x = \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۸



$$\tan B = \frac{a}{b}$$

$$\tan C = \frac{b}{a}$$

$$\sqrt{ab} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow a^2 + b^2 = 4ab \Rightarrow \begin{cases} (a+b)^2 = 4ab \Rightarrow a+b = \sqrt{4ab} \\ (a-b)^2 = 4ab \Rightarrow a-b = \sqrt{4ab} \end{cases}$$

$$\sqrt{4ab} \times \sqrt{4ab} = 4\sqrt{4ab}$$

$$\tan(B - C) = \frac{\tan B - \tan C}{1 + \tan B \tan C} = \frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{1 + \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{\frac{a^2 - b^2}{ab}}{1 + 1} = \frac{(a-b)(a+b)}{2ab}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{4ab} \times \sqrt{4ab}}{ab}}{\frac{2}{1}} = \sqrt{4} = 2$$

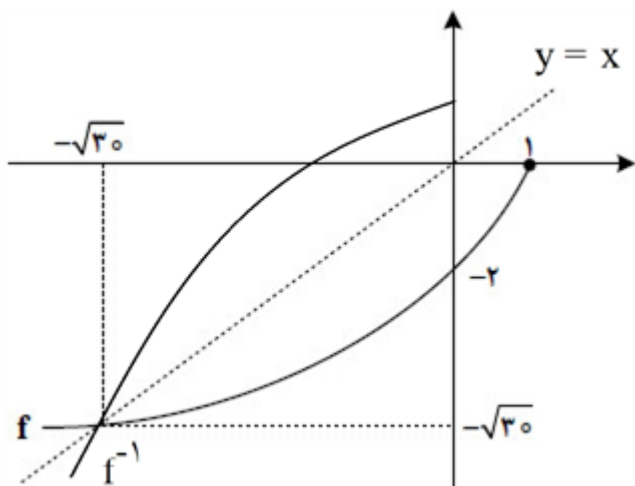
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از آنجا که برد دو تابع برابر است پس ضریب پشت $f(x)$ در هر دو تابع برابر است ۱۹

یعنی: $k = 1$

$$1 = a^2 - 3a + 2 \Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow p = 2$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۰



$$\sqrt{\frac{-}{-x + f^{-1}(x)}} \geq 0 \Rightarrow -x + f^{-1}(x) < 0$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) < x \Rightarrow x < -\sqrt{3} \Rightarrow \text{بیش از ۷}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۱

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6} + x\right)$$

$$\begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi - \frac{\pi}{6} - x \Rightarrow 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \\ x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} - x \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{12} \end{cases}$$

$$\text{جمع} = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

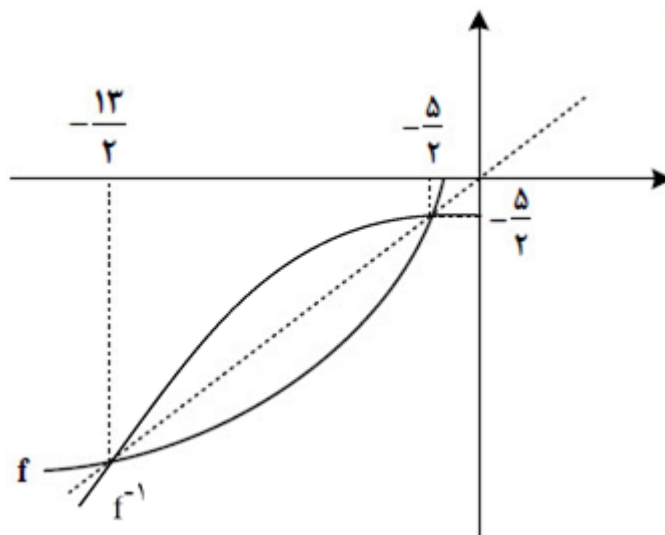
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۲



$$x_s = -\frac{v}{ra} = -\frac{1}{7} \Rightarrow -\frac{v}{ra} = -\frac{1}{7} \Rightarrow a = 5$$

$$y_s = 5\left(-\frac{1}{7}\right)^2 + 7\left(-\frac{1}{7}\right) - 1 = 2/5 - 1 - 1 = -3/5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۳



$$\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)} \geq 0 \xrightarrow{f^{-1}(x) < 0} x - f^{-1}(x) < 0$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) > x \Rightarrow x \in \left(-\frac{12}{2}, -\frac{5}{2}\right)$$

$$\Rightarrow -6, -5, -4, -3$$



۲۴

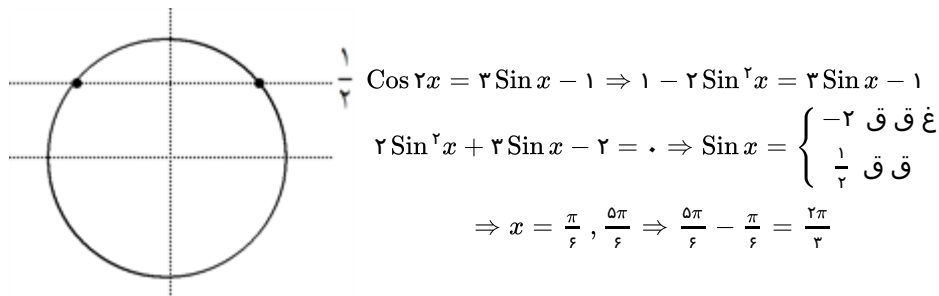
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{1}{3} - \sin \frac{2x}{a} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\left|\frac{2}{a}\right|} = |a|\pi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |a| = \frac{1}{3}$$

$$y = \cos ax \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$$

۲۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



۲۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -\cos\left(\overbrace{x + \frac{\pi}{4}}^{\alpha}\right) \Rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4} - x\right)$$

$$2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} - x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}$$

$$2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{3\pi}{4} + x \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2}$$

۲۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$D_f: x \geq -1, 1 - \sqrt{1+x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{1+x} \leq 1 \Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow D_f = [-1, 0]$$

$$\sqrt{1+x} \geq 0 \Rightarrow 1 - \sqrt{1+x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{1+x} \leq 1 \Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1+x}}$$

$$\Rightarrow f(-1) = 1, f(0) = 0 \Rightarrow R_f = [0, 1]$$

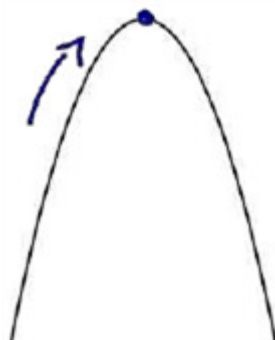
نمودار تابع فقط در ناحیه دوم است پس نمودار تابع وارون در ناحیه چهارم واقع می‌شود و تنها نقطه‌ی مشترک همان $(0, 0)$ است.

۲۸

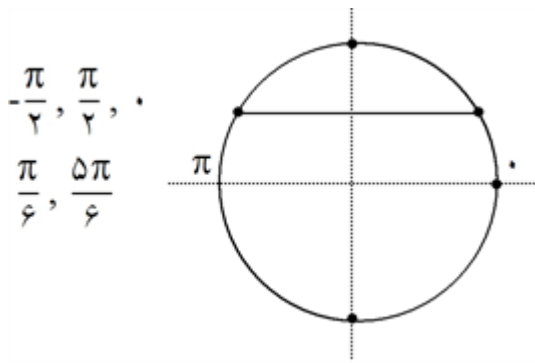
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{a}{10} = 2/5 \Rightarrow a = 25$$

$$y_s = y_{(2/5)} = -5 \times 6/25 + 25 \times 2/5 - 8 = 22/25$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۹



$$\begin{aligned} 2 \sin x \cos x - 2 \sin^2 x \cos x &= 0 \\ \Rightarrow 2 \sin x \cos x (1 - \sin x) &= 0 \\ \Rightarrow \sin 2x (1 - \sin x) &= 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \\ 1 - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۰

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2} \xrightarrow{x=2} f(2) = \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4} \Rightarrow f^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = 2 \Rightarrow \frac{a}{4} + \frac{a}{2} = 2 \\ \Rightarrow \frac{3a}{4} &= 2 \Rightarrow a = \frac{8}{3} \end{aligned}$$

تذکر: در اصل سؤال، شرط $x \geq 0$ نبود که در این صورت تابع وارون‌پذیر نمی‌باشد و منظور طراح، بخشی از تابع است که وارون‌پذیر است. در کل داریم:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}, x \geq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = 2x + 2\sqrt{x}, x \geq 0 \\ f(x) &= \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}, -1 \leq x \leq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = 2x - 2\sqrt{x}, 0 \leq x \leq \frac{1}{4} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۱

$$\left. \begin{aligned} f(g^{-1}(a)) &= -3 \Rightarrow f(g^{-1}(a)) = -3 \\ f\left(\frac{1}{4}\right) &= -3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow g^{-1}(a) = \frac{1}{4} \Rightarrow g\left(\frac{1}{4}\right) = a = -\frac{1}{8}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۲

$$\begin{aligned} (1 - 2 \sin^2 x) + \sin^2 x &= 0 \Rightarrow \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin x = \pm 1 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \text{جواب‌های بازه } [-2\pi, \pi] \text{ عبارت‌اند از } &\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{5\pi}{2} \text{ که مجموع آن‌ها برابر } -4\pi \text{ است.} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۳

خط از نقطه $(20, 1)$ می‌گذرد، پس وارون تابع هم از این نقطه می‌گذرد، در نتیجه تابع f از نقطه $(1, 20)$ عبور می‌کند.

$$\Rightarrow f(1) = a + 8 = 20 \Rightarrow a = 12$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۴

$$\begin{aligned} a + b &= 0 \Rightarrow a = -b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{b(\sqrt{2-x} - \sqrt{x} - 1)}{-bx + b} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x} - 1}{1-x} \xrightarrow{\sqrt{x}=t} \\ \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-t} - 1}{1-t^2} &= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\cancel{1-t}(\sqrt{2-t} + 1)}{(1-t)(1+t)(\sqrt{2-t} + 1)} = \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۵

$$\begin{aligned} \cot\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) &= \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) \Rightarrow -\tan(2x) = -\sin 2x \Rightarrow \tan(2x) = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \\ \Rightarrow \begin{cases} \tan(2x) = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \\ 1 + \tan^2 2x = 2 \Rightarrow \tan^2 2x = 1 \Rightarrow 2x = k\pi \pm \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{8} \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{\pi}{8} \\ x_2 = \frac{\pi}{8} \end{cases} \Rightarrow \alpha = x_2 - x_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} = \cos(2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$



$$\sin 2\alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\alpha \Rightarrow y = a \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2bx \right) \right) + c$$

$$\Rightarrow y = -\frac{a}{2} \sin(2bx) + \left(\frac{a}{2} + c \right)$$

$$\left(-\frac{a}{2} \right) \cdot (2b) > \Rightarrow ab < 0$$

تابع در همسایگی صفر صعودی است. پس:

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{2} + c = \frac{-2+1}{2} &\Rightarrow \frac{a}{2} + c = -\frac{1}{2} \\ \left| -\frac{a}{2} \right| = \frac{1-(-2)}{2} &\Rightarrow |a| = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} a = 3, c = -2 \\ \text{یا} \\ a = -3, c = 1 \end{aligned}$$

$$\frac{2\pi}{|2b|} = \frac{10\pi}{2} - \left(\frac{-5\pi}{2} \right) \Rightarrow |b| = \frac{1}{5}$$

$$ab = -3 \times \frac{1}{5} = -\frac{3}{5}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \\ -2x^2 + ax - 21 \end{cases} \quad \begin{aligned} x \geq \frac{5}{2} &\Rightarrow \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \geq -\frac{1}{4} \Rightarrow y \geq -\frac{1}{4} \\ x < \frac{5}{2} &\Rightarrow y < g\left(\frac{5}{2}\right) \Rightarrow y < \frac{5}{2}a - \frac{67}{2} \end{aligned}$$

$g(x)$

ابتدا خود سهمی در فاصله $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right)$ باید وارون‌پذیر باشد پس:

$$\frac{5}{2} \leq x_S \Rightarrow \frac{5}{2} \leq \frac{-a}{-4} \Rightarrow a \geq 10$$

از طرفی برد هر دو ضابطه نباید اشتراکی داشته باشند. بنابراین:

$$\frac{5}{2}a - \frac{67}{2} \leq -\frac{1}{4} \Rightarrow 10a - 134 \leq -1$$

$$10a \leq 133 \Rightarrow a \leq 13\frac{1}{10}$$

$$10 \leq a \leq 13\frac{1}{10} \quad \text{شرط وارون‌پذیر تابع f:}$$

پس بزرگترین مقدار صحیح $a = 13$

$$f^{-1}(-3) : -2x^2 + 13x - 21 = -3 \Rightarrow 2x^2 - 13x + 18 = 0$$

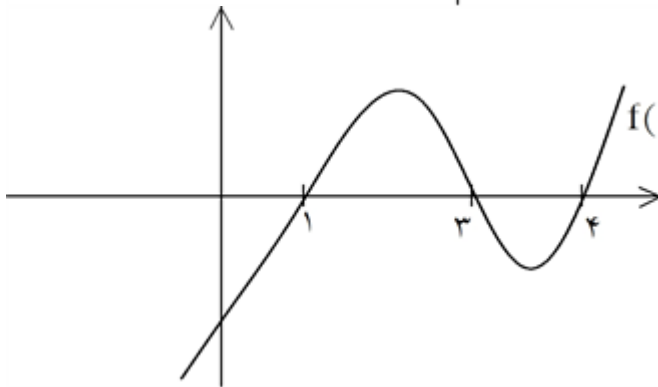
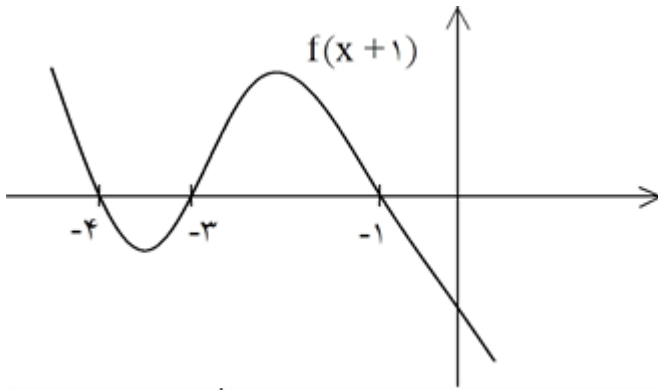
$$\begin{cases} x = 2 \checkmark \\ \text{یا} \\ x = \frac{9}{2} \end{cases}$$

$$x < \frac{5}{2} \quad \text{چون}$$



۳۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $f(x-2)$ را ۳ واحد به چپ منتقل می‌کنیم تا $f(x+1)$ به دست آید پس نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم تا $f(1-x)$ شود.



$$\left. \begin{aligned} \frac{f(1+x)}{f(1+x)} &\geq 0 \\ x &\in \mathbb{Z} \\ x &\in \{0, 1, 2, 4\} \end{aligned} \right\}$$

۳۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin x \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cos x = \frac{1}{\sqrt{3}} \xrightarrow{\times \sqrt{3}} \sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$$

از طرفی:

$$\begin{aligned} \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3} \xrightarrow{\cos^2 x = 1 - \sin^2 x} \cos^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3} \\ \Rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} + x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{3} \sin x - \cos x + m \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \\ \Rightarrow 2 - \frac{m}{3} &= 1 \Rightarrow m = 3 \end{aligned}$$

$$S = \frac{5 \times 12 \times \sin \alpha}{2} = 15 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

۴۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\alpha = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{اختلاف} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$f(x) = \sqrt{x} \sqrt{mx-1}$$

۴۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} 5y - 1 \cdot x &= 12 \xrightarrow{y=V/2} x = 2/4 \Rightarrow (2/4, V/2) \in f^{-1} \\ &\quad (V/2, 2/4) \in f \\ \Rightarrow 2/4 &= \sqrt{V/2} \sqrt{V/2m-1} \\ 2/4 \times 2/4 &= V/2(V/2m-1) \\ \cdot / 8 &= V/2m-1 \Rightarrow m = \frac{1}{4} \Rightarrow f(1/4) = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\lambda a - b = 0 \Rightarrow b = \lambda a \Rightarrow a = \frac{b}{\lambda}$$

۴۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2 + \sqrt{x}} - 2}{\frac{x}{2} - 4} \times \frac{\sqrt{2 + \sqrt{x}} + 2}{2 + 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - 2}{\frac{x}{2} - 4} \times \frac{\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 2}{4 + 2 + 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 8}{6x - 16} = \frac{1}{6}$$

تذکر: سؤال با فاعده هوپیتال نیز قابل حل است.



$$R_1 = \left[\frac{13}{2}, +\infty \right)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۳

$$-x^2 + 2mx + 2 = -(x - m)^2 + m^2 + 2$$

باید رأس سهمی $(x = m)$ داخل بازه $x > -\frac{3}{2}$ نباشد، پس:

$$m \leq -\frac{3}{2} \xrightarrow{m^2+2 \leq \frac{13}{2}} m = -2 \Rightarrow y_2 = -(x+2)^2 + 6$$

$$f^{-1}(-19) \Rightarrow -(x+2)^2 + 6 = -19 \Rightarrow (x+2)^2 = 25 \xrightarrow{x > -\frac{3}{2}} x = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۴

$$f\left(-\frac{5}{3}\right) = 2\left[-\frac{5}{3}\right] - \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{10}{3} + \frac{5}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$f\left(-\frac{7}{3}\right) = 2\left[-\frac{7}{3}\right] - \left(-\frac{7}{3}\right) = -\frac{14}{3} + \frac{7}{3} = -\frac{7}{3}$$

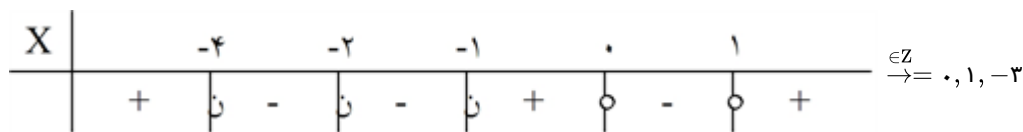
$$\text{gof}\left(-\frac{5}{3}\right) = g\left(f\left(-\frac{5}{3}\right)\right) = g\left(-\frac{5}{3}\right) = f\left(\left[-\frac{5}{3} + f\left(-\frac{5}{3}\right)\right]\right) = f\left(\left[-\frac{5}{3} - \frac{5}{3} + \frac{5}{3}\right]\right) = f(-\frac{5}{3}) = -\frac{5}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۵

$$-\frac{f(x)}{f(2+x)} \geq 0 \Rightarrow \frac{f(x)}{f(2+x)} \leq 0$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = -2, 0, 1$$

$$f(x+2) = 0 \Rightarrow x+2 = -2, 0, 1 \Rightarrow x = -4, -2, -1$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دامنه تابع $(-\infty, 0)$ است. حال چون اکیداً نزولی است باید رابطه زیر برقرار باشد. ۴۶

$$-m^2 + 2m - 3 < m^2 - m - 5 < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m^2 - 3m - 2 = (2m+1)(m-2) > 0 \Rightarrow m > 2 \text{ یا } m < -\frac{1}{2} \\ m^2 - m - 5 < 0 \Rightarrow \frac{1-\sqrt{21}}{2} < m < \frac{1+\sqrt{21}}{2} \end{cases}$$

پس مجموعه مقادیر m برابر $\left(2, \frac{1+\sqrt{21}}{2}\right) \cup \left(\frac{1-\sqrt{21}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ است که این مجموعه فقط شامل $m = -1$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۷

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\cos x}{\sqrt{2}} - \frac{\sin x}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos x - \sin x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos x - \sin x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

طرفین تساوی بالا را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\Rightarrow 1 - \sin 2x = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{3}$$

حال در معادله داده شده جای‌گذاری می‌کنیم:

$$m\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) - 2\sqrt{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right) = \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}m = 2\sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow m = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۸

$$10 = 12 - x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow (2, 10) \in f^{-1} \Leftrightarrow (10, 2) \in f$$

$$y = 12 - x \xrightarrow{\text{وارون}} y = 12 - x \Rightarrow 12 - x = \sqrt{x - 2\sqrt{mx - 1}} \xrightarrow{x=10}$$

$$2 = \sqrt{10 - 2\sqrt{10m - 1}} \Rightarrow 4 = 10 - 2\sqrt{10m - 1} \Rightarrow \sqrt{10m - 1} = 3 \Rightarrow m = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} \Rightarrow f(m+2) = f(5) = 1$$



۴۹

5.

9

51

$$\Rightarrow \operatorname{Cotg} \gamma \alpha = -\frac{\gamma}{\gamma} \Rightarrow \operatorname{tg} \gamma \alpha = -\frac{\gamma}{\gamma}$$

52

$$g(f^{-1}(-2)) + f(f(-2)) = -2 - 1 = -1$$

53

$$\Rightarrow \text{مجموع} = \frac{1}{2}$$

ΔF

$$y = -\mathfrak{r}x + \mathfrak{v} \Rightarrow \mathfrak{r}x = -y + \mathfrak{v} \Rightarrow x = -\frac{\mathfrak{v}}{\mathfrak{r}}y + \frac{\mathfrak{v}}{\mathfrak{r}} \xrightarrow{y \geq \frac{\mathfrak{v}}{\mathfrak{o}}} f^{-1}(x) = -\frac{\mathfrak{v}}{\mathfrak{r}}x + \frac{\mathfrak{v}}{\mathfrak{r}}, x \leq \frac{\mathfrak{v}\mathfrak{q}}{\mathfrak{o}}$$

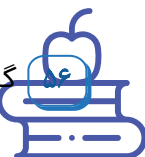
$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow k = -2, -1, 0, 1 \Rightarrow \text{معادله ۲ جواب دارد} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + 2x \otimes \end{cases}$$

راه حل دوم:

۲ دور

49

$$(x) =$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا تابع را ساده تر می کنیم تا ضریب x در داخل قدرمطلق برابر ۱ شود:

$$y = -\frac{1}{2} \left| 2 \left(x + \frac{1}{2} \right) \right| = -\frac{1}{2} \times 2 \left| x + \frac{1}{2} \right| = - \left| x + \frac{1}{2} \right|$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

پس تابع $|x|$ را به اندازه $\frac{1}{2}$ به چپ انتقال می دهیم سپس نسبت به محور x قرینه می کنیم.

$$g(x) = f^{-1}(x) = (\sqrt{x} + 1)^2$$

$$g(g(1)) = g(2) = 9$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} f \Rightarrow m = n = 0 \Rightarrow f(x) = -k \\ (m, n-1) = (0, k) \Rightarrow k = n-1 = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(x) = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\cos \left(\frac{17\pi}{8} + x \right) = \cos \left(2\pi + \frac{\pi}{8} + x \right) = \cos \left(x + \frac{\pi}{8} \right)$$

$$\cos \left(\frac{3\pi}{8} - x \right) = \cos \left(\frac{\pi}{8} - \left(\frac{\pi}{8} + x \right) \right) = \sin \left(x + \frac{\pi}{8} \right) \Rightarrow \cos \left(x + \frac{\pi}{8} \right) \sin \left(x + \frac{\pi}{8} \right) = \left(\frac{1}{2} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \xrightarrow{x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} x_1 = -\frac{\pi}{12} \\ 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{12} \xrightarrow{x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} x_2 = \frac{7\pi}{12} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{6\pi}{12} = \frac{\pi}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای رسم نمودار داده شده، نمودار $y = \cos x$ را $\frac{\pi}{3}$ واحد به راست می بریم، سپس طول

نقاط را بر c تقسیم می کنیم، عرض نقاط را در b ضرب و با a جمع می کنیم.

با توجه به نمودار b و c هر دو مثبت هستند و داریم:

$$(0, 0) \in \text{نمودار} \Rightarrow a + b \cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) = 0 \Rightarrow 2a + b = 0 \quad (1)$$

$$y_{\max} = a + |b| \xrightarrow{b > 0} a + b = 1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} a = -1, b = 2$$

دوره تناوب هم برابر $2\pi = \frac{4\pi}{3} - \left(-\frac{2\pi}{3} \right)$ است.

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{|c|} = \frac{2\pi}{c} = 2\pi \Rightarrow c = 1 \Rightarrow b(c - a) = 2 \times 2 = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$g(1) = 4 \Rightarrow (1, 4) \in f \Rightarrow f(1) = 2 + 2^{b-a} = 4 \Rightarrow b - a = 1 \quad (1)$$

$$f^{-1}(10) = -1 \Rightarrow f(-1) = 10 \Rightarrow 2 + 2^{b+a} = 10 \Rightarrow 2^{b+a} = 8 \Rightarrow b + a = 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} b = 2, a = 1 \Rightarrow 2b - a = 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$g^{-1}(f^{-1}(0)) = \alpha \Rightarrow f^{-1}(0) = g(\alpha) \Rightarrow 0 = f(g(\alpha))$$

$$2x - 5 = 1 \Rightarrow x = 3 \quad (\log 1 = 0) \quad \text{در تابع } f, f(3) = 0 \text{ است زیرا:}$$

$$\Rightarrow g(\alpha) = 3 = \alpha + \sqrt{2\alpha - 4} \Rightarrow 3 - \alpha = \sqrt{2\alpha - 4} \xrightarrow[\text{توان ۲}]{\alpha < 3} \alpha^2 - 6\alpha + 9 = 2\alpha - 4$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 8\alpha = -13 \Rightarrow \alpha^2 - 8\alpha + 16 = (\alpha - 4)^2 = 3 \Rightarrow \alpha = 4 - \sqrt{3}$$



$$\underbrace{\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}_{\alpha} \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}_{\beta} = 1$$

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \cos \beta$$

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1 \Rightarrow \cos^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \pm 1 \Rightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$x - \frac{\pi}{2} = k\pi \Rightarrow \left. \begin{matrix} x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq x \leq 2\pi \end{matrix} \right\} x = \frac{\pi}{2}, x = \pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

این معادله در این فاصله ۲ جواب دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (نمودار در صفر می‌نیمم دارد پس $a < 0$) ۶۵

$$\left. \begin{matrix} |a| + c = 2/5 \\ -|a| + c = -0/5 \end{matrix} \right\} c = 1, |a| = 1/5$$

$$a = -1/5$$

$$ac = -1/5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۶

$$\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{5}}{2} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 1 + \sin 2x = 1/4 \Rightarrow \sin 2x = -3/4$$

$$\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4 \tan x = 2 + 2 \tan^2 x$$

$$\Rightarrow 2 \tan^2 x - 4 \tan x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan x = 2 \\ \tan x = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{فقط } \frac{1}{2} \text{ در گزینه‌ها موجود است.}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۷

$$y(-2) = 2^2 - 2 - 11 = 9 \Rightarrow (-2, 9) \in f \Rightarrow (9, -2) \in f^{-1}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۸

$$f(x) = \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{یکی به راست}} \frac{1}{x-1} \xrightarrow{\text{قرینه به محور } x} \frac{-1}{x-1} \xrightarrow{\text{تا پایین ۲}} \frac{-1}{x-1} - 2$$

$$\frac{1}{x} = \frac{-1}{x-1} - 2 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = -2 \Rightarrow \frac{2x-1}{x^2-x} = -2 \Rightarrow \cancel{2x} - 1 = -2x^2 + \cancel{2x}$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, y = \pm \sqrt{2}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{2}\right), (0, 0) \Rightarrow d = \sqrt{\frac{1}{2} + 2} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به گزینه‌ها، خارج قسمت را باید درجه یک بگیریم. خارج قسمت $\alpha x + \beta$ را در نظر ۶۹

می‌گیریم و داریم:

$$f(x) = (x^2 + 4x + 5)(\alpha x + \beta) + x + 2$$

$$\left. \begin{matrix} f(1) = 1 \cdot (\alpha + \beta) + 3 = 13 \Rightarrow \alpha + \beta = 10 \\ f(-1) = 2(-\alpha + \beta) + 1 = 11 \Rightarrow -\alpha + \beta = 5 \end{matrix} \right\} \beta = 3, \alpha = -2$$

خارج قسمت $-2x + 3$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۰

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1 \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \pm 1 \Rightarrow x + \frac{\pi}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$



۷۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 3 \Rightarrow 1 - \sin x = 3 + 3 \sin x \Rightarrow \sin x = -\frac{3}{5} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \cos x = -\frac{4}{5}$$

$$\tan^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)}{1 - \frac{4}{5}} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{1}{5}} = 9 \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = -3$$

$$\pi < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} < \frac{x}{2} < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \tan \frac{x}{2} < -1$$

۷۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع داده شده اکیداً صعودی است، پس وارون خود را روی خط $y = x$ قطع می‌کند.

$$x^2 + 3x - 12 = x \Rightarrow x^2 + 2x - 12 = 0$$

داریم:

$$x = 2 \text{ جواب معادله بالا است}$$

$$x^2 + 2x - 12 = (x - 2)(x^2 + 2x + 6) = 0$$

$$\Delta < 0$$

پس $x = 2$ تنها جواب حقیقی معادله مذکور است. یعنی نقطه تقاطع تابع داده شده با وارونش $(2, 2)$ است. فاصله این

نقطه از مبدأ مختصات $2\sqrt{2}$ است.

۷۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$8 \cos x = 1 + \tan^2 x \Rightarrow 8 \cos x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 8 \cos^3 x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ \text{یا} \\ x = 2\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

۷۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4} \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} - x < \frac{\pi}{2}$$

پس کمان موردنظر در ربع اول است در این بازه تانژانت مثبت است.

$$\frac{1 - m}{2 + m} > 0 \Rightarrow -2 < m < 1$$

پس:

۷۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اکیداً نزولی یعنی:

$$-9 + k^2 < 0 \Rightarrow k^2 < 9 \Rightarrow -3 < k < 3 \Rightarrow k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\} \Rightarrow \text{مجموع} = 0$$

۷۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$g(2x) = 5x^2 + 11 \Rightarrow g(x) = \frac{5x^2}{4} + 11$$

مینیمم آن ۱۱ است و اگر ۷ واحد هم به سمت راست برود باز همان است.

۷۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$4(x+2) - (x+2)^2 = -x^2 + 4$$

$$4x - x^2 = -x^2 + 4 \Rightarrow x = 1$$

$$\text{OA} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10} \quad (1, 3) \text{ نقطه تلاقی}$$

۷۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{T}{2} = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow T = 2 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 2 \xrightarrow{b>0} b = \pi$$

$$\max = \frac{1}{4} \Rightarrow |a| = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{5}{4}, 0\right) \Rightarrow \frac{1}{4} \cos\left(\frac{5\pi}{4} + c\right) = 0 \Rightarrow \frac{5\pi}{4} + c = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow c = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{ac}{b} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{\pi}{4}}{\pi} = \frac{1}{16}$$

پس:



$$f(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2})}{2(\sqrt{2}) - \sqrt{2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$f(f(\sqrt{2})) = \frac{\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}{\frac{2}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$$

$$f(f(f(\sqrt{2}))) = f(\sqrt{2}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

از داخلی‌ترین تابع شروع می‌کنیم:

راه دوم:

نکته: در تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ اگر $d = -a$ داریم:

$$(f \circ f)(\sqrt{2}) = f(\sqrt{2}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

پس:

$$f(x) = x^2 \sqrt{x^2} = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x \leq 0 \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸۰

تابع پایینی نزولی است پس باید وارون این قسمت را بیابید. چون دامنه این قسمت $x \leq 0$ است پس برد $y \geq 0$ است. در تابع وارون جای دامنه و برد باید عوض شود.

$$y = -x^2 \Rightarrow -y = x^2 \Rightarrow -\sqrt{-y} = x \Rightarrow f^{-1}(x) = -\sqrt{-x} \text{ و } x \geq 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸۱

$$(f \circ f) \circ g(x) = \begin{cases} f \circ f(1) = f(0) = 0 & x > 0 \\ f \circ f(0) = 0 & x = 0 \\ f \circ f(-1) = f(0) = 0 & x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 0 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

همواره پیوسته

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۲

$$y = 2^{x+|x|} \xrightarrow{\text{واحد در جهت منفی محور } x} y = 2^{(x+2)+|x+2|} \xrightarrow{\text{واحد در جهت منفی } y} y = 2^{x+2+|x+2|} - 2 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 2^{x+2+|x+2|} = 2^1 \Rightarrow x+2+|x+2| = 1$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \Rightarrow 2(x+2) = 1 \Rightarrow x = -2/5 \\ x < -2 \Rightarrow (x+2) - (x+2) = 1 \Rightarrow 0 = 1 \text{ غ ق} \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع اکیداً صعودی است، پس وارون خود را روی خط $y = x$ قطع می‌کند. ۸۳

$$\sqrt{x+3} - 1 = x \Rightarrow \sqrt{x+3} = x+1$$

بنابراین:

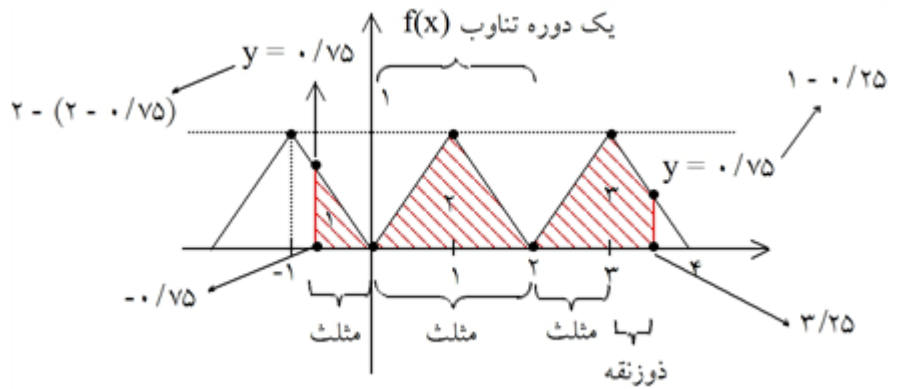
$$\begin{cases} x = 1 \text{ ق} \\ x = -2 \text{ غ} \end{cases}$$

به توان میرسانیم:

$$x^2 + 2x + 1 = x + 3 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ ق} \\ x = -2 \text{ غ} \end{cases}$$

$$M(1,1) \Rightarrow MO = \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2} \Rightarrow MO = \sqrt{2}$$





$$S = \underbrace{\left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{2}}_{S_1} + \underbrace{\frac{1 \times 2}{2}}_{S_2} + \underbrace{\frac{1 \times 1}{2}}_{S_3} + \underbrace{\left(1 + \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{2}}_{S_4} = \frac{9}{32} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{7}{32} = 2$$

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{r} + \alpha\right) - (-\sin(\pi - \alpha))}{|\operatorname{tg}^r \alpha - 1|} = \frac{\cos \alpha + \sin(\pi - \alpha)}{|\operatorname{tg}^r \alpha - 1|} = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{|\operatorname{tg}^r \alpha - 1|}$$

$$\cos \alpha = \frac{r}{3} \Rightarrow \sin^r \alpha = 1 - \left(\frac{r}{9}\right) \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3} \text{ (ربع ام)}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3} \times \frac{r}{r} = \frac{-\sqrt{5}}{r} = \frac{\frac{-\sqrt{5}}{r} + \frac{r}{r}}{\left|\frac{5}{r^2} - 1\right|} = \frac{\frac{r - \sqrt{5}}{r}}{\frac{1}{r}} = \frac{r(r - \sqrt{5})}{r}$$

$$\operatorname{fog} = \begin{cases} -1 & ; x < -\sqrt{2} \text{ یا } x > \sqrt{2} \\ 1 - x^2 & ; -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\operatorname{gof} = \begin{cases} \cdot & ; x < -1 \\ 1 - x^2 & ; -1 \leq x \leq 1 \\ \cdot & ; x > 1 \end{cases}$$

$$(\operatorname{gof} - \operatorname{fog})(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; -\sqrt{2} \leq x \leq -1 \text{ یا } 1 \leq x \leq \sqrt{2} \\ \cdot & ; \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

پس داریم:

بیش‌ترین مقدار این تابع به ازای $x = \pm\sqrt{2}$ و برابر ۱ به دست می‌آید.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. منحنی اولیه را k واحد در راستای قائم جابه‌جا می‌کنیم و نمودار تابع $y = \sqrt{\sqrt{x+3}} + k$ حاصل می‌شود. اگر این نمودار، نمودار وارون خود را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کند، یعنی خط $y = x$ را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کرده است، پس نقطه‌ی تقاطع به صورت $(1, 1)$ است که مختصات این نقطه در ضابطه‌ی جدید صدق می‌کند:

$$\xrightarrow[y=1]{x=1} 1 = \sqrt{\sqrt{1+3}} + k = 2 + k \Rightarrow k = -1$$

پس ضابطه‌ی تابع جدید $y = \sqrt{\sqrt{x+3}} - 1$ است. حال داریم:

$$\xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور } x]{\text{واحد به سمت چپ}} y = -\sqrt{\sqrt{x+3}} + 1 \xrightarrow{\text{واحد به سمت چپ}} y = 1 - \sqrt{\sqrt{x+3}} + 3$$

مختصات نقطه‌ی $(0, 1 - \sqrt{5})$ در ضابطه‌ی این تابع صدق می‌کند.

$$\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + 1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)} = \frac{2 \sin^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)}$$

$$\xrightarrow[\text{خرج ریاضی: ۹۴}]{\text{ساده‌سازی}} = \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{1 - \cos \theta} = 2 \cot \frac{\theta}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} + \frac{2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} = \cot \frac{\theta}{2} + \cot \frac{\theta}{2} = 2 \cot \frac{\theta}{2}$
 در صورت سؤال مطرح شده رأس مثلث متساوی الساقین کدام است؟
 فرض کنیم در این جا $AB = AC = 6$ باشد. در این صورت ارتفاع AH میانه هم هست پس $BH = CH$.
 در مثلث های قائم الزاویه ABH و BCH چون $\widehat{B} = 75^\circ$ پس $\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 = 15^\circ$ بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 = 15^\circ \\ \widehat{H} = \widehat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز)} \triangle ABH \sim \triangle OCH \Rightarrow \frac{OH}{BH} = \frac{OC}{AB} \quad (1)$$

$$\sin^r \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^r 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$\cos^r \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \cos^r 15^\circ = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$$

$$\tan 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}}{\frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}} = 2 - \sqrt{3}$$

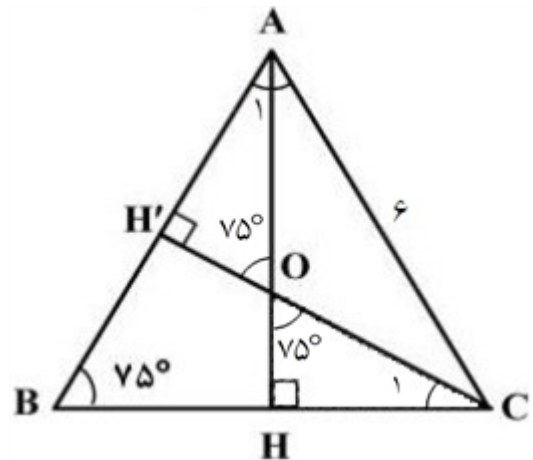
$$\triangle OHC : \operatorname{tg} \widehat{C}_1 = \frac{OH}{CH} \xrightarrow{\widehat{C}_1 = 15^\circ} \operatorname{tg} 15^\circ = \frac{OH}{CH} \xrightarrow{CH=BH} \operatorname{tg} 15^\circ = \frac{OH}{BH} \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow \frac{OC}{AB} = \operatorname{tg} 15^\circ \xrightarrow{AB=6} OC = 6 \operatorname{tg} 15^\circ \Rightarrow OC = 6(2 - \sqrt{3})$$

در مثلث قائم الزاویه OHC چون یک زاویه ی حاده 15° است پس ارتفاع وارد بر OC مساوی $\frac{1}{4}$ آن است.

$$S_{OHC} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} OC \right) (OC) = \frac{1}{8} OC^2 = \frac{1}{8} (6(2 - \sqrt{3}))^2 = \frac{9}{2} (7 - 4\sqrt{3})$$

$$= \frac{9(7 - 4\sqrt{3})(7 + 4\sqrt{3})}{2(7 + 4\sqrt{3})} = \frac{9}{2(7 + 4\sqrt{3})}$$



۹۰

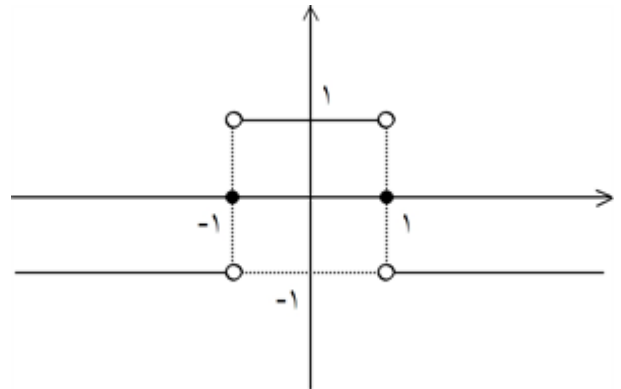
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید ضابطه تابع $(g \circ f)(x)$ را حساب کنیم. بنابراین ضابطه g به شرط $1 - x^2$ مثبت باشد برابر ۱ و اگر $1 - x^2$ منفی باشد، حاصل y برابر -۱ و اگر $1 - x^2 = 0$ برابر صفر است.

$$\begin{cases} 1 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow -1 < x < 1 \Rightarrow g(f(x)) = 1 \\ 1 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow g(f(x)) = 0 \\ 1 - x^2 < 0 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -1 \Rightarrow g(f(x)) = -1 \end{cases}$$

با توجه به حاصل $g(f(x))$ و حدود x ضابطه و $(g \circ f)(x)$ برابر است با:

$$(g \circ f)(x) = \begin{cases} 1 & ; -1 < x < 1 \\ 0 & ; x = \pm 1 \\ -1 & ; x < -1 \text{ یا } x > 1 \end{cases}$$

یا رسم نمودار تابع تعداد نقاط ناپیوسته را حساب می‌کنیم.



در شکل مشخص است که تابع در $x = -1$ و $x = 1$ ناپیوسته است.

۹۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. قرینه $y = 2 + \sqrt{x-1}$ نسبت به خط $y = x$ تابع وارون آن است.

$$y = 2 + \sqrt{x-1} \Rightarrow y - 2 = \sqrt{x-1} \xrightarrow{\text{به توان میرسانیم}} y^2 - 4y + 4 = x - 1$$

$$\Rightarrow x = y^2 - 4y + 5 \Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 5$$

$$\Rightarrow f(x) = (x - 2)^2 + 1$$

$$\xrightarrow{\text{واحد در جهت } x \text{ مثبت}} y = (x - 2 - 2)^2 + 1 \xrightarrow{\text{واحد در جهت } y \text{ منفی}} g(x) = (x - 4)^2 + 1 - 3$$

$$\Rightarrow g(x) = (x - 4)^2 - 2 \Rightarrow g(4) = (4 - 4)^2 - 2 = -2$$

۹۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x \cos^2 x = \cos^2 x + \sin^2 x = -\sin^2 x \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$\Rightarrow -\sin^2 x \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \Rightarrow -\sin^2 x (\cos^2 x + 1) = 0$$

$$\sin^2 x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow$$

k	۰	۱	۲
x	۰	π	2π

$$\cos^2 x = -1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

k	۰	۱	۲
x	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{5\pi}{2}$

در مجموع ۵ ریشه در بازه $[0, 2\pi]$ وجود دارد.

۹۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با کمک ترسیم قرینه نسبت به مبدأ مختصات و انتقال روی محور عرض‌ها داریم:

$$y = (x - 1)^2 \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدأ}} y = -(-x - 1)^2 \xrightarrow{\text{واحد به بالا}} y = -(-x - 1)^2 + 4$$

$$-(-x - 1)^2 + 4 = (x - 1)^2 \Rightarrow -x^2 - 2x - 1 + 4 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow -2x^2 = -2 \Rightarrow x = \pm 1$$



۹۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به ترکیب توابع و مفهوم وارون یک تابع داریم:

$$(f^{-1} \circ g^{-1})(-9) = f^{-1}(g^{-1}(-9))$$

$$g^{-1}(-9) = b \Rightarrow g(b) = -9 \Rightarrow \frac{3-b}{2} = -9 \Rightarrow b = 21$$

$$f^{-1}(21) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = 21 \Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha + 9 = 21 \xrightarrow{x \geq 2} \alpha = 6$$

۹۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$T = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 3 \Rightarrow b = \pm 3 \Rightarrow \text{گزینه ۳ و ۴ غلط}$$

$$\begin{cases} \max : |a| + c = 1 \\ \min : -|a| + c = -3 \end{cases} \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow \text{گزینه ۲ غلط}$$

۹۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

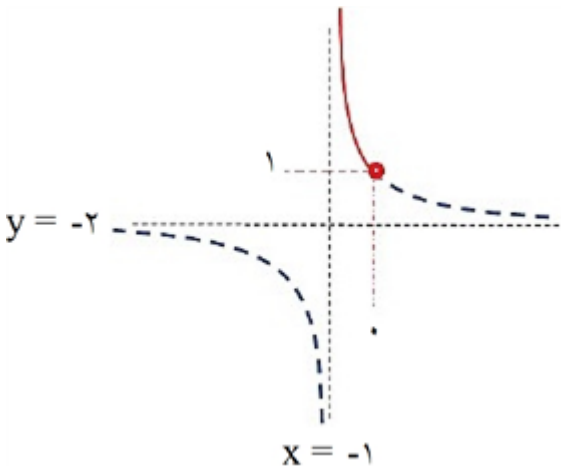
$$x + 2\sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$x + 2\sqrt{x} = 15 \Rightarrow x = 9$$

$$g(3) + g(15) = 1 + 9 = 10$$

۹۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$-1 \leq x - [x] < 1 \xrightarrow{\times(-1)} -1 < [x] - x \leq 0$$

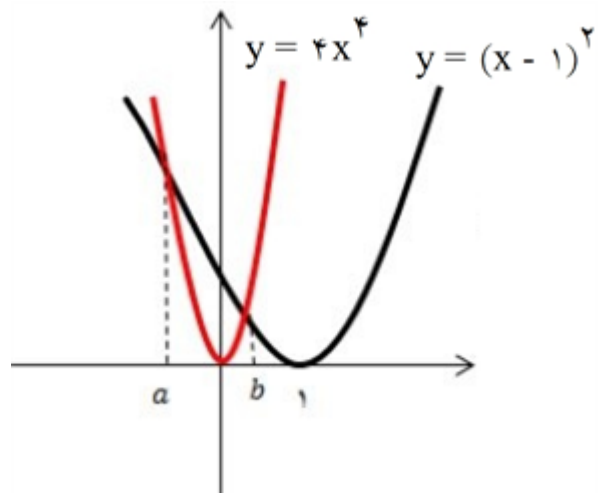
$$R \xrightarrow{f} (-1, 0], \quad x \neq -1 \xrightarrow{g} R - \{-2\}$$

$$\text{اشتراک } (-1, 0] \xrightarrow{g} [1, +\infty)$$

$$g(x) = \frac{-2x+1}{x+1}$$

۹۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$(x-1)^2 > 4x^2 \Rightarrow |x-1| > 2x$$

$$x \geq 1 \Rightarrow 2x^2 < x-1 \Rightarrow 2x^2 - x + 1 < 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 > 0 \Rightarrow \text{عبارت همواره مثبت است} \\ \text{و نمی تواند منفی باشد} \end{cases} \Rightarrow \emptyset$$

$$\Delta = 1 - 8 = -7 < 0$$

$$x \leq 1 \Rightarrow 2x^2 < -x+1 \Rightarrow 2x^2 + x - 1 < 0 \Rightarrow -1 < x < \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow b - a = \frac{1}{2} - (-1) = \frac{3}{2}$$



$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \Rightarrow (1) \quad 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} - x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

$$(2) \quad 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} + x \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} + x$$

$$\Rightarrow x = 2k\pi + \pi = (2k+1)\pi$$

$$(1) \cup (2) = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

$$T = \frac{9\pi}{2} - \left(-\frac{3\pi}{2}\right) = 6\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{3}$$

$$\min = -3 \Rightarrow -|a| + c = -3 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow |a| = 2$$

$$\max = 1 \Rightarrow |a| + c = 1$$

چون نمودار تابع سینوس باضریب منفی است. (نمودار رو به پایین است). بنابراین $a = -2$ و $b = \frac{1}{3}$

$$b = \frac{1}{3}, a = -2 \Rightarrow \frac{a}{b} = -6 \quad \text{می‌باشد.}$$

البته می‌توان $a = 2, b = -\frac{1}{3}$ در نظر گرفت که جواب نهایی باز هم -۶ می‌شود.

$$f^{-1}(x) = -x \Rightarrow f(-x) = x$$

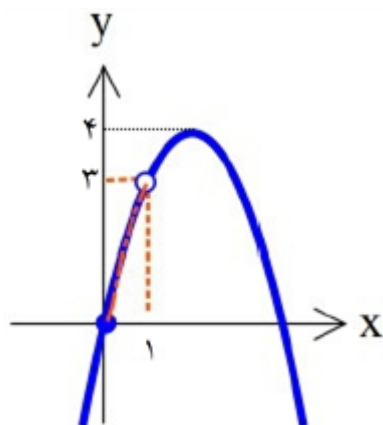
نیمساز ناحیه چهارم $y = -x$ است.

$$-x + \frac{2}{x} = x \Rightarrow \frac{2}{x} = 2x \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

دامنه $x < 0$ است پس $x = -1$ قابل قبول است.

$$(-1, 1) \in f \Rightarrow (1, -1) \in f^{-1}$$

پس طول تقاطع $x = 1$ است.



$$R_{f(x)} = D_{g(x)} \quad \text{باید صدق کند}$$

$$R_{f(x)} = 0 \leq 2x - [2x] < 1 \Rightarrow \frac{g(0)}{g(1)} = \frac{0}{-1+4} = \frac{0}{3} \Rightarrow R_f = [0, 3)$$

g در این بازه صعودی است



۱۰۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin^r x + \cos^r x = \frac{1}{r} \Rightarrow (\sin^r x + \cos^r x)^r - r \sin^r x \cos^r x = \frac{1}{r} \Rightarrow 1 - r \left(\frac{1}{r} \sin^r x \right)^r$$

$$= \frac{1}{r} \Rightarrow 1 - \frac{1}{r} \sin^r x = \frac{1}{r}$$

$$-\frac{1}{r} \sin^r x = -\frac{1}{r} \Rightarrow \sin^r x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \text{یا} \\ \sin x = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} rx = rk\pi + \frac{\pi}{r} \Rightarrow x_1 = k\pi + \frac{\pi}{r} \\ \text{یا} \\ x = rk\pi - \frac{\pi}{r} \Rightarrow x_2 = k\pi - \frac{\pi}{r} \end{cases}$$

k	۰	۱	۲
x_1	$\frac{\pi}{r}$	$\pi + \frac{\pi}{r}$	×
x_2	×	$\pi - \frac{\pi}{r}$	$2\pi - \frac{\pi}{r}$

جواب‌های بین $[0, 2\pi]$

$$\text{مجموع جواب‌ها} = \frac{\pi}{r} + \pi + \frac{\pi}{r} + \pi - \frac{\pi}{r} + 2\pi - \frac{\pi}{r} = 4\pi$$

۱۰۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \operatorname{tg}(\pi x) - \operatorname{Cotg}(\pi x) = \frac{\sin(\pi x)}{\cos(\pi x)} - \frac{\cos(\pi x)}{\sin(\pi x)} = \frac{\sin^2(\pi x) - \cos^2(\pi x)}{\sin(\pi x) \cos(\pi x)}$$

$$= \frac{-\cos(2\pi x)}{\frac{1}{2} \sin(2\pi x)} = -2 \operatorname{Cotg}(2\pi x) \Rightarrow T = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}$$

۱۰۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$g^{-1} = \{(3, 2), (2, 4), (4, 5), (1, 3)\} \quad \left. \begin{array}{l} f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 6)\} \\ \Rightarrow (g^{-1} \circ f) = \{(1, 4-2), (4, 5-4)\} = \{(1, 2), (4, -1)\} \end{array} \right\} g^{-1} \circ f = \{(1, 4), (4, 5)\}$$

$$R = \{2, -1\}$$

۱۰۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $\cos 3x + \cos x = 0 \Rightarrow \cos 3x = -\cos x \Rightarrow \cos(3x) = \cos(\pi - x)$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad \checkmark \\ \text{یا} \\ 3x = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow 2x = 2k\pi - \pi \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} \quad \text{غلط} \end{cases}$$

$$\cos\left(k\pi - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad \text{چون}$$

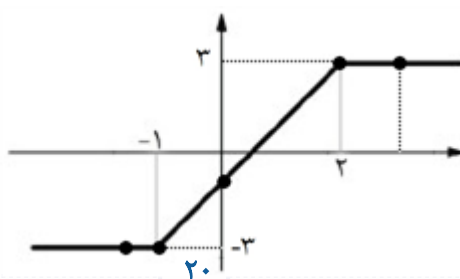
۱۰۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به کمک نقطه‌یابی نمودار f را رسم می‌کنیم.

$$f(x) = |x+1| - |x-2|$$

نقاط شکست

x	-۲	-۱	۲	۳
y	-۳	-۳	۳	۳

پس f در بازه‌ی $(-1, 2)$ اکیداً صعودی است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰۸

$$\begin{aligned} \sin^2 x + \cos^2 x &= 1 - \frac{1}{2} \sin 2x \Rightarrow (\sin x + \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x \cos x) \\ &= 1 - \frac{1}{2} \sin 2x \Rightarrow (\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x) = (1 - \sin x \cos x) \\ &\Rightarrow \begin{cases} 1 - \sin x \cos x = 0 \Rightarrow \sin x \cos x = 1 \Rightarrow 2 \sin x \cos x = 2 \Rightarrow \sin 2x = 2 \\ \text{غ ق ق} \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} \text{یا} \\ \sin x + \cos x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \text{یا} \\ \cos x = 1 \Rightarrow x = 0, x = 2\pi \end{cases} \end{cases} \\ \text{مجموع} &= \frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{5\pi}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۹

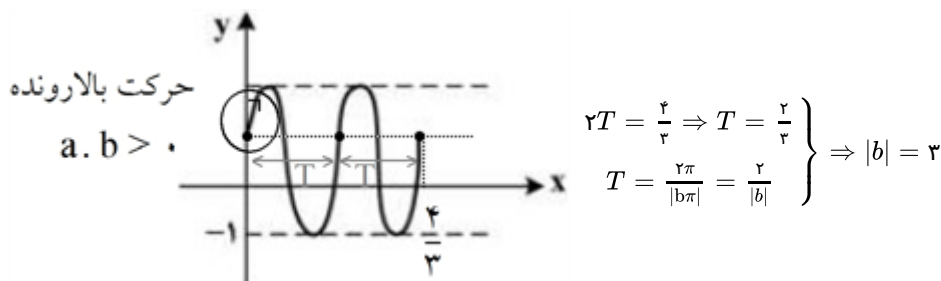
$$\begin{aligned} y &= 1 + a \left(\frac{1}{2} \sin(2bx) \right) \Rightarrow y = 1 + \frac{a}{2} \sin(2bx) \Rightarrow 1 + \left| \frac{a}{2} \right| = \frac{3}{2} \Rightarrow \left| \frac{a}{2} \right| = \frac{1}{2} \Rightarrow |a| = 1 \\ T &= \frac{2\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow \frac{2\pi}{|2b|} = \pi \Rightarrow |b| = 1 \xrightarrow{a, b > 0} \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2 \end{aligned}$$

تذکر: توجه داشته باشید تابع سینوس برای $x > 0$ صعودی شروع می‌شود پس a و b هم‌علامتند که حالت $a = -1$ و $b = -1$ یعنی $a + b = -2$ در گزینه‌ها نیست.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۱۰

$$\begin{aligned} f^{-1} &= \{(2, 1), (5, 2), (4, 3), (6, 4)\} \Rightarrow \text{gof}^{-1} = \{(5, 2), (4, 1), (6, 2)\} \\ g &= \{(2, 3), (4, 2), (5, 6), (3, 1)\} \Rightarrow \frac{g}{\text{gof}^{-1}} = \left\{ \left(5, \frac{6}{2} \right), \left(4, \frac{2}{1} \right) \right\} = \{(5, 2), (4, 2)\} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۱۱



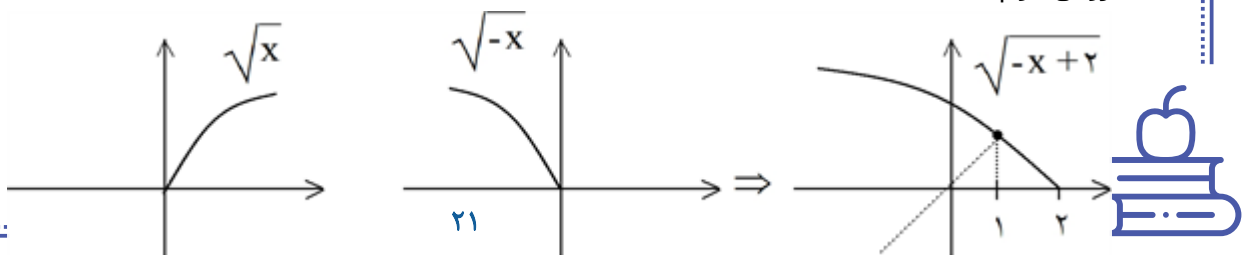
هر دو جواب قابل قبول است. $\min = 1 - |a| = -1 \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a + b = \begin{cases} 2 + 2 = 4 \\ -2 - 2 = -4 \end{cases}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۱۲

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{x} \Rightarrow f(-x) = \sqrt{-x} \xrightarrow{\text{انتقال}} f(2-x) = \sqrt{-x+2} \\ y &= x \text{ محل برخورد با } \sqrt{-x+2} = x \Rightarrow x^2 = -x+2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (x-1)(x+2) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \\ x = 1 &\Rightarrow \sqrt{-1+2} = 1 \checkmark \quad x = -2 \Rightarrow \sqrt{-(-2)+2} = -2 \times \end{aligned}$$

روش دوم:



$$2 \sin x \cos x + \sin x = 0 \Rightarrow \sin x(2 \cos x + 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi$$

$$2 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}, x = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

$$\pi + 2\pi + \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = 5\pi$$

در این جا نیازی برای به دست آوردن جواب‌های کلی معادله‌ی مثلثاتی نیست، فقط کافی است جواب‌ها را در فاصله‌ی داده شده، مشخص کنیم.

$$y = \frac{x+2}{x-2} \Rightarrow xy - 2y = x+2 \Rightarrow xy - x = 2y+2 \Rightarrow x(y-1) = 2y+2$$

$$\Rightarrow x = \frac{2y+2}{y-1} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{2x+2}{x-1}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+2}{x-1}, x \neq 1$$

برای یافتن محل برخورد دو نمودار باید برابر یکدیگر قرار دهیم:

$$f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{x+2}{x-2} = \frac{2x+2}{x-1} \Rightarrow 2x^2 - 2x + 2x - 2 = x^2 + 2x - 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

این دو تابع در دو نقطه متقاطع هستند.

$$1+x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow D_f = R$$

$$x-x^2 \geq 0 \Rightarrow x(1-x) \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_g : [0, 1]$$

$$D_{\text{gof}} : \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \left\{ x \in R \mid 0 \leq \frac{1-x^2}{1+x^2} \leq 1 \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1-x^2}{1+x^2} \leq 1 \Rightarrow 1-x^2 \leq 1+x^2 \Rightarrow 2x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in R \quad (1) \\ \frac{1-x^2}{1+x^2} \geq 0 \Rightarrow 1-x^2 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} -1 \leq x \leq 1$$

کاملاً مشخص است که اگر $-1 \leq x \leq 1$ باشد، رابطه $0 \leq \frac{1-x^2}{1+x^2} \leq 1$ برقرار است. بنابراین: $D_{\text{gof}} = [-1, 1]$

$$T = \frac{2\pi n}{3} \text{ از روی ضابطه, } T = \frac{2\pi}{|m|} \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|m|} \Rightarrow |m| = 3 \Rightarrow m = \pm 3$$

چون با توجه به نمودار تابع باید ابتدا Min داشته باشد، بنابراین: $m = 3$

$$\Rightarrow y = 1 - \sin(3x) \xrightarrow{x = \frac{3\pi}{6}} y\left(\frac{3\pi}{6}\right) = 1 - \sin 3\left(\frac{3\pi}{6}\right) = 1 - \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 1 - (-1) = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 \text{ ضرب } 0 \Rightarrow 1-a > 0 \Rightarrow a < 1 \quad (1) \\ \Delta < 0 \Rightarrow (2\sqrt{6})^2 + 4a(1-a) < 0 \Rightarrow 24 + 4a - 4a^2 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 6 > 0 \Rightarrow (a+2)(a-3) > 0 \Rightarrow a < -2 \text{ یا } a > 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} a < -2$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2x-1}{x+1} \Rightarrow g(f(x)) = \frac{2\left(\frac{2x-1}{x+1}\right) + 1}{2 - \frac{2x-1}{x+1}} = \frac{\frac{4x-2}{x+1} + 1}{\frac{2x+1}{x+1}} = \frac{4x-2+x+1}{2x+1} = \frac{5x-1}{2x+1} = \frac{5x}{2} = 2.5x \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۲۰

$$T = 2\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|m|} = 2\pi \Rightarrow |m| = 1 \xrightarrow{\cos(-\theta) = \cos \theta} m = \pm \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۱۹

$$\begin{aligned} f^{-1}\left(\frac{2a}{3}\right) &= \frac{2a}{3} \Rightarrow \frac{2x-1}{x+1} = \frac{2a}{3} \Rightarrow 2x-1 = \frac{2a}{3}(x+1) \Rightarrow 2x-1 = \frac{2ax}{3} + \frac{2a}{3} \Rightarrow 2x - \frac{2ax}{3} = \frac{2a}{3} + 1 \Rightarrow 2x\left(1 - \frac{a}{3}\right) = \frac{2a}{3} + 1 \\ &\Rightarrow x = \frac{\frac{2a}{3} + 1}{2\left(1 - \frac{a}{3}\right)} = \frac{\frac{2a+3}{3}}{2\left(\frac{3-a}{3}\right)} = \frac{2a+3}{2(3-a)} \end{aligned}$$

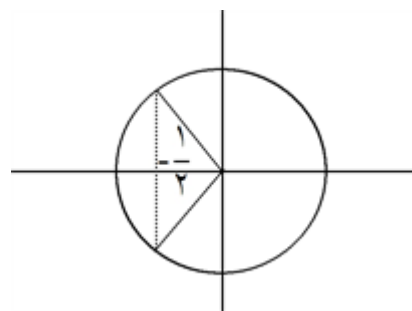
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۲۱

$$\begin{aligned} 2 \sin^2 x + 2 \cos x &= 2(1 - \cos^2 x) + 2 \cos x = 2 - 2 \cos^2 x + 2 \cos x = 0 \\ \Rightarrow 2 \cos^2 x - 2 \cos x - 2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\Delta = 9 + 16 = 25 \quad \cos x = \frac{2 \pm 5}{2} = 2, \left(-\frac{1}{2}\right)$$

ق ق
غ ق ق

$$\begin{aligned} \cos x &= -\frac{1}{2} \\ x &= 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{aligned}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۲۲

$$\sin^2 x = \sin^2 x - \cos^2 x \Rightarrow \sin^2 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x) = 1 \cdot (-\cos^2 x)$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 x \cos^2 x = -\cos^2 x \Rightarrow 2 \sin^2 x \cos^2 x + \cos^2 x = 0$$

$$\Rightarrow \cos^2 x (2 \sin^2 x + 1) = 0$$

$$\begin{cases} \cos^2 x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \\ \sin^2 x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{11\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{مجموع جواب ها} = \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{11\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} = \frac{3\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$$

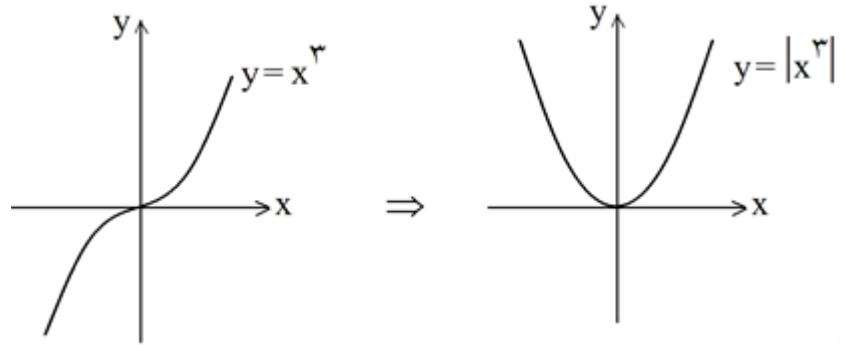
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۲۳

$$y = a - 2 \cos\left(bx + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow y = a + 2 \sin(bx)$$

$$T = \frac{12\pi}{18} - \frac{\pi}{18} = \frac{11\pi}{18} = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 3 \Rightarrow b = 3$$

با توجه به ضریب ۲، Sin باید بین ۲ و -۲ باشد و چون نمودار دارای ماکزیمم یک است بنابراین نمودار یک واحد پایین آمده است در نتیجه $a = -1$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۲۴



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۲۵

$$f(g(x)) = 8x^2 + 6x + 5 = 2(2x + 1)^2 - (2x + 1) + 2 \Rightarrow f(x) = 2x^2 - x + 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۲۶

$$D_g : x^2 - 15x > 0 \Rightarrow x > 15 \text{ یا } x < 0$$

$$D_f : 2 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x > 15 \text{ یا } x < 0 \mid \text{Log}(x^2 - 15x) \leq 2\}$$

$$\Rightarrow x^2 - 15x \leq 100 \Rightarrow x^2 - 15x - 100 \leq 0 \Rightarrow -5 \leq x \leq 20$$

$$\xrightarrow{D_f \cap D_g} D_{f \circ g} = [-5, 0) \cup (15, 20]$$

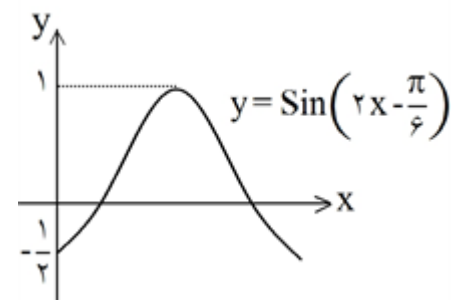
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۲۷

$$T = \frac{2\pi}{b} = \pi \Rightarrow b = 2$$

با توجه به نمودار بالا باید a منفی باشد، بنابراین با توجه به ماکزیمم $(1/5)$ داریم:

$$1 - a = \frac{3}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$a + b = \frac{3}{2} \quad \text{در نتیجه:}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. روش اول: ۱۲۸

$$\cos 3x + \cos x = 0 \Rightarrow \cos 3x = -\cos x \Rightarrow \cos 3x = \cos(\pi - x)$$

$$\Rightarrow 3x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad \text{ق ق غ}$$

$$\Rightarrow 3x = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow 2x = 2k\pi - \pi \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} \quad \text{ق ق غ}$$

نکته: $x = k\pi - \frac{\pi}{2}$ غیر قابل قبول است زیرا به ازای آن $\cos x = 0$ می شود که در صورت سؤال گفته شده $(\cos x \neq 0)$

$$** \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x \quad \text{روش دوم:}$$

$$\cos 3x + \cos x = 0 \Rightarrow 4 \cos^3 x - 3 \cos x + \cos x = 0 \Rightarrow 4 \cos^3 x - 2 \cos x = 0$$

$$\Rightarrow 2 \cos x (2 \cos^2 x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \quad \text{ق ق غ} \\ 2 \cos^2 x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \end{cases}$$



$$f(x) = |2x - 6| - |x + 1| = \begin{cases} (2x - 6) - (x + 1) & x \geq 3 \\ -2x + 6 - (x + 1) & -1 \leq x < 3 \\ -2x + 6 - (-x - 1) & x < -1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x - 7 & x \geq 3 \\ -3x + 5 & -1 \leq x < 3 \\ -x + 7 & x < -1 \end{cases}$$

با توجه به ضابطه‌ها مشخص است که ضابطه‌ی $y = x - 7$ برای $x \geq 3$ صعودی است.

$$x \geq 3 \xrightarrow{-7} x - 7 \geq -4 \Rightarrow y \geq -4$$

$$y = x - 7 \Rightarrow y + 7 = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = x + 7$$

نکته: در تابع معکوس جای دامنه و برد عوض می‌شود. بنابراین $y \geq -4$ برای تابع معکوس محدوده‌ی دامنه می‌شود.

$$-x^2 + x + 2 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

X	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$-X^2 + X + 2$	-	•	+	•
$-X^2 + X + 2 > 0$			ج	

$$D_f = (-1, 2)$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < \left(\frac{1}{x}\right)^x < 2\right\}$$

$$\xrightarrow{\left(\frac{1}{x}\right)^x \text{ مثبت است}} \left\{x \in \mathbb{R} \mid \left(\frac{1}{x}\right)^x < 2\right\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 2^{-x} < 2^1\right\}$$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid -2x < 1\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{1}{2}\right\} = \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

$$\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = 1 \Rightarrow \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} - \frac{\cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} = 1 \Rightarrow \frac{\sin^2 \left(\frac{x}{2}\right) - \cos^2 \left(\frac{x}{2}\right)}{\sin \left(\frac{x}{2}\right) \cdot \cos \left(\frac{x}{2}\right)} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{-\cos x}{\frac{1}{2} \sin x} = 1 \Rightarrow -\cot x = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan x = -2$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2(-2)}{1 - (-2)^2} = \frac{-4}{1 - 4} = \frac{4}{3}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا با حذف قدر مطلق با کمک تعیین علامت، تابع را بازنویسی می‌کنیم:

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x & , x \geq 2 \\ -x^2 + 2x & , x < 2 \end{cases}$$

حالا برای تعیین فاصله نزولی بودن تابع، مشتق می‌گیریم و کوچک‌تر از صفر قرار می‌دهیم.

$$y' = \begin{cases} 2x - 2 < 0 & , x \geq 2 \\ -2x + 2 < 0 & , x < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 1 & , x \geq 2 \\ x > 1 & , x < 2 \end{cases} \Rightarrow 1 < x < 2$$

بنابراین تابع در فاصله $(1, 2)$ نزولی است. در این فاصله:

$$y = x(-(x-2)) = -(x^2 - 2x) = -(x^2 - 2x) = -((x-1)^2 - 1) = -(x-1)^2 + 1$$

حالا برای یافتن ضابطه معکوس، x را بر حسب y می‌یابیم:

$$y = -(x-1)^2 + 1 \Rightarrow (x-1)^2 = 1-y \Rightarrow x-1 = \pm\sqrt{1-y}$$

چون $1 < x < 2$ ، پس طرف چپ مقداری مثبت است، پس باید طرف راست هم مثبت باشد:

$$x-1 = \sqrt{1-y} \Rightarrow x = 1 + \sqrt{1-y} \Rightarrow f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{1-x}$$

تا همین‌جا به جواب رسیدیم. اما دامنه f^{-1} که همان برد f است را محاسبه می‌کنیم. چون تابع در این فاصله، نزولی

است. بنابراین برد تابع از قرار دادن مقادیر ابتدا و انتهای بازه دامنه در تابع حاصل می‌شود:

$$f(x) = -(x^2 - 2x), 1 < x < 2 \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(2) = 0 \end{cases} \Rightarrow f_{\text{برد}} = (0, 1) = D_{f^{-1}}$$

می‌توانیم بعد از یافتن ضابطه f ، از عددگذاری استفاده کنیم: $y = -(x^2 - 2x), 1 < x < 2$

نقطه‌ای $x = \frac{3}{2}$ در دامنه قرار دارد. بنابراین $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{4}\right) \in f$ پس باید $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{4}\right) \in f^{-1}$ باشد که تنها در گزینه «۳» این اتفاق

رخ می‌دهد.

تذکر: وقتی وارون تابع f را در فاصله $1 < x < 2$ می‌خواهیم، پس برد تابع وارون $1 < f^{-1}(x) < 2$ خواهد بود. هر سه

گزینه‌ی ۱ و ۲ و ۴ از یک کوچک‌ترند پس گزینه‌ی ۳ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ضابطه $f(g(x))$ را بدون ساده کردن می‌یابیم.

$$f(g(x)) = f(\log_2(x^2 + 2x)) = \sqrt{3 - \log_2(x^2 + 2x)}$$

حالا دامنه را محاسبه می‌کنیم:

$$\log_2(x^2 + 2x) : x^2 + 2x > 0 \Rightarrow x(x+2) > 0 \Rightarrow x < -2 \text{ یا } x > 0 \quad (1)$$

$$\sqrt{3 - \log_2(x^2 + 2x)} : 3 - \log_2(x^2 + 2x) \geq 0 \Rightarrow \log_2 x^2 + 2x \leq 3 \Rightarrow x^2 + 2x \leq 2^3$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 8 \leq 0 \Rightarrow (x+4)(x-2) \leq 0$$

$$\Rightarrow -4 \leq x \leq 2 \quad (2)$$

$$D_{\text{fog}} = [-4, -2) \cup (0, 2]$$

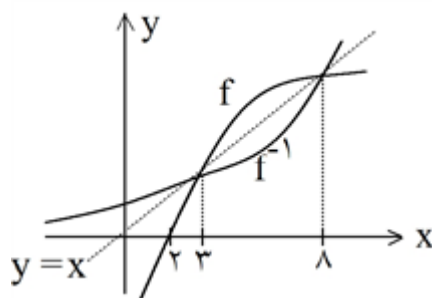
از اشتراک (۱) و (۲) داریم:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x - f^{-1}(x) \geq 0 \Rightarrow x \geq f^{-1}(x)$$

$$\xrightarrow{\text{اکیدا صعودی } f} f(x) \geq f(f^{-1}(x))$$

$$\Rightarrow f(x) \geq x \Rightarrow x \in [3, 8]$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳۵

$$\frac{\sin 3x}{\cos\left(\frac{r\pi}{r} + x\right)} = 1 \Rightarrow \frac{\sin 3x}{\sin x} \Rightarrow \sin 3x = \sin x$$

$$3x = 2k\pi + x \Rightarrow x = k\pi$$

$$3x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

دقت شود $\sin x$ در مخرج کسر قرار دارد و ریشه‌های $\sin x$ جزء دامنه نمی‌باشد. پس $x = k\pi$ باید از مجموعه جواب حذف

$$\text{شود، یعنی جواب کلی معادله برابر است با: } x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید معادله‌ی تلاقی نمودار تابع $y = 2x^2 + (m+1)x + m + 6$ با نیم‌ساز ناحیه‌ی اول ۱۳۶

($y = x$) ریشه‌ی مضاعف داشته باشد.

$$2x^2 + (m+1)x + m + 6 = x \Rightarrow 2x^2 + mx + m + 6 = 0 \xrightarrow{\Delta=0} m^2 - 4(2)(m+6) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 8m - 24 = 0 \Rightarrow (m-12)(m+2) = 0 \Rightarrow m = 12, m = -2$$

چون تأکید شده نمودار بر نیم‌ساز ناحیه‌ی اول مماس است. ریشه‌ی مضاعف معادله‌ی تلاقی (طول نقطه‌ی تماس) باید مثبت باشد.

$$m = 12 \Rightarrow 2x^2 + 13x + 18 = 0 \Rightarrow x^2 + 6.5x + 9 = 0$$

$$m = -2 \Rightarrow 2x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 1.5x + 1 = 0$$

پس $m = -2$ صحیح است. نمودار بر نیم‌ساز ربع اول مماس است.

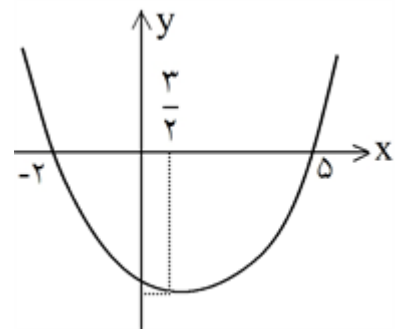
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار تابع $y = x^2 - 3x - 10$ یک سهمی قائم است که محور x ها را در دو نقطه قطع ۱۳۷

می‌کند.

$$y = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 5, x = -2$$

طول ۲- قطع کرده است. اگر سهمی را ۲ واحد به طرف x های مثبت انتقال دهیم، سهمی از مبدأ خواهد گذشت و دیگر

طول تلاقی‌اش با محور x ها منفی نیست. به نمودار روبه‌رو دقت کنید.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳۸

$$x \rightarrow -x + 4 \Rightarrow f(1-x) = (-x+4)^2 - 2(-x+4) + 5 = x^2 - 4x + 5$$

راه دوم:

$$f(x-3) = (x-3)^2 + 1 \xrightarrow{x-3=t} f(t) = (t+3-2)^2 + 1 = (t+1)^2 + 1 \Rightarrow f(1-x) = (1-x+1)^2 + 1 =$$

$$4 - 4x + x^2 + 1 = x^2 - 4x + 5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳۹

$$f(f(5)) + f(f(1)) = f(7) + f(5) = 7 + 2 = 9$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴۰

$$\sin^2 x - 2 \sin x + 1 = 0 \Rightarrow (\sin x - 1)^2 = 0 \Rightarrow \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

۱۴۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

روش اول: با توجه به رابطه $\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$ داریم:

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{\tan \frac{\pi}{2} - \tan \alpha}{1 + \tan \frac{\pi}{2} \tan \alpha} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} = \frac{1}{5} \Rightarrow 5 - 5 \tan \alpha = 1 + \tan \alpha$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2 \times \frac{2}{3}}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\frac{4}{3}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{9}} = \frac{4}{3} \times \frac{9}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

روش دوم: با توجه به رابطه $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$ داریم:

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{5} \Rightarrow \tan\left(2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right) = \frac{2 \times \frac{1}{5}}{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{24}{25}} = \frac{5}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) = \frac{5}{12} \xrightarrow{\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot \theta} \cot 2\alpha = \frac{5}{12} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{1}{\cot 2\alpha} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

۱۴۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای تعیین دامنه‌ی تابع $g \circ f$ ابتدا دامنه‌های f و g را مشخص می‌کنیم. داریم:

$$f(x) = \sqrt{x+|x|} \xrightarrow{D_f} x+|x| \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 : 2x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \geq 0 \\ x < 0 : x-x \geq 0 \Rightarrow 0 \geq 0 \text{ همواره برقرار} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x < 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اجتماع}} x \in R \Rightarrow D_f = R$$

$$g(x) = \frac{1}{x^2 - 4x} \Rightarrow D_g = R - \{0, 4\}$$

حال با توجه به دامنه‌ی تعریف تابع مرکب، می‌نویسیم:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \left\{x \in R \mid \sqrt{x+|x|} \in (R - \{0, 4\})\right\}$$

باید مقادیری از x که به ازای آن‌ها $f(x) = \sqrt{x+|x|}$ برابر ۰ یا ۴ می‌شوند را از R کنار بگذاریم. داریم:

$$\sqrt{x+|x|} = 0 \Rightarrow x+|x| = 0 \Rightarrow |x| = -x \Rightarrow x \leq 0$$

$$\sqrt{x+|x|} = 4 \Rightarrow x+|x| = 16 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 : 2x = 16 \Rightarrow x = 8 \\ x < 0 : x-x = 16 \Rightarrow 0 = 16 \text{ غ ق} \end{cases}$$

بنابراین اگر از R ، $x \leq 0$ و $x = 8$ را کنار بگذاریم، دامنه‌ی $g \circ f$ به دست می‌آید:

$$D_{g \circ f} = \{x \in R \mid x \not\leq 0, x \neq 8\} = R - \{x \leq 0, 8\} = (0, 8) \cup (8, +\infty)$$

۱۴۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2 \tan x \cos^2 x = 1 \Rightarrow 2 \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \cos^2 x = 1 \Rightarrow 2 \sin x \cdot \cos x = 1 \Rightarrow \sin 2x = 1$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

۱۴۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $f(x) = [x]$ است. برای تعیین مقادیر تابع $f(x - f(x))$ یا همان $f(x - [x])$ ، کافیاست به این نکته توجه کنیم که تابع داخلی، یعنی $x - [x]$ همواره در فاصله‌ی $(0, 1)$ تغییر می‌کند، پس داریم:

$$f(x) = [x] \Rightarrow f(x - f(x)) = f(x - [x]) = [x - [x]] = 0$$

۱۴۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = 2 + \sin x \cos x \xrightarrow{\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x} A = 2 + \frac{1}{2} \sin 2x$$

حال با در نظر گرفتن محدوده‌ی تغییرات $\sin 2x$ به سادگی می‌توانیم به حدود A برسیم:

$$-1 \leq \sin 2x \leq 1 \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} -\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \sin 2x \leq \frac{1}{2} \xrightarrow{+2} \frac{3}{2} \leq \frac{1}{2} \sin 2x + 2 \leq \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} \leq A \leq \frac{5}{2}$$



۱۴۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x}$ ، بنابراین داریم:

$$\tan x + \cot x = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{2}{\sin 2x} = \sqrt{3} \Rightarrow \sin 2x = \frac{2}{\sqrt{3}} \notin [-1, 1]$$

چون مقدار به دست آمده برای $\sin 2x$ در بازه $[-1, 1]$ قرار نمی‌گیرد، پس معادله‌ی داده شده جواب ندارد.

$$\begin{cases} x > 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2 \\ x < 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} \leq -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tan x > 0 \Rightarrow \tan x + \cot x \geq 2 \\ \tan x < 0 \Rightarrow \tan x + \cot x \leq -2 \end{cases}$$

روش دوم:

(توجه کنید که به ازای $\tan x = 0$ عبارت $\tan x + \cot x$ تعریف نشده است زیرا $\cot x = \frac{1}{\tan x}$ تعریف نشده می‌باشد)
بنابراین مقادیر $\tan x + \cot x$ هرگز نمی‌تواند در بازه $(-2, 2)$ باشد.

۱۴۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = a + \sin(b\pi x)$$

$$f(0) = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} = 5 - 1 \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \quad (\text{چون تابع در ابتدا نزولی است})$$

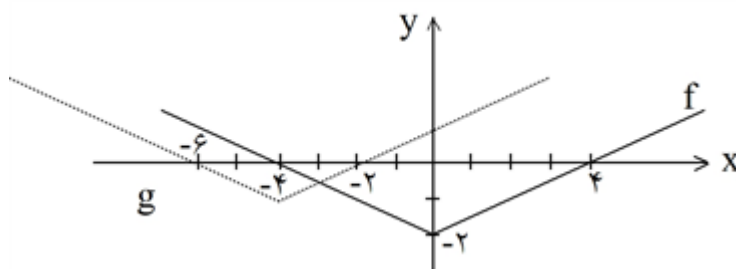
$$f(x) = 3 - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \Rightarrow f\left(\frac{25}{3}\right) = 3 - \sin\left(\frac{25\pi}{6}\right) = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

۱۴۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{1}{2}|x| - 2$$

x	-6	0	6
y	0	-2	0



$$g(x) = \left(\frac{1}{2}|x+4| - 1\right) + 1 \Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}|x+4| - 1$$

x	-6	-4	-2
y	0	-1	0

$$\frac{1}{2}(x+4) - 1 = -\frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow x+4-2 = -x-4 \Rightarrow 2x = -6 \Rightarrow x = -3$$

۱۴۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. راه اول:

$$f(g(x)) = 4(x^2 - 2x + 5) \Rightarrow f(2x - 3) = 4(x^2 - 2x + 5)$$

$$2x - 3 = t \Rightarrow x = \frac{t+3}{2} \Rightarrow f(t) = 4\left(\frac{t^2+6t+9}{4} - 2\left(\frac{t+3}{2}\right) + 5\right) = t^2 - 2t + 5$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 2x + 5$$

$$f(2x - 3) = 4(x^2 - 2x + 5) \xrightarrow{x=2} f(1) = 4$$

راه دوم:

فقط گزینه ۳ به ازای $x = 1$ برابر ۴ می‌شود.

۱۵۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f^{-1}(g(a)) = 6 \Rightarrow g(a) = f(6) \Rightarrow a = g^{-1}(f(6)) = g^{-1}(7) = 4$$

۱۵۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log(x) = f(g(x)) = \sin^2 x - \sqrt{\sin^2 x} = \sin^2 x - \sin^2 x$$

$$= \sin^2 x (\sin^2 x - 1) = -\sin^2 x \cos^2 x = -\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^2 = -\frac{1}{4} \sin^2 2x$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵۲

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & -1 < x < 1 \\ 0 & x = \pm 1 \\ -\sqrt{1-x^2} & -1 < x < 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow f \Rightarrow f^{-1}(x) = f(x)$ نسبت به $y = x$ متقارن است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵۳

$$\begin{cases} y = \sqrt{x}, x \geq 0 \Rightarrow x = y^2, y \geq 0 \\ y = -\sqrt{-x}, x < 0 \Rightarrow x = -y^2, y < 0 \end{cases} \Rightarrow f^{-1}(x) = x|x|$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۵۴

$$\begin{aligned} 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) &= 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4} - 2x = k\pi \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = (k + \frac{1}{4}) \frac{\pi}{2} \\ -\pi &\leq (k + \frac{1}{4}) \frac{\pi}{2} \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow -2 \leq k + \frac{1}{4} \leq 3 \Rightarrow -2 \frac{1}{4} \leq k \leq 2 \frac{3}{4} \Rightarrow k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵۵

$$g(f(x)) = 2x \Rightarrow g(f(5)) = 10 \Rightarrow 3f(5) + 2 = 10 \Rightarrow f(5) = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۵۶

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2\left(\frac{5\pi}{4}\right) \Rightarrow (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow -\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵۷

$$\log f = f \Rightarrow (2x + 1)^2 = (2x - 3)^2 \Rightarrow 2x + 1 = -(2x - 3) \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۵۸

$$2x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x(2 - x) \geq 0 \Rightarrow x \in [0, 2] \Rightarrow 0 \leq 2 - x \leq 2 \Rightarrow -2 \leq -x \leq -1 \Rightarrow x \in [1, 2]$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵۹

$$g(f(x)) = 8x^2 + 22x + 20 = 2(2x + 3)^2 - (2x + 3) + 5 \Rightarrow g(x) = 2x^2 - x + 5$$

$$\log f = f(g(x)) = 2(2x^2 - x + 5) + 3 = 4x^2 - 2x + 13$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۰

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 2[x] \Rightarrow f(\sqrt{2}) = 2 - 2[\sqrt{2}] = 2 - 2 = 0 \\ -\frac{1}{2}f(\sqrt{2}) &= -\frac{1}{2} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}f(\sqrt{2})\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - 2\left[-\frac{1}{2}\right] = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} = 2 \frac{1}{4} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۶۱

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin\left(\frac{2\pi}{3} + x\right)$$

$$-\cos 2x = -\cos x \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \\ 2x = 2k\pi - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۶۲

$$(g \circ f)(x) > 0 \Rightarrow -\frac{1}{x} (x^2 + 2x) + 2 > 0 \xrightarrow{\times (-x)} x^2 + 2x - 2 < 0 \Rightarrow (x-1)(x+2) < 0 \Rightarrow -2 < x < 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۳

$$g(x) = 2x - 1, (f \circ g)(x) = \frac{x}{x-2} \Rightarrow f(g(x)) = \frac{x}{x-2}$$

$$g(x) = 2 \Rightarrow 2x - 1 = 2 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$f(g(x)) = \frac{x}{x-2} \xrightarrow{g(x)=2 \quad x=3/2} f(2) = \frac{2}{2-2} = -2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶۴

$$f(x) = 2 - |x - 2| \quad (*)$$

برای تشکیل $f(f(x))$ به جای هر x در تابع f ، $f(x)$ را قرار می‌دهیم:

$$(*) \rightarrow f(f(x)) = 2 - |2 - |x - 2|| = 2 - ||x - 2||$$

$$\Rightarrow f(f(x)) = 2 - |x - 2| \stackrel{(*)}{=} f(x) \text{ است بنابراین: } ||u|| = |u|, |-u| = |u| \text{ می‌دانیم}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶۵

$$f(x) = \frac{x}{x-1} \Rightarrow f(x^2) - 2f(x) + 1 = \frac{x^2}{x^2-1} - \frac{2x}{x-1} + 1 = \frac{x^2 - 2x(x+1) + x^2 - 1}{x^2 - 1}$$

$$\frac{x^2 - 2x^2 - 2x + x^2 - 1}{x^2 - 1} = \frac{-2x - 1}{x^2 - 1} = \frac{2x + 1}{1 - x^2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶۶

$$(1) \quad f \leftarrow f(1) = f(-1) = -1 \text{ غیر یک‌به‌یک است.}$$

$$(2) \quad f \leftarrow f(0) = f(0/5) = 0 \text{ غیر یک‌به‌یک است.}$$

$$(3) \quad f \leftarrow f(0) = f(3) = 0 \text{ غیر یک‌به‌یک است.}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۷

$$\sin 2x = \cos 2x = \sin \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 2x \\ 2x = 2k\pi + \pi - \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \quad (1) \\ x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (2) \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{8} (2k + 1) \quad \text{دسته جواب ۱:}$$

$$x \in \left\{ \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8} \right\}$$

$$x \in \left\{ \frac{\pi}{4} \right\} \quad \text{دسته جواب ۲:}$$

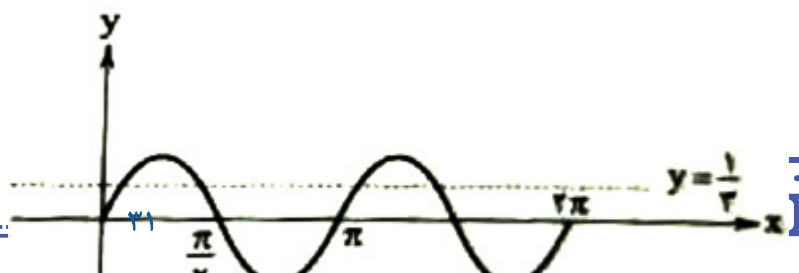
$$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$$

بنابراین مجموع جواب‌های متمایز این معادله برابر است با:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بایستی ریشه‌های مخرج را حساب کنیم. ۱۶۸

$$2 \sin x \cos x - \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{x}$$

معادله چهار جواب دارد، یعنی تابع $f(x)$ در چهار نقطه تعریف نمی‌شود.



69)

$$\frac{b}{a + \Upsilon} = -\Lambda \Rightarrow b = -\Lambda a - \mathfrak{I}\mathfrak{F} = -\mathfrak{F}\mathfrak{Y} - \mathfrak{I}\mathfrak{F} = -\Lambda.$$

$$\frac{\Upsilon \pi}{|b|} = \frac{\pi}{\Upsilon} \Rightarrow |b| = \varepsilon$$

 $\gamma \cdot$

بنابراین بیشترین مقدار $a + b$ برابر ۸ است.

vi)

$$m = \frac{\mathfrak{r}}{1 + \frac{1}{m} - 1} - 1 - \frac{1}{m} \Rightarrow m = \mathfrak{r}m - 1 - \frac{1}{m} \Rightarrow \frac{1}{m} = \mathfrak{r}m - 1 \Rightarrow 1 = \mathfrak{r}m^{\mathfrak{r}} - m$$

حالت ۱ : $m = 1 \Rightarrow B(2, 1) \Rightarrow A(1, 2)$

72)

$$f(x + \mathfrak{Y}) = g(x) \Rightarrow -x^{\mathfrak{Y}} - \mathfrak{Y}x = -\mathfrak{O}x^{\mathfrak{Y}} \Rightarrow \mathfrak{O}x^{\mathfrak{Y}} - x - \mathfrak{Y}x = .$$

$$y = f(\mathfrak{Y}x - \mathfrak{I}) \xrightarrow{A(-\mathfrak{I}, \mathfrak{I}.)} f(-\mathfrak{Y}) = \mathfrak{I}.$$

73)

$$g(-\varepsilon) = \sqrt{\frac{-\varepsilon + f(-\mathfrak{r})}{-\varepsilon + \mathfrak{v}}} = \sqrt{\frac{-\varepsilon + 1}{1}} = \mathfrak{r} \Rightarrow (-\varepsilon, \mathfrak{r}) \in g(x)$$

۷۴)

75

$$= \mathfrak{r} \sin \mathfrak{x} \cos \Lambda x \Rightarrow \mathfrak{r} \sin \mathfrak{x} \cos \mathfrak{x} \cos \Lambda x = 1 \Rightarrow \mathfrak{r} \sin \Lambda x \cos \Lambda x = 1$$

۹۴. %حروف چینی ریاضی:

هیچ کدام از جواب های به دست آمده مخرج کسر معادله^۳ اصلی را صفر نمی کند، پس قابل قبول هستند.



$$2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$I) \sin x = -1 \Rightarrow 1 + \sin x = 0 \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = 0$$

جوابهای این معادله غیرقابل قبول است، زیرا مخرج کسر را صفر می‌کند.

$$II) \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{12} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} \\ x = \frac{5\pi}{12} \end{cases} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} \\ x = \frac{13\pi}{12} \end{cases} \end{cases}$$

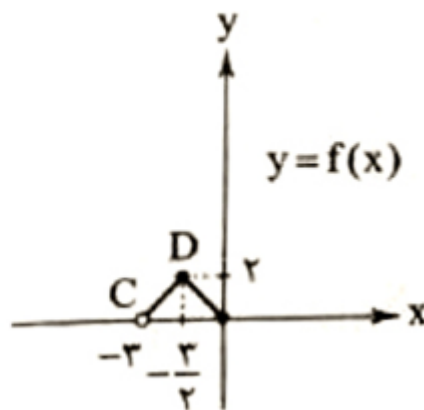
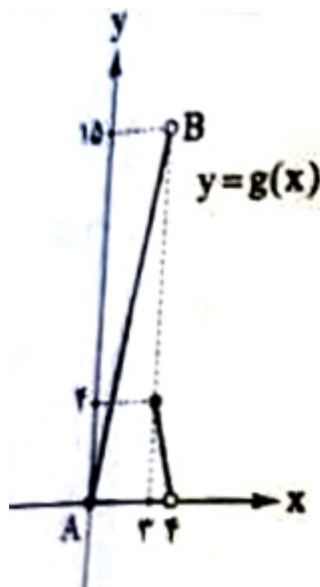
بنابراین معادله ۴ جواب در ؟

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوره تناوب $g(x)$ برابر ۴ است. بنابراین داریم:

$$g(24) = g(24 + 4) = g(28)$$

$$g(2) = g(2 + 4) = g(6)$$

در تابع $g(x)$ معادله پاره خط AB به صورت $y = 5x$ می‌باشد. بنابراین داریم:



$$f(g(24)) = f(10)$$

بنابراین داریم:

$$f(10) = f(10 - 12) = f(-2)$$

دوره تناوب تابع $f(x)$ برابر ۳ می‌باشد. پس می‌توان گفت:

برای یافتن $f(-2)$ معادله خط CD را می‌نویسیم:

$$CD: y - 0 = \frac{0 - 2}{-3 - (-\frac{3}{2})}(x + 3) \Rightarrow y = \frac{4}{3}(x + 3) \Rightarrow f(-2) = \frac{4}{3}(-2 + 3) = \frac{4}{3}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه اول را ساده می‌کنیم. (ضابطه اول را $f_1(x)$ و ضابطه دوم را $f_2(x)$ می‌نامیم).

$$f_1(x) = -x^2 + 3x^2 - 2x + 1 - 1 - 2a + 4 = -(x-1)^2 + 3 - 2a$$

این تابع به ازای هر مقدار از a اکیداً نزولی است. بنابراین برد تابع به ازای $x \leq 1$ برابر است با:

$$R_{f_1} = [f_1(1), +\infty) = [3 - 2a, +\infty)$$

ضابطه دوم یک سهمی است، برای آن‌که در بازه $x > 1$ اکیداً نزولی باشد لزوماً داریم:

$$-a < 0 \Rightarrow a > 0 \quad (1)$$

(توجه شود اگر $a = 0$ باشد، خط $y = 4x - 2$ اکیداً صعودی خواهد بود پس $a \neq 0$ باید باشد.)

$$R_{f_2} = (-\infty, f_2(1)] = (-\infty, -a + 2) \quad \text{برد ضابطه دوم به شکل مقابل است:}$$

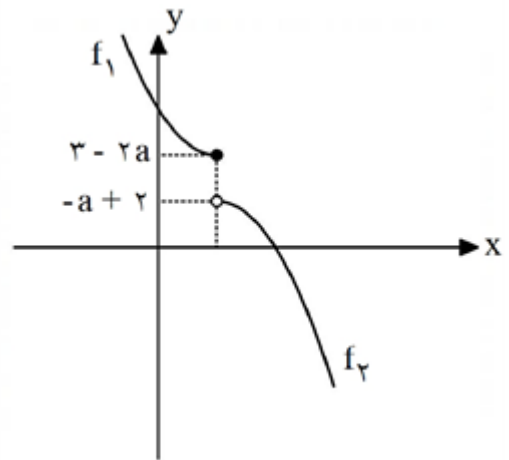
از طرفی تابع در $x = 1$ دارای پرش است و در این پرش نیز تابع $f(x)$ باید اکیداً نزولی باشد، بنابراین داریم:

$$3 - 2a \geq -a + 2 \Rightarrow a \leq 1 \quad (2)$$

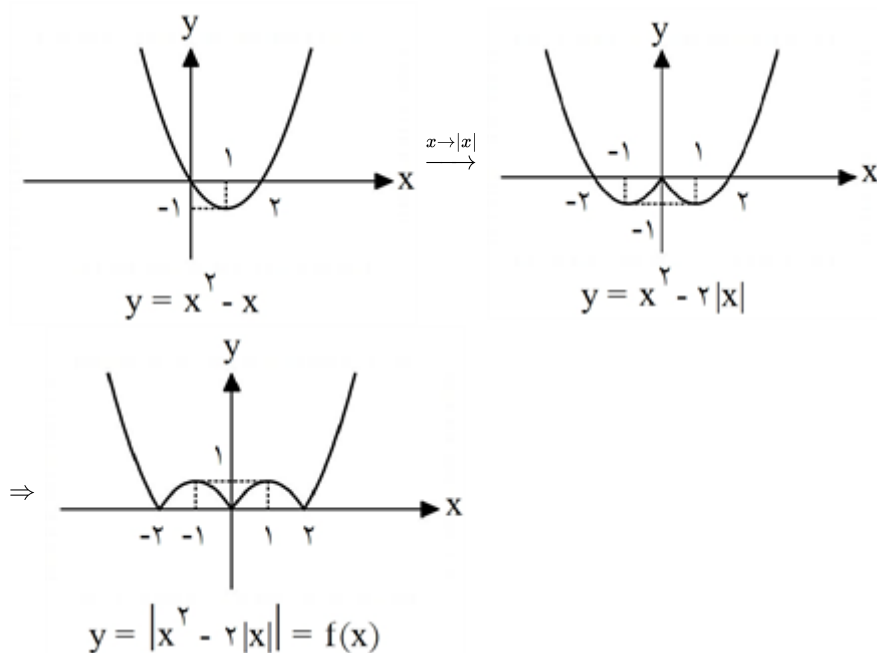
$$\frac{2}{a} \leq 1 \Rightarrow a \geq 2 \text{ یا } a < 0 \quad (3)$$

از طرفی باید طول رأس سهمی کمتر یا مساوی ۱ باشد:

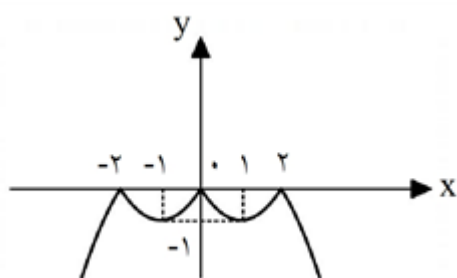
اشتراک روابط ۱، ۲ و ۳ برابر تهی است یعنی شکل زیر امکان‌پذیر نیست.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودار $f(x)$ را با مراحل زیر رسم می‌کنیم.

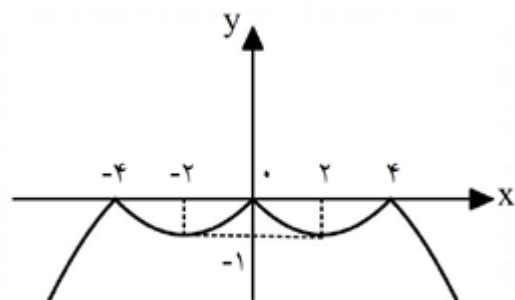


حالا تبدیلات روی تابع $f(x) = |x^2 - 2|x||$ را به ترتیب اعمال می‌کنیم.
(۱) قرینه نسبت به محور x ها

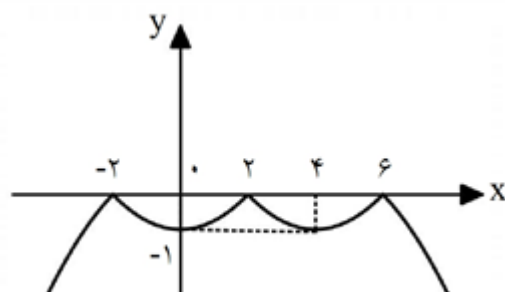


$$y = -|x^2 - 2|x||$$

(۲) انبساط ۲ برابری در راستای محور x ها



$$y = -|x^2 - 2|x| \xrightarrow{x \rightarrow \frac{x}{2}} y = -\left|\frac{x^2}{4} - |x|\right|$$



(۳)

$$y = -\left|\frac{x^2}{4} - |x|\right| \xrightarrow{x \rightarrow x-2} y = -\left|\frac{(x-2)^2}{4} - |x-2|\right|$$

ملاحظه می‌شود نمودار نهایی در بازه $[0, 2]$ و همچنین در بازه $[4, 6]$ اکیداً صعودی است. پس بیشترین مقدار α برابر ۲ و

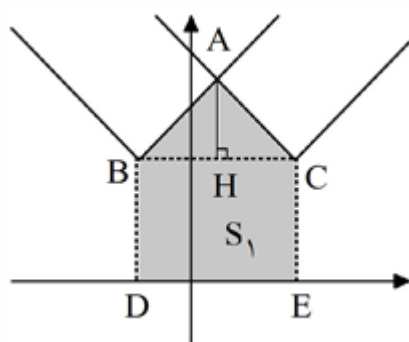
$$2 + 6 = 8$$

بیشترین مقدار β برابر ۶ خواهد بود و بیشترین مقدار $\alpha + \beta$ برابر است با:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در جابه‌جایی تابع $y = |x - a| + ۳$ داریم: (با توجه به گزینه‌ها مقدار a مثبت است).

$$\begin{cases} \text{واحد به راست } a \Rightarrow y = |x - a - a| + ۳ = |x - ۲a| + ۳ \\ x \rightarrow x - a \\ \text{واحد به چپ } ۲a \Rightarrow y = |x + ۲a - a| + ۳ = |x + a| + ۳ \\ x \rightarrow x + ۲a \end{cases}$$

بنابراین در شکل تشکیل شده داریم:



$$\begin{cases} BC = DE = ۲a - (-a) = ۳a \\ BD = CE = ۳ \\ \Rightarrow S_1 = ۳(۳a) = ۹a \end{cases}$$

برای یافتن مساحت مثلث ABC داریم:

$$\begin{aligned} x_A = \frac{۲a + (-a)}{۲} = \frac{a}{۲} \Rightarrow y_A = \left| \frac{a}{۲} + a \right| + ۳ = \left| \frac{۳a}{۲} \right| + ۳ \Rightarrow AH = \left| \frac{۳a}{۲} \right| \\ \Rightarrow S_{ABC} = \frac{\frac{۳a}{۲} \times ۳a}{۲} = \frac{۹a^۲}{۴} \Rightarrow S = ۱۶ \Rightarrow \frac{۹a^۲}{۴} + ۹a = ۱۶ \Rightarrow ۹a^۲ + ۳۶a - ۶۴ = ۰ \\ \Rightarrow (۳a - ۴)(۳a + ۱۶) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{۱۶}{۳} \text{ غ ق} \\ a = \frac{۴}{۳} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow ۶^-} \frac{۵ - [x]}{x - ۶} = \frac{۵ - [۶^-]}{۶^- - ۶} = \frac{۵ - ۵}{-۰} = \frac{۰}{-۰} = ۰$$

$$\begin{aligned} \frac{\sin ۲\alpha}{1 + \cos ۲\alpha} \times \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha} &= \frac{۲ \sin \alpha \cos \alpha}{۲ \cos^۲ \alpha} \times \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{\cancel{\sin \alpha} \cancel{\cos^۲ \alpha}}{\cancel{\cos^۲ \alpha} (1 + \cos \alpha)} \\ &= \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{\cancel{\sin \frac{\alpha}{۲}} \cos \frac{\alpha}{۲}}{\cancel{\cos^۲ \left(\frac{\alpha}{۲}\right)}} = \frac{\sin \frac{\alpha}{۲}}{\cos \frac{\alpha}{۲}} = \tan \frac{\alpha}{۲} \end{aligned}$$

$$\sin \alpha = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \cos^۲ \alpha = 1 - \sin^۲ \alpha \Rightarrow \cos^۲ \alpha = 1 - \frac{۹}{۲۵} \Rightarrow \cos^۲ \alpha = \frac{۱۶}{۲۵}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{۴}{۵} \xrightarrow{\alpha \text{ ناحیه اول}} \cos \alpha = \frac{۴}{۵}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{۳}{۵}}{\frac{۴}{۵}} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{۳}{۴}$$

$$\operatorname{tg} ۲\alpha = \frac{۲ \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^۲ \alpha} = \frac{۲ \times \left(\frac{۳}{۴}\right)}{1 - \left(\frac{۳}{۴}\right)^۲} = \frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{۷}{۱۶}} \Rightarrow \operatorname{tg} ۲\alpha = \frac{۲۴}{۷}$$

$$۲ \sin^۲ x = ۳ \cos x \Rightarrow ۲(1 - \cos^۲ x) = ۳ \cos x \Rightarrow ۲ \cos^۲ x + ۳ \cos x - ۲ = ۰$$

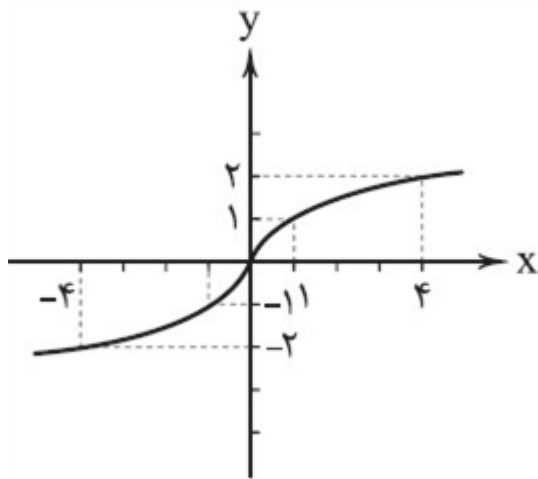
$$\Rightarrow \cos x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a}$$

$$\Delta = b^۲ - ۴ac = (۳)^۲ - ۴(۲)(-۲) = ۹ + ۱۶ = ۲۵ \Rightarrow \Delta = ۲۵$$

$$\cos x = \frac{-۳ \pm \sqrt{۲۵}}{۲(۲)} = \frac{-۳ \pm ۵}{۴} \Rightarrow \begin{cases} \frac{۱}{۲} \text{ ق ق} \\ -۲ \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$



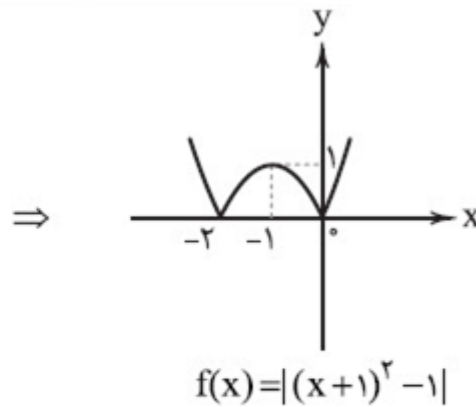
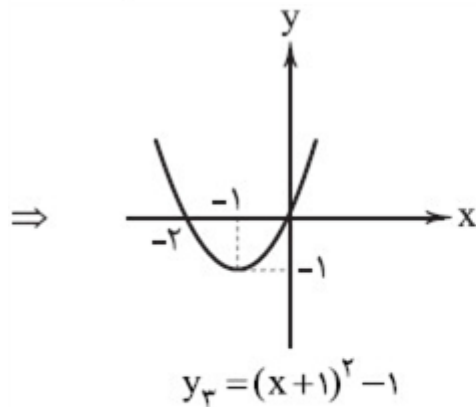
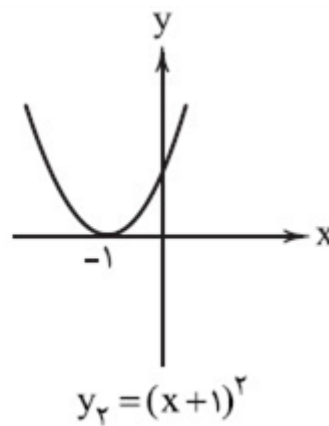
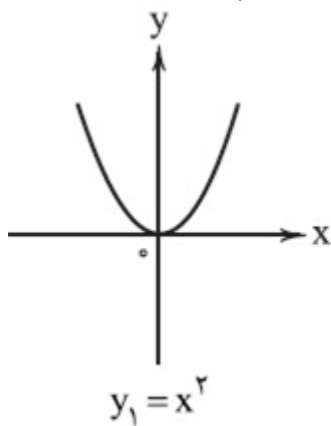


$$y = \sqrt{x} \quad \begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & 4 \\ \hline y & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

$$y = -\sqrt{-x} \quad \begin{array}{c|ccc} x & -4 & -1 & 0 \\ \hline y & -2 & -1 & 0 \end{array}$$

این تابع اکیدا یکنوا (اکیداً صعودی) می‌باشد.

$$f(x) = |2x + x^2| = |(x+1)^2 - 1|$$



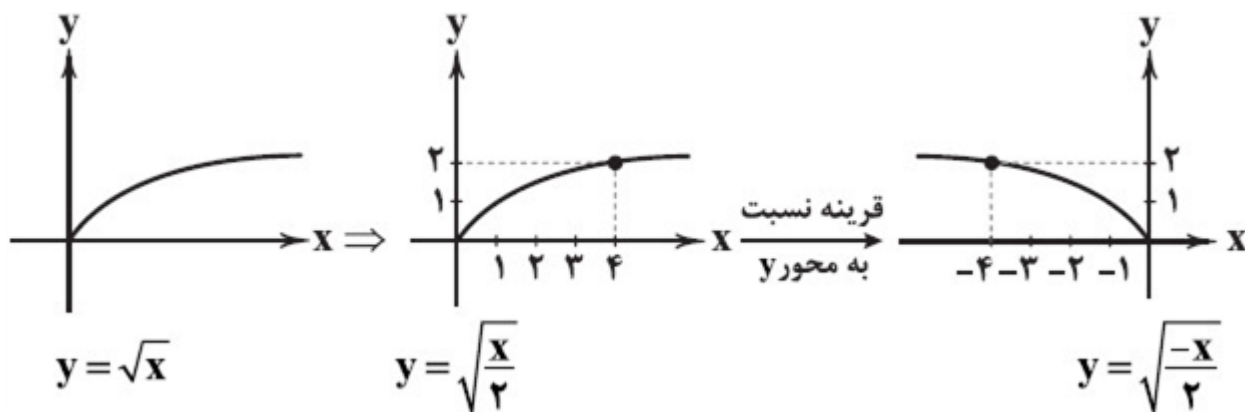
$(-2, -1) \leftarrow$ صعودی

$(0, +\infty) \leftarrow$ صعودی

$(-\infty, -2) \leftarrow$ نزولی

$(-1, 0) \leftarrow$ نزولی





۱۸۹

الف) $2 \sin^2 x - 1 = 0 \Rightarrow 2 \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \sin x = +\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ یا } -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \text{ یا } \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

جواب‌های کلی معادله $\sin x = \sin \alpha$ به صورت $x = 2k\pi + \alpha$ و $x = (2k+1)\pi - \alpha$ است که $k \in \mathbb{Z}$ بنابراین:

$\Rightarrow 2k\pi + \frac{\pi}{4}, (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4}, 2k\pi - \frac{\pi}{4}, (2k+1)\pi + \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}, (2k+1)\pi \pm \frac{\pi}{4}$

ب) جواب‌های کلی معادله $\cos x = \cos \alpha$ به صورت $x = 2k\pi \pm \alpha$ است که $k \in \mathbb{Z}$ بنابراین:

$\cos 2x = \cos 2\alpha \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + 2\alpha \\ 2x = 2k\pi - 2\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \alpha \\ x = k\pi - \alpha \end{cases} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{2}$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$

با توجه به این‌که α زاویه تند است؛ نتیجه می‌گیریم $\cos \alpha = +\frac{4}{5}$ است. حال کافی است در روابط زیر، مقادیر $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ را جای‌گذاری کنیم:

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \left(\frac{3}{5}\right) \left(\frac{4}{5}\right) = \frac{24}{25}$

$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \left(\frac{4}{5}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{7}{25}$

۱۹۲ می‌دانیم توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

الف) دوره تناوب، $\frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{2}\right|} = 4$ ، مینیمم، $-|2| + 5 = 3$ ، مینیمم، $|2| + 5 = 7$ ، ماکزیمم (الف)

ب) دوره تناوب، $\frac{2\pi}{\left|-\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$ ، ماکزیمم، $|3| + (-1) = 2$ ، مینیمم، $-|3| + (-1) = -4$

۱۹۳ باید ثابت کنیم ترکیب دو تابع f و g برابر تابع همانی است:

$\text{fog}(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{x-5}{2}\right) = 2\left(\frac{x-5}{2}\right) + 5 = x (x \in D_g)$

$\text{gof}(x) = g(f(x)) = g(2x+5) = \frac{(2x+5)-5}{2} = x (x \in D_f)$

بنابراین دو تابع f, g وارون یکدیگرند.

۱۹۴ تابع تخفیف نقدی به صورت $f(x) = x - 25000$ و تابع کارت تخفیف ۱۵ درصدی به صورت $g(x) = \frac{85}{100}x$ است.

اگر از راه الف استفاده کند، تابع خرید محمد به صورت زیر است:

$f(g(x)) = f\left(\frac{85}{100}x\right) = \frac{85}{100}x - 25000 = \frac{85}{100}x - 25000$

و اگر از راه ب استفاده کند، تابع خرید محمد به صورت زیر است:

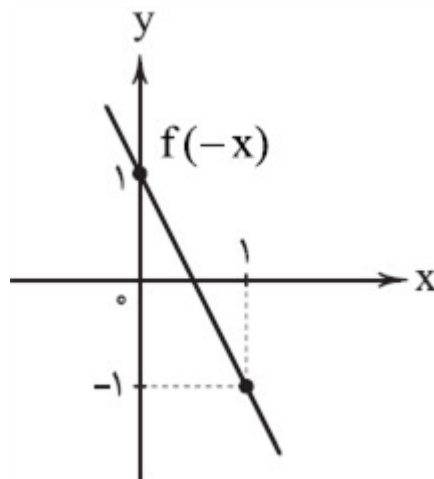


$$g(f(x)) = g(x-25) = \frac{85}{100}(x-25) = \frac{85}{100}x - \frac{85 \times 25}{100} = \frac{85}{100}x - \frac{2125}{100} = \frac{85}{100}x - 21.25$$

۱۹۵ همان طریقی که مشاهده میکنیم، را معادلی که نمودار معادله است، بنویسید. باید در بازه $[-3, 5]$ قرار گیرد. پس مقادیر بیشترین و کمترین را بگویید.

پیدا کنید.

$$-3 \leq 2x \leq 5 \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$$



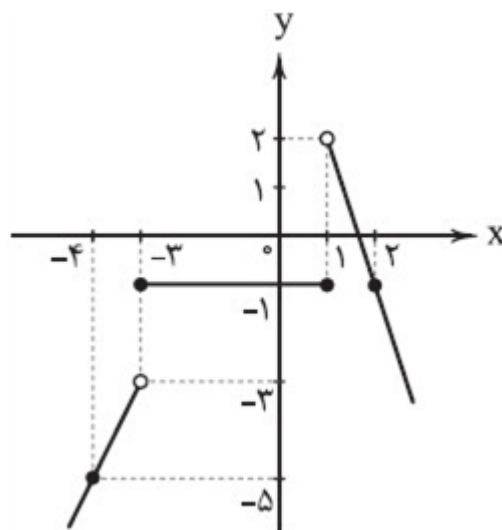
ب) $f(-x) = 2(-x) + 1 = -2x + 1$

۱۹۶ الف) به ازای هر کدام از دامنه‌های ۱ و ۳ از تابع g ، بررسی می‌کنیم، آیا $\text{fog}(x)$ وجود دارد؟

$$\begin{cases} x = 1 \Rightarrow \text{fog}(1) = f(g(1)) = f(2) = 2 \\ x = 3 \Rightarrow \text{fog}(3) = f(g(3)) = f(5) = 5 \end{cases} \Rightarrow \text{fog} = \{(1, 2), (3, 5)\}$$

ب) $\text{gof}(3) = g(f(3)) = g(5) = 5$

۱۹۷ الف) در هر بازه با داشتن دو نقطه، نمودار آن قسمت رسم می‌شود.



ب) تابع در بازه $(-\infty, 1]$: صعودی

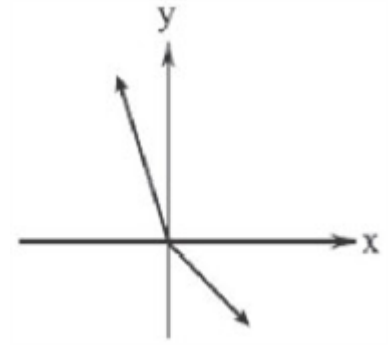
تابع در بازه $(1, +\infty)$: نزولی

تابع در بازه $[-3, 1]$: ثابت

۱۹۸ نادرست



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع $h(x)$ یک به یک است. نمودار آن را ببینید: ۱۹۹



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۰۰

$$f(x) = \begin{cases} -x - 2 & x \geq 2 \\ -3x + 2 & x < 2 \end{cases}$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} -x - 2 & x \leq -4 \\ \frac{2-x}{3} & x > -4 \end{cases}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}(|x+4| - 2x - 2)$$

وارون هر ضابطه را حساب می‌کنیم:

با توجه به گزینه‌ها:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید رأس سهمی در بازه $(1, 2)$ قرار گیرد. ۲۰۱

$$1 < \frac{1}{\frac{a}{2}} < 2 \Rightarrow 1 < \frac{2}{a} < 2 \xrightarrow{\times \frac{a}{2}} \frac{2}{2} < \frac{2}{a} < \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{2} < \frac{1}{1} \Rightarrow \frac{2}{4} < a < \frac{2}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۰۲

$$f(g(x)) < 0 \Rightarrow \frac{2g(x) - 1}{2g(x) + 1} < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < g(x) < \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} < \sqrt[3]{x} < \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{27} < x < \frac{1}{8}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. وارون f را حساب می‌کنیم. ۲۰۳

$$y = \frac{2x - 1}{x + 1} \Rightarrow yx + y = 2x - 1 \Rightarrow x(2 - y) = y + 1 \Rightarrow x = \frac{y + 1}{2 - y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x + 1}{2 - x}$$

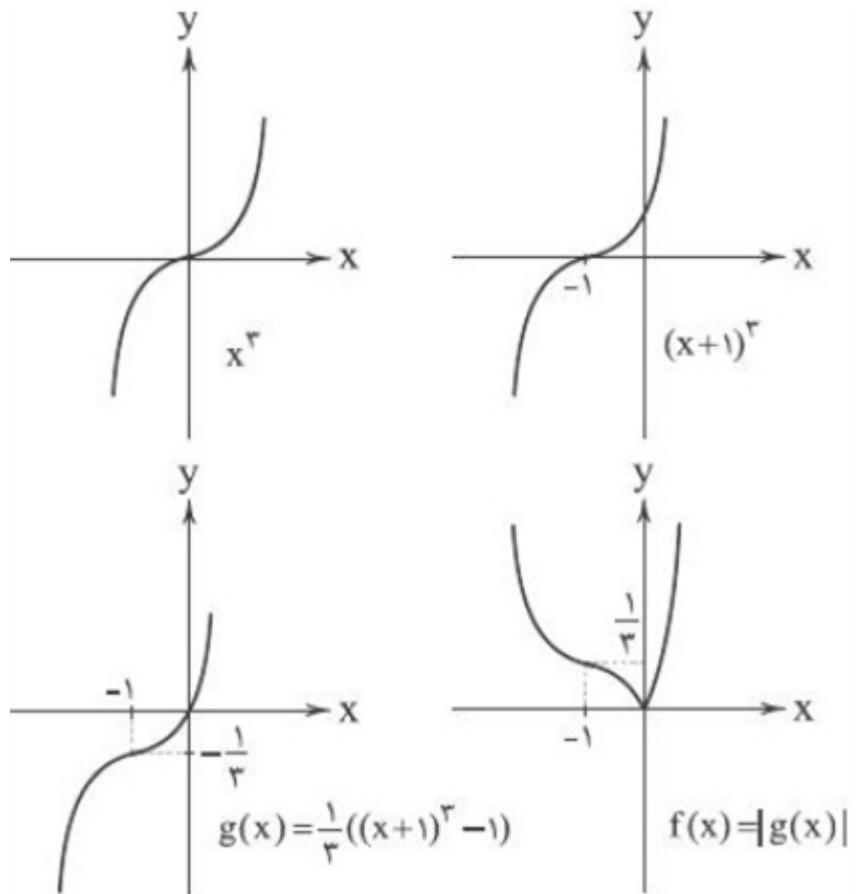
$$g(x) = f^{-1}(x) + 2 = \frac{x + 1}{2 - x} + 2 = \frac{9 - x}{2 - x}$$

$$g(x + 4) = \frac{9 - (x + 4)}{2 - (x + 4)} = \frac{5 - x}{-x} = 1 - \frac{5}{x}$$



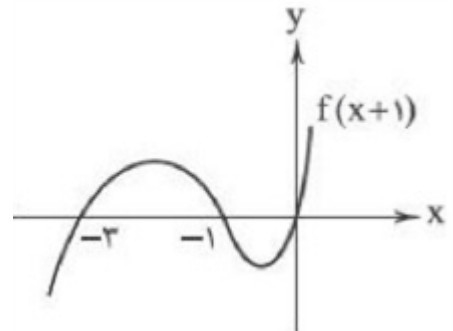
$$g(x) = x \left(\frac{1}{3}x^3 + x + 1 \right) = \frac{1}{3}x^4 + x^2 + x = \frac{1}{3}(x^3 + 3x^2 + 3x)$$

$$g(x) = \frac{1}{3}((x+1)^3 - 1)$$



نمودار $f(x)$ در بازه $(-\infty, 0]$ اکیداً نزولی است، پس حداکثر مقدار a برابر صفر است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار تابع $f(x+1)$ را رسم می‌کنیم. ۲۰۵



اکنون دامنه‌ها را حساب می‌کنیم.

$$f(x)f(x+1) \geq 0$$

X	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	$+\infty$		
$f(x)f(x+1)$	+	0	-	0	+	0	-	0	+

دامنه تابع $\sqrt{f(x)f(x+1)}$ برابر است با: $(-\infty, -3] \cup [-2, -1] \cup [1, +\infty) \cup \{0\}$

$$-x-1 > 0 \Rightarrow x < -1$$

حال دامنه $\sqrt{-x-1}$ را حساب می‌کنیم:

اشتراک جواب‌های به دست آمده $(-\infty, -3] \cup [-2, -1)$ است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۰۶

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 + (a^2 - a)x & x \geq \frac{2}{3} \\ 3 - 2x + (a^2 - a)x & x < \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} (a^2 - a + 2)x - 3 & x \geq \frac{2}{3} \\ (a^2 - a - 2)x + 3 & x < \frac{2}{3} \end{cases}$$

به ازای هر a ، عبارت $a^2 - a + 2$ همواره مثبت است، بنابراین ضابطه اول اکیداً صعودی است، بنابراین ضابطه دوم نیز باید اکیداً صعودی باشد.

$$a^2 - a - 2 > 0 \Rightarrow (a + 1)(a - 2) > 0 \Rightarrow a \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۰۷

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 3\left[-\frac{1}{2}\right] - 2\left[\frac{1}{2}\right] = -3$$

$$(g \circ f)\left(-\frac{1}{2}\right) = g\left(f\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = g(-3) = f([-3 + f(-3)]) = f([-3 + 3(-3) - 2(3)])$$

$$= f([-3 - 9 - 6]) = f(-18) = 3(-18) - 2(18) = 18 \times (-5) = -90.$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع f اکیداً صعودی است، بنابراین نقطه برخورد f و f^{-1} روی خط $y = x$ قرار دارد. ۲۰۸

$$f(x) = x \Rightarrow \frac{1}{x}(5|x+1| + 7x - 11) = x \Rightarrow 5|x+1| + 7x - 11 = 6x \Rightarrow 5|x+1| = 11 - x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x + 5 = 11 - x \Rightarrow x = 1 \\ 5x + 5 = x - 11 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{(1+4)^2 + (1+4)^2} = 5\sqrt{2}$$

بنابراین نقاط برخورد $A(1, 1)$ و $B(-4, -4)$ خواهد بود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $D_f = R_f = [1, +\infty)$ و همچنین $(f^{-1} \circ f)(x) = (f \circ f^{-1})(x) = x$ می‌باشد. بنابراین ساده شده معادله به صورت زیر خواهد بود: ۲۰۹

$$\frac{x}{1+x} = \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 = x + 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \xrightarrow{x \geq 1} x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

توجه $I = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ عدد طلایی است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. x را به $-x$ تبدیل و یک دستگاه دو معادله و دو مجهول حل می‌کنیم: ۲۱۰

$$x \times \begin{cases} f(2-x) + xf(2+x) = x^2 - x \\ f(2+x) - xf(2-x) = x^2 + x \end{cases}$$

$$\begin{cases} xf(2-x) + x^2 f(2+x) = x^2 - x^2 \xrightarrow{+} (1+x^2)f(2+x) = x^2 + x = x(1+x^2) \\ f(2+x) - xf(2-x) = x^2 + x \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(2+x) = x$$

حال x را به $x - 2$ تبدیل می‌کنیم:

$$f(x) = x - 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۱۱

$$\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \Rightarrow f(f(x)) = f(\cdot) = \cdot \\ x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow f(f(x)) = f(-1) = \cdot \end{cases} \Rightarrow (f \circ f)(x) = \cdot$$

$$\begin{cases} x > \cdot \Rightarrow g(g(x)) = g(1) = 1 \\ x < \cdot \Rightarrow g(g(x)) = g(2) = 1 \end{cases} \Rightarrow (g \circ g)(x) = 1$$

$$\frac{x^2 + (f \circ f)(x)}{2x - (g \circ g)(x)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x^2 + \cdot}{2x - 1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x^2 = 2x - 1 \Rightarrow 2x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین معادله دو ریشه حقیقی دارد.



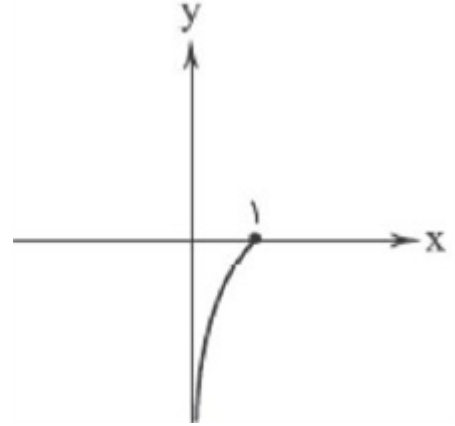
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۱۲

برد $g(x)$ را حساب می‌کنیم:

$$g(x) = 1 - (x - 1)^2 \Rightarrow R_g = (-\infty, 1]$$

اما تمام خروجی‌های g نمی‌توانند وارد f شوند و فقط اعداد بازه $(0, 1]$ می‌توانند دامنه f باشند. اکنون تابع f را در بازه $(0, 1]$ رسم می‌کنیم:

ملاحظه می‌کنید که برد $f \circ g$ برابر $(-\infty, 0]$ خواهد بود.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نقطه A را به صورت $A(a, a - 5)$ در نظر می‌گیریم. در نتیجه نقطه $A'(a - 5, a)$ روی f قرار دارد: ۲۱۳

$$a = \frac{1}{a - 5 + 1} - 2(a - 5) \Rightarrow a = \frac{1}{a - 4} - 2a + 10 \Rightarrow 3a - 10 = \frac{1}{a - 4} \Rightarrow 3a^2 - 12a - 10a + 40 = 1$$

$$\Rightarrow 3a^2 - 22a + 39 = 0 \Rightarrow a = 3$$

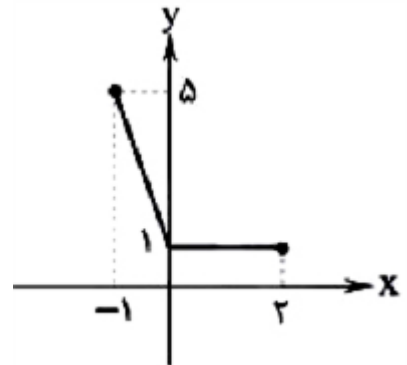
$$A(3, -2) \Rightarrow x_A + y_A = 1$$

$$0 \leq x \leq 2 \Rightarrow g(x) = x - x = 0 \Rightarrow f(g(x)) = f(0) = 1$$

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow g(x) = x + x = 2x \Rightarrow f(g(x)) = f(2x) = 1 - 4x$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۱۴

اکنون $(f \circ g)(x)$ را رسم می‌کنیم:



$$x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۱۵

$$x = 2 \Rightarrow f\left(\frac{2}{3}\right) = 8 \Rightarrow f^{-1}(8) = \frac{2}{3}$$

$$x - 2a \geq 0 \Rightarrow x \geq 2a \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

$$f^{-1}(a - 3) = f^{-1}(0) = k \Rightarrow f(k) = 0 \Rightarrow -3 + \sqrt{k - 6} = 0 \Rightarrow k = 15 \Rightarrow f^{-1}(0) = 15$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۱۶



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۱۷

$$\left. \begin{aligned} f(g(x)) &= \frac{x}{2x-1} \\ f(g(x)) &= \frac{g(x)}{g(x)+1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{g(x)}{g(x)+1} = \frac{x}{2x-1} \Rightarrow g(x) = \frac{x}{x-1}$$

$$\Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x}{x-1} \Rightarrow g^{-1}(\sin^2 x) = \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x - 1} \Rightarrow g^{-1}(\sin^2 x) = -\tan^2 x$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۱۸

$$f(x) = 2 + 2^{x+a} \Rightarrow f^{-1}(x) = -a + \log_2(x-2) \Rightarrow f^{-1}(5) = -a + 1$$

$$(f \circ (2f^{-1}))(5) = 25 \Rightarrow f(2f^{-1}(5)) = 25 \Rightarrow f(-2a+2) = 25$$

$$\Rightarrow 2 + 2^{-2a+2+a} = 25 \Rightarrow -2a+2 = 5 \Rightarrow a = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۱۹

$$x^2 + x + 8 = x \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \left(\text{نقطه تلاقی} \left| \begin{matrix} -2 \\ -2 \end{matrix} \right., x+y = \cdot \right) \Rightarrow AH = 2\sqrt{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۲۰

$$f\left(\frac{2x+1}{x-2}\right) = x^2 + 2 \Rightarrow f^{-1}(x^2 + 2) = \frac{2x+1}{x-2} \xrightarrow[x=2]{x^2+2=2} f^{-1}(2) = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۲۱

$$2x - a - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{a+1}{2} = 2 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow f(x) = \sqrt{2x-4}$$

$$f^{-1}(a+1) = f^{-1}(3) = \alpha \Rightarrow A \left| \begin{matrix} 3 \\ \alpha \end{matrix} \right. \in f^{-1} \Rightarrow A \left| \begin{matrix} \alpha \\ 3 \end{matrix} \right. \in f \Rightarrow 3 = \sqrt{2\alpha-4} \Rightarrow \alpha = 10$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۲۲ $f(3-x)$ از نقطه $(-2, 0)$ می‌گذرد، بنابراین داریم:

$$f(3 - (-2)) = 0 \Rightarrow f(5) = 0$$

از طرفی تابع $f(3-x)$ اکیداً صعودی است، بنابراین تابع $f(x-1)$ اکیداً نزولی خواهد بود و از نقطه $(6, 0)$ می‌گذرد. برای تعیین دامنه تابع $g(x)$ داریم:

x	$-\infty$	-2	2	6	$+\infty$
$x^2 - 4$	+	○	-	○	+
$f(x-1)$	+	+	+	○	-
$(x^2 - 4)f(x-1)$	+	○	-	○	-

$$(x^2 - 4)f(x-1) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -2] \cup [2, 6]$$

دامنه تابع $g(x)$ شامل پنج عدد طبیعی است.



نکته: اگر f و g هر دو صعودی اکید یا هر دو نزولی اکید باشند، fog صعودی اکید است.
اگر f و g یکی صعودی اکید و دیگری نزولی اکید باشد، fog نزولی اکید است. تابع $f(x)$ در $(-\infty, 1]$ اکیداً صعودی و در $[1, +\infty)$ اکیداً نزولی است.

با توجه به نمودار تابع $g(x) = 2 \sin x$ به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

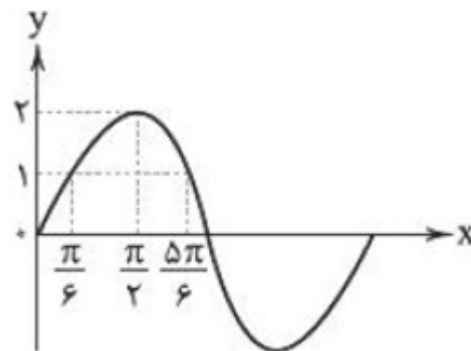
(۱) در $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$ تابع g اکیداً صعودی است و $R_g = [0, 1]$ و در این بازه f اکیداً صعودی است. پس fog اکیداً صعودی است.

(۲) در $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$ تابع g ابتدا اکیداً صعودی و سپس اکیداً نزولی است و $R_g = [1, 2]$ و در این بازه f اکیداً نزولی است.

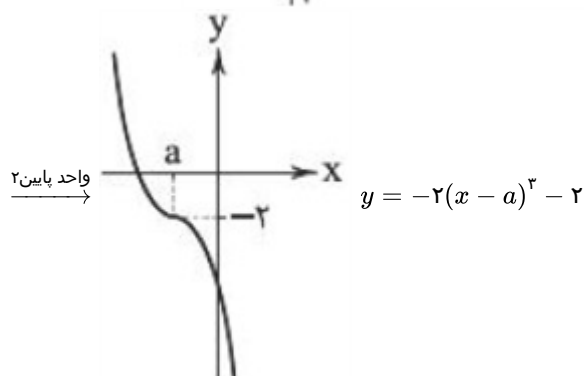
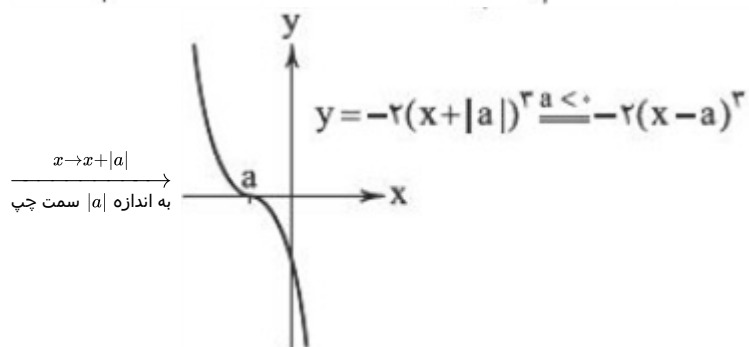
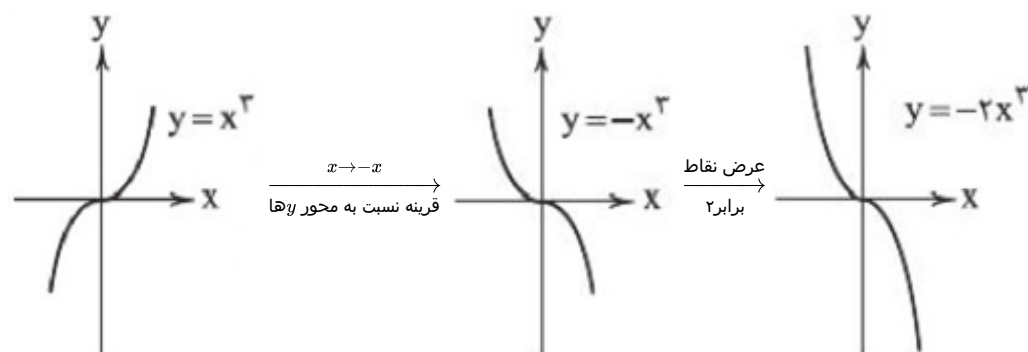
پس fog ابتدا اکیداً نزولی، سپس اکیداً صعودی است، یعنی غیریکنوا است.

(۳) در $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$ تابع g اکیداً صعودی است و $R_g = [1, 2]$ و در این بازه تابع f اکیداً نزولی است، یعنی fog اکیداً نزولی است.

(۴) در $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right]$ تابع g ، اکیداً نزولی است و $R_g = [1, 2]$ و در این بازه تابع f اکیداً نزولی است، پس fog اکیداً صعودی است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از انتقال نمودار تابع $y = x^r$ با مراحل زیر داریم:



از طرفی می‌دانیم $f(0) = -18$ و داریم:

$$-18 = -2(-a)^r - 2 \Rightarrow (-a)^r = 8 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow f(x) = -2(x + 2)^r - 2 = -2x^r - 12x^{r-1} - 24x - 18$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3m = -12 \Rightarrow m = 4 \\ 4n = -24 \Rightarrow n = -6 \Rightarrow m + n + k = 7 \\ -2k = -18 \Rightarrow k = 9 \end{cases}$$

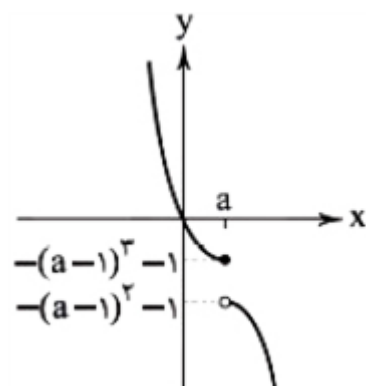
$$f(x) = \begin{cases} -(x-1)^r - 1 & x \leq a \\ -(x-1)^r - 1 & x > a \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $f(x)$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

تابع $y = -(x-1)^r - 1$ اکیداً نزولی است. برای آن‌که $f(x)$ اکیداً یکنوا باشد، باید داشته باشیم:

الف) تابع $-(x-1)^r - 1$ در بازه $x > a$ اکیداً نزولی باشد، برای همین باید داشته باشیم $a \geq 1$.

ب) با مشاهده نمودار تقریبی $f(x)$ برای اکیداً نزولی بودن $f(x)$ داریم:



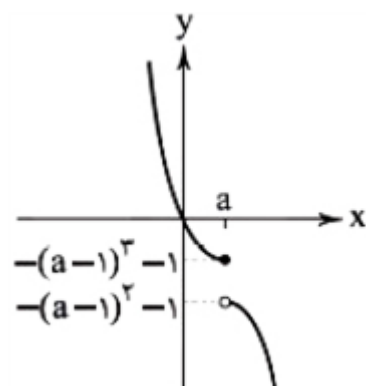
$$\begin{aligned} -(a-1)^r - 1 &\geq -(a-1)^r - 1 \Rightarrow (a-1)^r \leq (a-1)^r \\ &\Rightarrow a-1 \leq 1 \Rightarrow a \leq 2 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $f(x)$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

تابع $y = -(x-1)^r - 1$ اکیداً نزولی است. برای آن‌که $f(x)$ اکیداً یکنوا باشد، باید داشته باشیم:

الف) تابع $-(x-1)^r - 1$ در بازه $x > a$ اکیداً نزولی باشد، برای همین باید داشته باشیم $a \geq 1$.

ب) با مشاهده نمودار تقریبی $f(x)$ برای اکیداً نزولی بودن $f(x)$ داریم:



$$\begin{aligned} -(a-1)^r - 1 &\geq -(a-1)^r - 1 \Rightarrow (a-1)^r \leq (a-1)^r \\ &\Rightarrow a-1 \leq 1 \Rightarrow a \leq 2 \end{aligned}$$

بنابراین خواهیم داشت:

۲۲۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع $f(x)$ اکیداً صعودی است، بنابراین:

الف) $f(-x)$ و $-f(x)$ اکیداً نزولی هستند، بنابراین $g(x)$ اکیداً نزولی است.

ب) $g(x)$ اکیداً نزولی است، بنابراین $g^{-1}(x)$ نیز اکیداً نزولی است. برای تعیین دامنه $h(x)$ داریم:

$$g^{-1}(|2x-1|) - g^{-1}(|x+1|) \geq 0 \Rightarrow g^{-1}(|2x-1|) \geq g^{-1}(|x+1|) \xrightarrow{g^{-1} \text{ اکیدا نزولی}}$$

$$|2x-1| \leq |x+1| \Rightarrow (2x-1+x+1)(2x-1-x-1) \leq 0 \Rightarrow (3x)(x-2) \leq 0$$

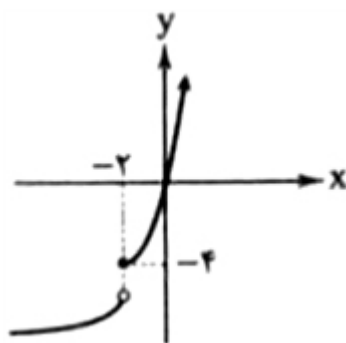
$$\Rightarrow 0 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_{h(x)} = [0, 2]$$

$$\max(b-a) = 2 - 0 = 2$$

۲۲۷

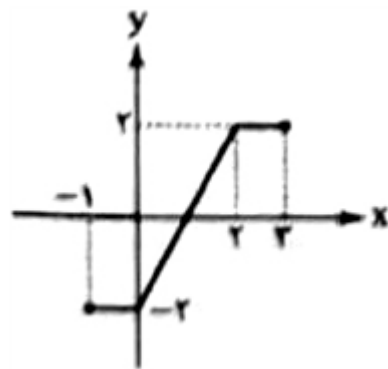
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

اگر ضابطه اول را در بازه داده شده رسم کنیم خواهیم دید که اکیداً صعودی است. ضابطه $-\sqrt{-2-x}$ اکیداً صعودی است و فقط k واحد به صورت عمودی منتقل می‌شود. بنابراین برای آن که f اکیداً صعودی باشد، باید $k \leq -4$ باشد. پس حداکثر مقدار k برابر -4 است.



۲۲۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



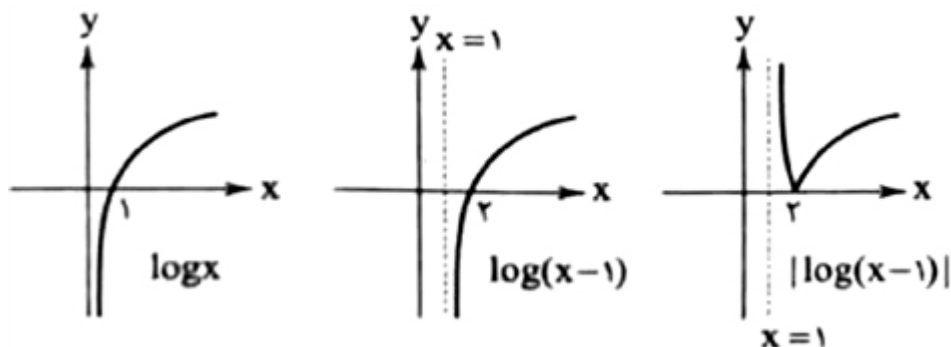
این تابع در بازه $[-1, 3]$ صعودی است.

x	0	2
y	-2	2



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار تابع f را طی مراحل زیر رسم می‌کنیم:

$$\log x \Rightarrow \log(x-1) \Rightarrow |\log(x-1)|$$



$$\max(b-a) = 2-1 = 1$$

تابع $|\log(x-1)|$ در بازه $(1, 2]$ اکیداً نزولی است پس:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مرکز تقارن تابع $(1, -1)$ است بنابراین:

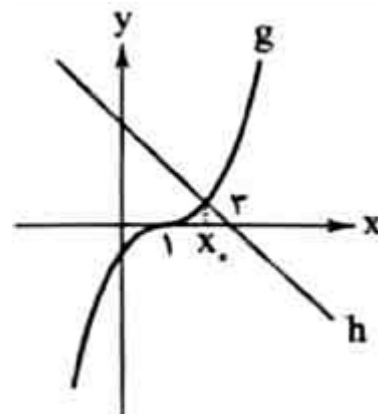
$$f(x) = -(x-1)^2 - 1 \Rightarrow f(-1) = -(-1-1)^2 - 1 = -4 - 1 = -5 \Rightarrow p = -5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + x - 3 = 0 \Rightarrow (x-1)^3 = 3-x$$

نمودارهای $g(x) = (x-1)^3$ و $h(x) = 3-x$ را رسم می‌کنیم:

طبق نمودار، g و h در بازه $(1, 3)$ متقاطع‌اند.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع x^k اکیداً صعودی و $k^2 + 1$ مثبت است، بنابراین $f(x)$ اکیداً صعودی خواهد بود و برای

$$\frac{k-1}{2-k} > 0 \Rightarrow 1 < k < 2$$

آن‌که $g(x)$ اکیداً صعودی شود داریم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$D_{f \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_f\} = \left\{x \neq \frac{1}{2} \mid \frac{1}{(2x-1)^2} \neq \frac{1}{2}\right\}$$

$$(2x-1)^2 \neq 2 \Rightarrow 2x-1 \neq \pm\sqrt{2} \Rightarrow x \neq \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1+\sqrt{2}}{2} + \frac{1-\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{2}$$

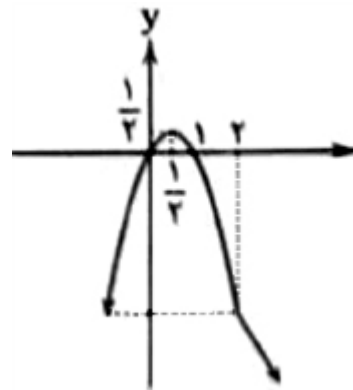
بنابراین مجموعه A سه عضو دارد و مجموع آن‌ها برابر است با:



$$f(x) = \begin{cases} -2x & x \geq 2 \\ 2x(1-x) & x < 2 \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۳۴

نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



تابع f در بازه $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ اکیداً نزولی است بنابراین حداقل مقدار k برابر $\frac{1}{2}$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع $\log \frac{1}{x}$ که برابر $-\log x$ است اکیداً نزولی و تابع 2^{-x} نیز اکیداً نزولی است بنابراین تابع f اکیداً نزولی است. ۲۳۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای آن که f بازه هم صعودی، هم نزولی داشته باشد، باید در آن بازه تابع f ثابت باشد، در نتیجه: ۲۳۶

$$|b| = 2 \Rightarrow b = \pm 2$$

$$b = 2 \Rightarrow f(x) = |2x - 1| + 2x \xrightarrow{x \leq \frac{1}{2}} f(x) = 1 - 2x + 2x = 1$$

$$b = -2 \Rightarrow f(x) = |2x - 1| - 2x \xrightarrow{x \geq \frac{1}{2}} f(x) = 2x - 1 - 2x = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون f نزولی اکید است پس از رابطه داده شده نتیجه می‌شود که: ۲۳۷

$$\frac{1}{4-x} > 1 \Rightarrow \frac{1}{4-x} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{x-3}{4-x} > 0 \Rightarrow 3 < x < 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها: ۲۳۸

نمودار f یک سهمی است که غیریکنواست.

$-\sqrt{x}, \sqrt{1-x}$ نزولی اکیداند. پس $h(x)$ نزولی اکید است. تابع $-\frac{1}{x}$ هم غیریکنواست.

$$g(x) = \frac{1}{3}(x^3 - 6x^2 + 12x) = \frac{1}{3}((x-2)^3 + 8)$$

تابع x^3 صعودی اکید است، بنابراین $g(x)$ نیز صعودی اکید خواهد بود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مراحل تغییر را ببینید: ۲۳۹

$$f(2x-1) \Rightarrow f(x-1) \Rightarrow f(x+1) \Rightarrow f\left(\frac{x}{2}+1\right)$$

$$[-1, 4] \Rightarrow [-3, 12] \Rightarrow [-5, 10] \Rightarrow [-10, 20]$$

دامنه نیز به همین ترتیب تغییر می‌کند:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مراحل زیر برای تابع اتفاق می‌افتد. ۲۴۰

$$\frac{1}{x} + 1 \Rightarrow \frac{1}{x-1} + 1 \Rightarrow \frac{1}{2x-1} + 1 \Rightarrow \frac{1}{2x-1} \Rightarrow \frac{2}{2x-1}$$

$$\frac{2}{2x-1} = \frac{1}{x} + 1 \xrightarrow{\times x(2x-1)} 2x = 2x-1 + 2x^2 - x \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=2 \\ x=-\frac{1}{2} \Rightarrow y=-1 \end{cases}$$

بنابراین نقاط برخورد $A(1, 2)$ و $B\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$ خواهد بود

$$|AB| = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 9} = \frac{5}{2}\sqrt{5}$$

۲۴۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون ترکیب دو تابع خطی است پس هر دوی آن‌ها خطی خواهند بود. فرض می‌کنیم $g(x) = ax + b$ باشد. در این صورت:

$$f(x) = ax + b + 3x + 1 = (a + 3)x + b + 1$$

$$g(f(x)) = 4x - 3 \Rightarrow a((a + 3)x + b + 1) + b = 4x - 3 \Rightarrow \begin{cases} a(a + 3) = 4 \Rightarrow a = 1, -4 \\ ab + a + b = -3 \end{cases}$$

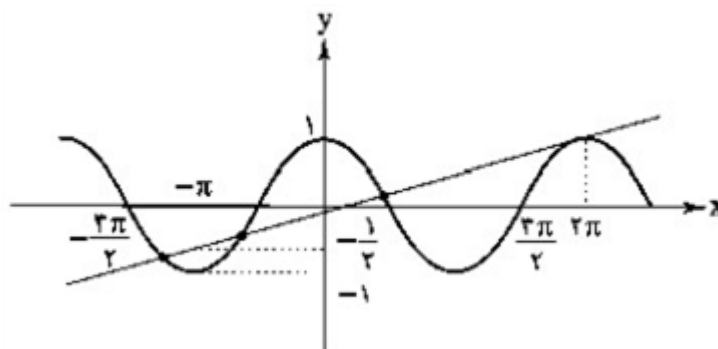
$$f(x) = 4x - 1 \Rightarrow f(3) = 11 \quad \text{اگر } a = 1 \text{ باشد } b = -2 \text{ خواهد بود و در این صورت:}$$

$$f(x) = -x + \frac{2}{3} \Rightarrow f(3) = \frac{-7}{3} \quad \text{در صورتی که } a = -4 \text{ باشد آن گاه } b = -\frac{1}{3} \text{ است پس:}$$

حاصل ضرب مقادیر ممکن $-\frac{77}{3}$ است.

۲۴۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خط $y = \frac{x}{2\pi}$ از دو نقطه $(2\pi, 1)$ و $(-\pi, -\frac{1}{2})$ عبور می‌کند.



ملاحظه می‌کنید که تعداد نقاط برخورد در بازه $(-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ برابر ۳ تا است.

۲۴۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} 4x &\neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \notin \left\{ \pm \frac{\pi}{8}, \pm \frac{3\pi}{8}, \dots \right\} \\ \left(\frac{\pi}{\lambda} - x \right) \left(x - \frac{5\pi}{\lambda} \right) &> 0 \Rightarrow \frac{\pi}{\lambda} < x < \frac{5\pi}{\lambda} \Rightarrow D_f = \left(\frac{\pi}{\lambda}, \frac{5\pi}{\lambda} \right) - \left\{ \frac{3\pi}{\lambda} \right\} \\ \Rightarrow a + b + c &= \frac{\pi}{\lambda} + \frac{3\pi}{\lambda} + \frac{5\pi}{\lambda} = \frac{9\pi}{\lambda} \end{aligned}$$

۲۴۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به محل برخورد $f(x)$ با محور x داریم:

$$f(x) = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) = (x - \alpha)(x^2 - (\beta + \gamma)x + \beta\gamma)$$

$$f(x) = x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma)x - \alpha\beta\gamma$$

با مقایسه داریم:

$$\alpha\beta\gamma = -3 \Rightarrow d = 3$$

$$f(1) = 1 - 4 + c + 3 = 5 \Rightarrow c = 5$$

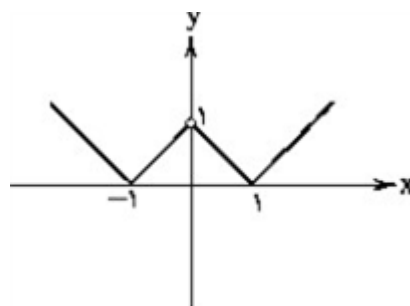
$$c^2 + d^2 = 25 + 9 = 34$$

۲۴۵

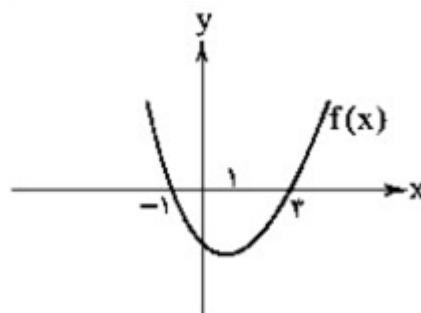
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار f را رسم می‌کنیم:

$$x > 0 \Rightarrow f(x) = |x - 1|$$

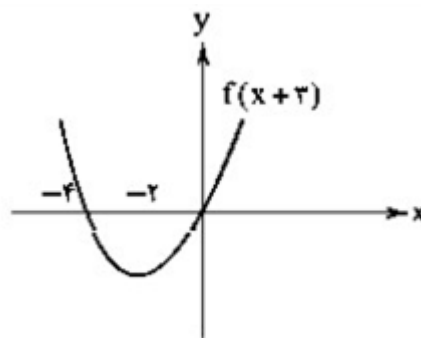
$$x < 0 \Rightarrow f(x) = |-x - 1| = |x + 1|$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. یک نمودار تقریبی برای $f(x)$ به صورت زیر خواهد بود.



اکنون $f(x+3)$ را با انتقال ۳ واحدی $f(x)$ رسم می‌کنیم:



برای حل نامعادله $f(x)f(x+3) \geq 0$ جدول تعیین علامت رسم می‌کنیم:

x	$-\infty$	-4	-1	0	3	$+\infty$
$f(x)f(x+3)$		+	-	+	-	+

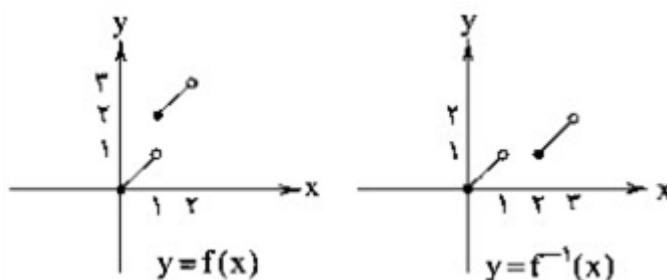
$$f(x)f(x+3) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -4] \cup [-1, 0] \cup [3, +\infty)$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = x$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow f(x) = x + 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نمودار f و f^{-1} را ببینید:



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به راحتی ثابت می‌شود:

$$\tan^2 x \sin^2 x = \tan^2 x - \sin^2 x$$

$$f(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos^2 x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

$$2k - \pi = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \Rightarrow k = \frac{3\pi}{\sqrt{2}} \Rightarrow g(x) = \sin\left(\frac{\frac{3\pi}{\sqrt{2}} x}{\pi}\right) = \sin\left(\frac{3}{\sqrt{2}} x\right)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(\text{gof})^{-1}\left(\frac{2}{x}\right) = 2\left(\frac{2}{x}\right) + 2 \Rightarrow (\text{gof})^{-1}(x) = 2x + 2$$

$$\Rightarrow (\text{gof})(x) = \frac{x-2}{2} \Rightarrow g(f(x)) = \frac{x-2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f(x)-1} = \frac{x-2}{2} \Rightarrow f(x)-1 = \frac{2}{x-2} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{x-2} + 1 = \frac{x+1}{x-2}$$

$$\Rightarrow f(2x) = \frac{2x+1}{2x-2}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق نمودار باید $\frac{1}{4-m}$ و m هم علامت باشند.

$$\frac{m}{4-m} > 0 \Rightarrow 0 < m < 4$$

در بین گزینه‌ها $0 < \pi < 4$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فاصله بین یک max و یک min متوالی برابر نصف دوره تناوب است.

$$T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{T}{2} = \frac{\pi}{4}$$

اگر طول max برابر ۲ باشد، طول min می‌تواند $2 + \frac{\pi}{4}$ یا $2 - \frac{\pi}{4}$ باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از اتحاد زیر کمک می‌گیریم:

$$(a+b)^r - (a-b)^r = 2ab^r$$

$$\left(\frac{1}{x} + 2x\right)^r - \left(\frac{1}{x} - 2x\right)^r = 2 \xrightarrow{\frac{1}{x} = 1} \left(\frac{1}{x} + 2x\right)^r = 9$$

$$\xrightarrow{x=1} \frac{1}{x} + 2x = 3 \Rightarrow f(1) = 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرایند تبدیل تابع به صورت زیر است:

$$g(x) \rightarrow g(x-1) \rightarrow g(-x-1) \rightarrow g\left(-\frac{x}{2}-1\right)$$

$$h(x) = g\left(\frac{-x}{2}-1\right) = f\left(1-2\left(\frac{-x}{2}-1\right)\right) = f(3+x)$$

$$h\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(3+\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{7}{2}\right)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع f اکیداً صعودی است، بنابراین وارون‌پذیر است.

$$y-x = \sqrt{x-1} \Rightarrow y^2 - 2xy + x^2 = x-1 \Rightarrow x^2 - (2y+1)x + y^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{2y+1 \pm \sqrt{(2y+1)^2 - 4(y^2+1)}}{2} = \frac{2y+1 \pm \sqrt{4y-3}}{2}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+1 - \sqrt{4x-3}}{2} \Rightarrow f^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{x+1 - \sqrt{2x-3}}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون $(f \circ g)(x)$ یک تابع خطی است، بنابراین $f(x)$ و $g(x)$ هر دو خطی‌اند و از طرفی تابع

$(f+g)(x)$ یک تابع خطی است، بنابراین $f(x)$ و $g(x)$ هر دو خطی‌اند و از طرفی تابع $(f+g)(x)$ ثابت است، بنابراین

شیب خطوط قرینه یکدیگرند. f را به صورت $f(x) = ax + b$ و g را به صورت $g(x) = -ax + c$ در نظر

$$(f+g)(x) = 10 \Rightarrow b+c=10$$

می‌گیریم:

$$(f \circ g)(x) = -4x - 12 \Rightarrow f(c-ax) = -4x - 12$$

$$\Rightarrow a(c-ax) + b = -4x - 12 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2 \\ b+ac = -12 \end{cases}$$

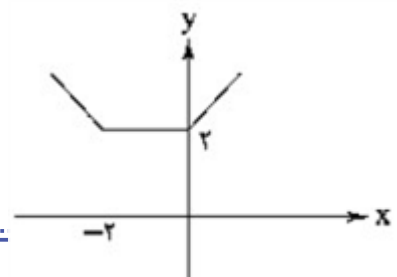
$$\begin{cases} b+2c = -12 \\ b+c = 10 \end{cases} \xrightarrow{-} c = -22 \Rightarrow g(3) = -28$$

اگر $a = 2$ باشد:

$$a = -2c = -12, b+c=10 \xrightarrow{-} c = \frac{22}{3} \Rightarrow g(3) = \frac{40}{3}$$

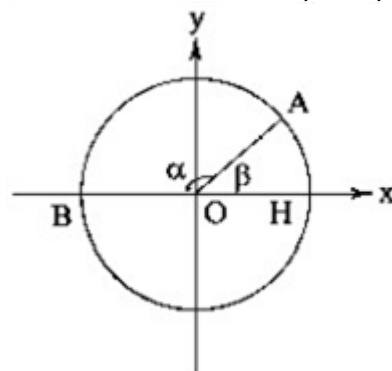
در صورتی که $a = -2$ باشد:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودار تابع گلدانی $f(x)$ به صورت زیر است:



این تابع در بازه $[0, +\infty)$ اکیداً صعودی و ضابطه آن $g(x) = 2x + 2$ و در نتیجه وارون آن $g^{-1}(x) = \frac{x-2}{2}$ با دامنه $x \geq 2$ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خواهد بود.

۲۵۷



$$A\left(\frac{2}{\sqrt{13}}, k\right) \in \text{دایره مثلثاتی} \Rightarrow \left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right)^2 + (k)^2 = 1 \Rightarrow k = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\Delta OAH: \sin \beta = \frac{3}{\sqrt{13}}, \cos \beta = \frac{2}{\sqrt{13}} \xrightarrow{\alpha + \beta = 180^\circ}$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}, \cos \alpha = -\frac{3}{13}, \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{12}{13}$$

۲۵۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه‌ی تابع $g(x)$ در بازه $[-2, 1]$ را با استفاده از مشخصات سهمی می‌نویسیم:

این سهمی از مبدأ مختصات می‌گذرد بنابراین داریم:

$$0 = a(0 + 1)^2 - 2 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x + 1)^2 - 2$$

از طرفی توابع f و g متناوب با دوره تناوب ۳ هستند بنابراین برای هر دو تابع به ازای هر مقدار صحیح k داریم:

$$\begin{cases} f(x + 3k) = f(x) \\ g(x + 3k) = g(x) \end{cases}$$

یعنی در این دو تابع می‌توان هر مضرب صحیحی از ۳ را به ورودی اضافه یا کم کرد تا ورودی هر یک از دو تابع در بازه $[-2, 1]$ قرار بگیرند، بنابراین داریم:

$$f(-21/5) = f(-21/5 + 21) = f(-0.5) = (-0.5)[0.5] + |-0.5| = (-0.5)(-1) + 0.5 = 0.5 + 0.5 = 1$$

$$g(21/5) = g(21/5 - 21) = g(0.5) = 2(0.5 + 1)^2 - 2 = 2(2/5)^2 - 2 = 4/5 - 2 = -6/5$$

$$f(-21/5) + g(21/5) = 1 - 6/5 = -1/5$$

و در نتیجه خواهیم داشت:

۲۵۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع $y = \tan x$ در بازه‌هایی یکنواست که در آن بازه مجانب قائم نداشته باشیم، یعنی برای

یکنوایی تابع $\tan x$ ، بازه‌ی x باید بین دو نقطه تعریف نشده متوالی، محدود شود. از طرفی مجانب‌های قائم یا نقاط

تعریف نشده در تابع $\tan x$ به صورت $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ خواهد بود. بنابراین برای یافتن مجانب‌های قائم یا نقاط تعریف نشده

تابع $f(x)$ داریم:

$$3x - \frac{\pi}{6} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{2\pi}{9}$$

$$\frac{k\pi}{3} + \frac{2\pi}{9} = -\frac{7\pi}{9} \Rightarrow \frac{k\pi}{3} = -\pi \Rightarrow k = -3$$

بنابراین نقطه تعریف شده بعد از $\frac{-7\pi}{9}$ به ازای $k = -2$ به دست می‌آید و داریم:

$$2m\pi = \frac{-2\pi}{3} + \frac{2\pi}{9} \Rightarrow 2m\pi = \frac{-4\pi}{9} \Rightarrow m = -\frac{2}{9}$$

یعنی بیشترین مقدار برای m که تابع در بازه‌ی موردنظر اکیداً نزولی باشد عدد $-\frac{2}{9}$ خواهد بود.



از روابط $\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$ و $\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$ و $\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x}$ استفاده کرده ابتدا ضابطه‌ی دو تابع را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{-\tan x(1 - \tan^2 x)}{(\tan^2 x + 1)^2} = -\frac{\tan x}{1 + \tan^2 x} \times \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = -\frac{1}{2} \sin 2x \cos 2x = -\frac{1}{4} \sin 4x$$

از آنجا که دوره تناوب تابع $y = a \sin bx$ برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ می‌باشد، دوره تناوب تابع $f(x)$ برابر است با:

$$T = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$g(x) = \frac{2}{\sin 2kx} = \frac{2}{2} \sin 2k\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|2k|} = \frac{\pi}{|k|}$$

برای تابع $g(x)$ داریم:

با مساوی قرار دادن دوره تناوب دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ داریم:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{|k|} \Rightarrow |k| = 2 \Rightarrow k = \pm 2 \Rightarrow k_1 k_2 = -4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع دو ضابطه‌ای که دارای پرش در نقطه‌ی مرزی است برای آن که اکیداً صعودی باشد، باید ۳ شرط زیر برقرار باشد:

(۱) قبل پرش اکیداً صعودی باشد، برای این کار باید تابع $y = (2a - 4)x^2 - 2$ در بازه $x \leq 1$ اکیداً صعودی باشد:

$$2a - 4 > 0 \Rightarrow a > 2$$

یعنی باید داشته باشیم:

(۲) بعد پرش اکیداً صعودی باشد: یعنی سهمی $y = ax^2 - 2x + 3$ در بازه $x > 1$ اکیداً صعودی باشد. برای این کار دو شرط لازم است:

(الف) $a > 0$ باشد تا شاخه‌ی سهمی در $x > 1$ اکیداً صعودی باشد.

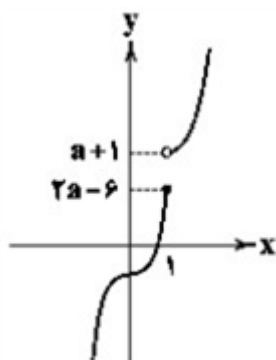
(ب) طول رأس یعنی $\frac{1}{a}$ (همان $(x = -\frac{b}{2a})$) از عدد یک بزرگ‌تر نباشد یعنی:

$$\frac{1}{a} \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{a} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{1-a}{a} \leq 0 \Rightarrow a < 0 \text{ یا } a \geq 1$$

اشتراک شرط‌های (الف) و (ب) به صورت $a \geq 1$ خواهد بود.

(۳) پرش اکیداً صعودی باشد.

به شکل تقریبی زیر دقت کنید. برای آن که در نقطه پرش تابع رفتار نزولی نداشته باشد باید داشته باشیم:



$$a + 1 \geq 2a - 4 \Rightarrow a \leq 5$$

$$(1) \cap (2) \cap (3) \Rightarrow 2 < a \leq 5$$

از اشتراک شرط‌های (۱)، (۲) و (۳) داریم:

بزرگ‌ترین عدد صحیح برای a عدد ۷ و کوچک‌ترین عدد ۳ می‌باشد و اختلاف این دو عدد برابر $7 - 3 = 4$ خواهد بود.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع $f(-x+2)$ اکیداً صعودی خواهد بود و از نقطه‌ی $(3, 0)$ می‌گذرد.

تابع $f(x+2)$ اکیداً نزولی خواهد بود و از نقطه‌ی $(-3, 0)$ می‌گذرد.

برای تعیین دامنه‌ی تابع $g(x) = \sqrt{\frac{x(x^2-1)f(-x+2)}{f(x+2)}}$ جدول تعیین علامت را به صورت زیر تشکیل می‌دهیم.

	$-\infty$	-3	0	1	3	$+\infty$
x	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
x^2-1	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$	$+$
$f(-x+2)$	$-$	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$
$f(x+2)$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	$-$
عبارت زیر رادیکال	$-$	$+$	0	$-$	$+$	$-$

بنابراین دامنه‌ی تابع $g(x)$ به صورت زیر خواهد بود:

$$D_g = (-3, 0] \cup [1, 3]$$

و در این بازه اعداد صحیح $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ یعنی ۶ عدد صحیح قرار دارند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای آن‌که ورودی $2x-1$ به ورودی $3x-2$ و ورودی $-x+2$ به ورودی $\frac{-3x+5}{2}$ تبدیل

شوند داریم:

$$\begin{cases} 2x-1 = 3t-2 \Rightarrow x = \frac{3t-1}{2} \\ -x+2 = \frac{-3t+5}{2} \Rightarrow -x = \frac{-3t+1}{2} \Rightarrow x = \frac{3t-1}{2} \end{cases}$$

یعنی برای آن‌که معادله $3g(2x-1) = 2f(3x-2)$ به معادله $f(3x-2) = \frac{3}{2}g\left(\frac{-3x+5}{2}\right)$ تبدیل شود باید از تبدیل

$x \rightarrow \frac{3x-1}{2}$ استفاده کنیم یعنی هر یک از ریشه‌های معادله داده شده به ترتیب در ۲ ضرب می‌شوند، سپس به‌علاوه

یک می‌شوند و در آخر بر ۳ تقسیم می‌شوند تا تبدیل به ریشه معادله جدید شوند.

اگر $x_0, \dots, x_7, x_1$ ریشه‌های معادله داده شده باشند داریم:

$$x_1 + x_7 + \dots + x_0 = 10$$

اگر $x'_0, \dots, x'_7, x'_1$ ریشه‌های معادله جدید باشند داریم:

$$\begin{cases} x'_1 = \frac{2x_1+1}{3} \\ x'_7 = \frac{2x_7+1}{3} \\ \vdots \\ x'_0 = \frac{2x_0+1}{3} \end{cases}$$

و در نتیجه خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} x'_1 + x'_7 + \dots + x'_0 &= \frac{2x_1+1}{3} + \frac{2x_7+1}{3} + \dots + \frac{2x_0+1}{3} \\ &= \frac{2}{3}(x_1 + x_7 + \dots + x_0) + 5\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}(10) + \frac{5}{3} = \frac{25}{3} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع $y = -2f(3x-1) - 1$ در بازه‌ی $[-1, 2]$ ثابت است یعنی هم صعودی است و هم نزولی

است. بازه‌ی متناظر آن را در تابع $y = \frac{f(3-2x)-1}{5}$ به دست می‌آوریم.

ابتدا بازه‌ی متناظر را در تابع $f(x)$ به صورت زیر می‌یابیم:

$$[3(-1) - 1, 3(2) - 1] = [-4, 5]$$

حال این بازه را به بازه‌ی متناظر در تابع $y = \frac{f(3-2x)-1}{5}$ تبدیل می‌کنیم به صورت زیر:

$$\left[\frac{5-3}{-2}, \frac{-4-3}{-2}\right] = \left[-1, \frac{7}{2}\right]$$

یعنی تابع $y = \frac{f(3-2x)-1}{5}$ در بازه $\left[-1, \frac{7}{2}\right]$ هم صعودی است و هم نزولی.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱

$$\cos 2x = -\cos 2x \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm (\pi - 2x)$$

$$2x = 2k\pi + \pi - 2x \Rightarrow x = \frac{2k\pi + \pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} k = 0 & x = \frac{\pi}{4} \\ k = 1 & x = \frac{3\pi}{4} \\ k = 2 & x = \pi \end{cases}$$

$$2x = 2k\pi - \pi + 2x \Rightarrow x = 2k\pi - \pi \begin{cases} k = 1 & x = \pi \\ k = 2 & x = 2\pi \end{cases}$$

$$A = 1 - \tan 2\alpha = 1 - \tan (67/5)^\circ$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲

$$\tan^2 x = \frac{2 \sin^2 x}{2 \cos^2 x} = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$$

$$\Rightarrow \tan^2 67/5^\circ = \frac{1 - \cos 135^\circ}{1 + \cos 135^\circ} = \frac{1 - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} = (\sqrt{2} + 1)^2$$

$$\tan 67/5^\circ = \sqrt{2} + 1 \Rightarrow 1 - \tan 67/5^\circ = -\sqrt{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳

$$(-1, 2m - 2), (0, 10 - m), (1, 4m + 13), (2, 25)$$

$$2m - 2 \leq 10 - m \Rightarrow 3m \leq 12 \Rightarrow m \leq 4$$

$$10 - m \leq 4m + 13 \Rightarrow 5m \geq -3 \Rightarrow m \geq -0.6$$

$$4m + 13 \leq 25 \Rightarrow 4m \leq 12 \Rightarrow m \leq 3$$

$$-0.6 \leq m \leq 3$$

$$\text{طبیعی } m = 1 \quad m = 2 \quad m = 3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴

$$y = 0 \Rightarrow \text{روی محور } x \text{ ها متقاطع یعنی } 0 \Rightarrow g(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{3 + ax} = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{a}$$

$$g(f(x)) = 0 \Rightarrow \sqrt{3 + a(2 - x)} = 0 \Rightarrow 3 + 2a - ax = 0 \Rightarrow x = \frac{3 + 2a}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{-3}{a} = \frac{3 + 2a}{a} \Rightarrow 2a = -6 \Rightarrow a = -3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای محاسبه $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ ابتدا $f\left(\frac{1}{2}\right)$ را حساب می‌کنیم که می‌شود: ۵

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -2\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 0$$

حال با توجه به ضابطه دوم g داریم:

$$\log\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(g\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = f\left(-\frac{1}{2} - 2\right) = f\left(-\frac{5}{2}\right) = -2\left(-\frac{5}{2}\right) + 1 = 6$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶

$$\text{عبارت} = \frac{(2x - 3)^2}{2(2x - 3)^2} = \frac{2x - 3}{2} = \frac{3 + \sqrt{5} - 3}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} = 0.5\sqrt{5}$$

$$g(-2) \Rightarrow \begin{cases} -x + 2 & f(-2) \geq 0 \\ x - 2 & f(-2) < 0 \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷

$$g(-2) = \text{ضابطه اول} = -(-2) + 2 = 4$$

$$f(-2) = \text{ضابطه دوم} = -2(-2) + 7 = 11$$

$$f(g(-2)) = 11 + 1 = 12$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{2} - 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸

$$A = -1 + \tan \frac{\sqrt{\pi}}{\lambda} = -1 - \tan \frac{\pi}{\lambda} = -1 - (\sqrt{2} - 1) = -\sqrt{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع f اکیداً صعودی است، بنابراین نقطه برخورد f و f^{-1} روی خط $y = x$ قرار دارد.

$$f(x) = x \Rightarrow \frac{1}{6}(5|x+1| + 7x - 11) = x \Rightarrow 5|x+1| + 7x - 11 = 6x \Rightarrow 5|x+1| = 11 - x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x+5=11-x \Rightarrow x=1 \\ 5x+5=-(11-x) \Rightarrow x=-11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq m \\ -5 \leq m \\ m \leq \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{(1+2)^2 + (1+2)^2} = 5\sqrt{2}$$

بنابراین نقاط برخورد $A(1,1)$ و $B(-2,-2)$ خواهد بود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $D_f = R_f = [1, +\infty)$ و همچنین $(f^{-1} \circ f)(x) = (f \circ f^{-1})(x) = x$ می‌باشد. بنابراین ساده شده

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y\left(\frac{x-2}{1+x}\right) = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{2}{5}x = \sqrt{a + \frac{9}{25}b} = x \Rightarrow \frac{2}{5} = \sqrt{45a + 9b} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$y\left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{2}{5} \Rightarrow -\sqrt{a + \frac{16}{25}b} = -\frac{2}{5} \Rightarrow \sqrt{25a + 16b} = 2$$

توجه $I = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ عدد طلایی است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. x را به $-x$ تبدیل و یک دستگاه دو معادله و دو مجهول حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} x \times \{ f(2-x) + xf(2+x) = x^2 - x \\ f(2+x) - xf(2-x) = x^2 + x \end{cases}$$

$$\begin{cases} xf(2-x) + x^2 f(2+x) = x^2 - x^2 \\ f(2+x) - xf(2-x) = x^2 + x \end{cases} \Rightarrow (1+x^2)f(2+x) = x^2 + x = x(1+x^2)$$

$$\Rightarrow f(2+x) = x \Rightarrow \cos 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow \cos 2x = -\cos x$$

$$f(x) = x - 23 \Rightarrow \cos x = -1 \Rightarrow x = (2k+1)\pi$$

$$\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \Rightarrow f(f(x)) = f(x) = x \\ x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow f(f(x)) = f(-1) = 1 \end{cases} \Rightarrow (f \circ f)(x) = \begin{cases} x \\ 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \Rightarrow g(g(x)) = g(1) = 1 \\ x < 0 \Rightarrow g(g(x)) = g(2) = 1 \end{cases} \Rightarrow (g \circ g)(x) = 1$$

$$\frac{x^2 + (f \circ f)(x)}{\cos 2x (g \circ g)(x)} = \frac{x^2 + 1}{\cos 2x} = \frac{1}{\cos 2x} \Rightarrow x^2 = 2x - 1 \Rightarrow 2x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow x = 2k\pi - \pi \end{cases} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$$

بنابراین معادله دو ریشه حقیقی دارد.

$$a - 2 = -1 \Rightarrow a = 3$$

$$g(x) \in f^{-1}(x) \Rightarrow f(g(x)) = x \Rightarrow f(2) = x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow a - b = 2$$

لما تمام خروجی‌های g نمی‌توانند وارد f شوند و فقط اعداد بازه $(0, 1]$ می‌توانند دامنه f باشند. اکنون تابع f را در بازه

$$3 - \sqrt{2(x+1)} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور ها}} \sqrt{2x+2} - 3 \xrightarrow{+5} \sqrt{2x+2} + 2$$

$$\sqrt{2x+2} + 2 = \frac{9}{4} \Rightarrow 2x+2 = \frac{49}{16} \Rightarrow x = \frac{1}{8}$$

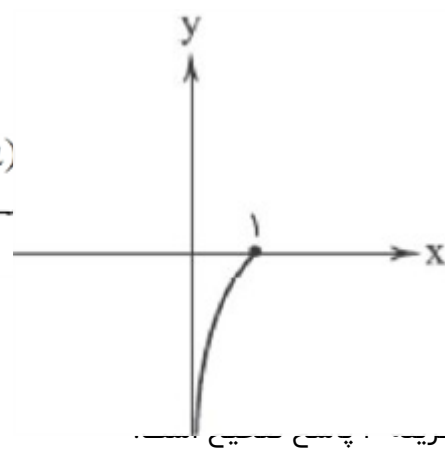
ملاحظه می‌کنید که برد $f \circ g$ برابر $(-\infty, 0]$ خواهد بود.

$$2 \sin \alpha < \sin 2\alpha \Rightarrow 2 \sin \alpha - \sin 2\alpha < 0 \Rightarrow 2 \sin \alpha (1 - \cos \alpha)$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \sin \alpha < 0$$

$$\left. \begin{matrix} \cot \alpha > 0 \\ \sin \alpha < 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \cot \alpha < 0 \Rightarrow \alpha \text{ در ناحیه چهارم قرار دارد.}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نقطه A را به صورت $A(a, a-5)$ در نظر می‌گیریم $f(x) = 1$ در نتیجه نقطه $A(a-5, a)$ روی f^{-1} قرار دارد.

$$a = \frac{1}{2} \Rightarrow 2(a-5) = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a - 10 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a = 10 + \frac{1}{2} \Rightarrow 2a = \frac{21}{2} \Rightarrow a = \frac{21}{4}$$

پاسخنامه کلیدی

$$f(x) = 1 \Rightarrow \begin{cases} x-1=1 \Rightarrow x=2 \\ x+1=1 \Rightarrow x=0 \end{cases}$$

$$A(r, -r) \Rightarrow x_A + y_A = 1$$

$f(x)$	۱	۲	۳	۴	$x \leq y \Rightarrow g(x)$	۱	۲	۳	۴	$g(x) = f(x)$	۱	۲	۳	۴	حلیج است.	۱	۲	۳	۴	۱۱۴
$-1 \leq$	۱	۲	۳	۴	$+x = y \Rightarrow f$	۱	۲	۳	۴	$-2x$	۱	۲	۳	۴		۹۸	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴		۲۵	۱	۲	۳	۴	دوره تن	۱	۲	۳	۴	را رسم می کنید	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴		۲۶	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴	خلاف است.	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴		۳۷	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۸۰	۱	۲	۳
۶	۱	۲	۳	۴		۳۸	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۸۱	۱	۲	۳
۷	۱	۲	۳	۴		۳۹	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۸۲	۱	۲	۳
۸	۱	۲	۳	۴		۴۰	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۸۳	۱	۲	۳
۹	۱	۲	۳	۴		۴۱	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۸۴	۱	۲	۳
۱۰	۱	۲	۳	۴		۴۲	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۸۵	۱	۲	۳
$f(1)$	۱	۲	۳	۴	$r \Rightarrow (k) \sin \frac{\pi}{2}$	۱	۲	۳	۴	$\sin x$	۱	۲	۳	۴	حلیج است.	۱	۲	۳	۴	۲۱۵
۱۲	۱	۲	۳	۴		۴۴	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۰۷	۱	۲	۳
۱۳	۱	۲	۳	۴		۴۵	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۰۸	۱	۲	۳
$f^{-1}(a)$	۱	۲	۳	۴	$k \Rightarrow f(k)$	۱	۲	۳	۴	$\Rightarrow k = 10$	۱	۲	۳	۴	حلیج است.	۱	۲	۳	۴	۲۱۶
۱۴	۱	۲	۳	۴		۴۶	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۰۹	۱	۲	۳
$\tan B$	۱	۲	۳	۴		۴۷	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۱۰	۱	۲	۳
$f(g(x))$	۱	۲	۳	۴	$g(x)$	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴	حلیج است.	۱	۲	۳	۴	۲۱۷
$f(g(x))$	۱	۲	۳	۴	$g(x) + 1$	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴		۴۹	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۱۳	۱	۲	۳
$g^{-1}(a)$	۱	۲	۳	۴	$+b = \tan b$	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴		۵۱	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۱۵	۱	۲	۳
$f(x)$	۱	۲	۳	۴	$x) = -a$	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴	حلیج است.	۱	۲	۳	۴	۲۱۸
$(f^{-1}(a))$	۱	۲	۳	۴	$(f^{-1}(a))$	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۱۶	۱	۲	۳	۴
$\tan(1)$	۱	۲	۳	۴	$\tan(1)$	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴		۵۵	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۱۸	۱	۲	۳
$x + x$	۱	۲	۳	۴	$\Rightarrow$	۵۶	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۱۹	۱	۲	۳
۲۵	۱	۲	۳	۴		۵۷	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۲۰	۱	۲	۳
۲۶	۱	۲	۳	۴		۵۸	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۲۱	۱	۲	۳
$f(x)$	۱	۲	۳	۴	$f^{-1}(r_0)$	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴		۵۹	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۲۳	۱	۲	۳
۲۸	۱	۲	۳	۴		۶۰	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۲۴	۱	۲	۳
۲۹	۱	۲	۳	۴		۶۱	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۲۵	۱	۲	۳
$f^{-1}(a)$	۱	۲	۳	۴	$\Rightarrow A$	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴		۶۳	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۲۷	۱	۲	۳
۳۲	۱	۲	۳	۴		۶۴	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱۲۸	۱	۲	۳

از طرفی تابع $f(x)$ اکیداً صعودی است بنابراین باید $f(x)$ اکیداً نزولی خواهد بود و از نقطه $(6, 0)$ می گذرد. برای تعیین دامنه تابع $g(x)$ داریم:

$\cos(\pi - \alpha) = -\cos(\alpha)$
 $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4} - x\right)$
 $2x - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} - x \Rightarrow 3x = \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$
 $2x - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} - x \Rightarrow 3x = \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$

از طرفی می‌دانیم $f(0) = -18$ و داریم:

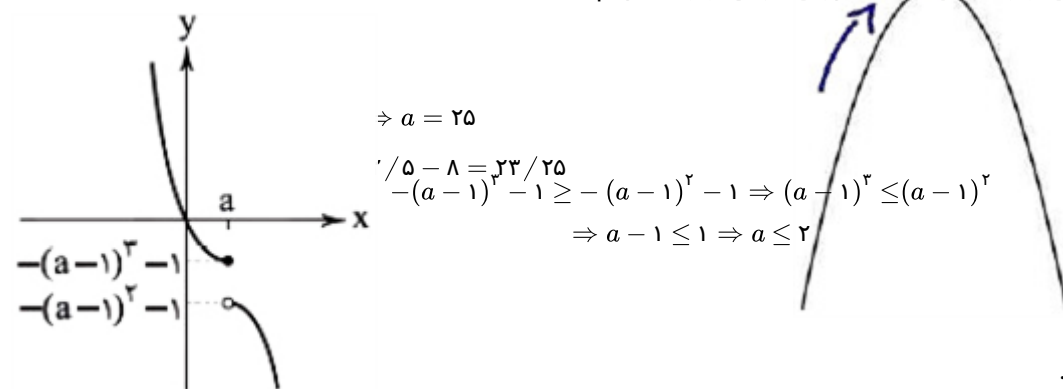
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۷

$-18 = -2(-a)^2 - 2 \Rightarrow (-a)^2 = 8 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow f(x) = -2(x+2)^2 - 2 = -2x^2 - 12x - 18$
 $D_f: x \geq -1, 1 - \sqrt{1+x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{1+x} \leq 1 \Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow D_f = [-1, 0]$
 $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1+x}}$
 $f(-1) = 1, f(0) = 0 \Rightarrow R_f = [0, 1]$

گزینه ۲۵: تابع فقط در ناحیه دوم (ب) قرار می‌گیرد و در ناحیه چهارم واقع می‌شود و تنها نقطه مشترک همان $y = -(x-1)^2 - 1$ است. برای آن که $f(x)$ اکیداً یکنوا باشد، باید داشته باشیم:

گزینه ۲۸: اگر تابع پاسخ (لطیف) است بازه $x > a$ اکیداً نزولی باشد، برای همین باید داشته باشیم $a \geq 1$.

ب) با مشاهده نمودار تقریبی $f(x)$ برای اکیداً نزولی بودن $f(x)$ داریم:



گزینه ۲۹: ۲ پاسخ صحیح است.

$[1, +\infty) \cap (-\infty, 2] = [1, 2]$
 $2 \sin x \cos x - 2 \sin^2 x \cos x = 0$
 $2 \sin x \cos x (1 - \sin x) = 0$
 $\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi$
 $\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$
 $1 - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

$g^{-1}(|2x-1|) - g^{-1}(|x+1|) \geq 0 \Rightarrow g^{-1}(|2x-1|) \geq g^{-1}(|x+1|)$
 $|2x-1| \geq |x+1| \Rightarrow (2x-1+x+1)(2x-1-x-1) \leq 0 \Rightarrow (3x)(x-2) \leq 0$
 $\Rightarrow 0 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_{h(x)} = [0, 2]$

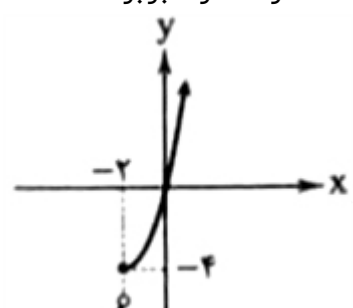
گزینه ۳۰: ۳ پاسخ صحیح است.

$\max(b-a) = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
 $f(x) = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2} \xrightarrow{x=2} f(2) = \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4} \Rightarrow f^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = 2 \Rightarrow \frac{a}{4} + \frac{a}{2} = 3$

گزینه ۳۲۷: ۱ پاسخ صحیح است.

اگر ضابطه اول را در بازه داده شده رسم کنیم خواهیم دید که اکیداً صعودی است. ضابطه $2 - \sqrt{2-x}$ اکیداً صعودی است. بخش اول از تابع است که تشکیل دهنده سوال باشد. به طور کلی نمودار منحنی تابع وارونی در نمودار منحنی اصلی است که برعکس آن است.

$f(x) = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}, x \geq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = 4x + 4\sqrt{x}, x \geq 0$
 $f(x) = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}, -1 \leq x \leq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = 4x - 4\sqrt{x}, 0 \leq x \leq \frac{1}{4}$



$f(g^{-1}(a)) = -3 \Rightarrow g^{-1}(a) = \frac{1}{4} \Rightarrow g\left(\frac{1}{4}\right) = a = -\frac{1}{4}$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار تابع را رسم می‌کنیم. ۳۲۸

$$(1 - 2 \sin^2 x) + \sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin x = \pm 1 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

جواب‌های بازه $[-3\pi, \pi]$ عبارت‌اند از $-\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$ که مجموع آن‌ها ...

نقطه $(20, 1)$ می‌گذرد، پس وارون تابع هم از این نقطه می‌گذرد، در نتیجه تابع f از

$$\Rightarrow f(1) = a + 1 = 20 \Rightarrow a = 19$$

حد صورت صفر است پس حد مخرج نیز باید صفر باشد.

$$a + b = 0 \Rightarrow a = -b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{b(\sqrt{2 - \sqrt{x}} - 1)}{-bx + b} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2 - \sqrt{x}} - 1}{1 - x} \xrightarrow{\sqrt{x} = t}$$

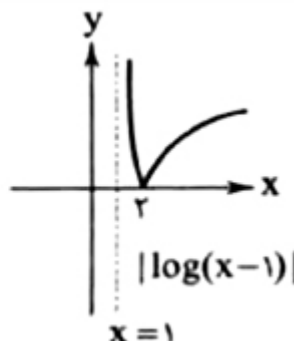
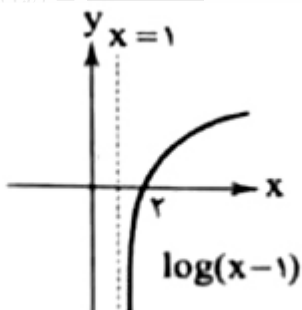
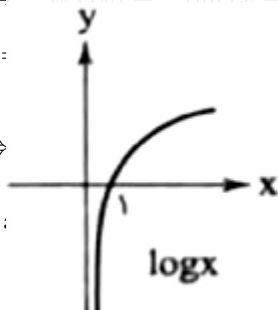
$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2 - t} - 1}{1 - t^2} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{1 - t}{(1 - t)(1 + t)(\sqrt{2 - t} + 1)} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

این تابع در بازه $[-1, 2]$ صعودی است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار تابع f را طی مراحل زیر رسم می‌کنیم:

$$\frac{\log x}{\cot x} = \frac{\log(x-1)}{\cos(\frac{\pi}{2} - x)} \Rightarrow \frac{\log(x-1)}{\sin x} \Rightarrow -\tan(x) = -\sin x \Rightarrow \tan(x) = \sin x \Rightarrow \tan(x) = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sin x}{1 - \sin^2 x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan(x) = 0 \Rightarrow x = 0 \\ \text{یا} \\ 1 + \tan^2 x = 2 \Rightarrow \tan^2 x = 1 \Rightarrow \tan x = \pm 1 \Rightarrow x_1 = -\frac{\pi}{4}, x_2 = \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \alpha = x_2 = \frac{\pi}{4}$$



تابع $|\log(x-1)|$ در بازه $(1, 2]$ اکیداً نزولی است. پس $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$

$$\Rightarrow y = -\frac{a}{2} \sin(2bx) + \left(\frac{a}{2} + c\right)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مرکز تقارن تابع $(1, -1)$ است بنابراین:

تابع در همسایگی صفر صعودی است. پس $f(-1) = -(-1 - 1) = 2$

$$\frac{a}{2} + c = \frac{-2+1}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} + c = -\frac{1}{2} \quad a = 2, c = -2$$