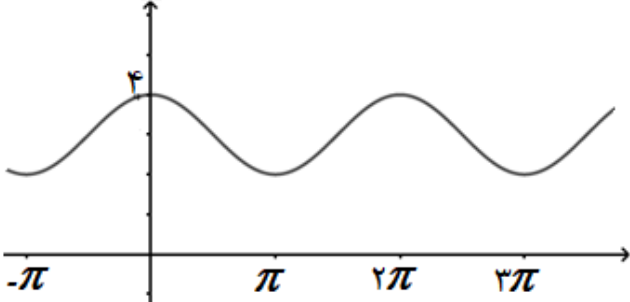


نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع :	سوالات امتحان نهایی درس : حسابان ۲
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان:	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته : ریاضی و فیزیک
نوبت دی			
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است.		
نمره			

۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید. الف) نقطه $(-۸, ۶)$ روی نمودار $y = f(x)$ با نقطه $(-۸, ۱۲)$ روی نمودار $y = \frac{1}{4}f(x)$ متناظر است. ب) نمودار تابع $y = -(x-۳)^۳$ را می توان با ۳ واحد انتقال نمودار $y = -x^۳$ به سمت راست رسم کرد. پ) تابع $f(x) = x^۲ - ۴x$ روی بازه $[۲, +\infty)$ اکیداً صعودی است. ت) اگر $f'(۱) = ۲$ و $g'(۱) = -۳$ باشد، حاصل $(۳f + g)'(۱)$ برابر ۹ است.	۱
۱/۲۵	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. الف) اگر مقدار a برابر باشد، تابع $f(x) = ax + b$ هم صعودی و هم نزولی است. ب) دوره تناوب و مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = ۳\sin ۲x$ به ترتیب برابر و است. پ) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x+1}{\tan x} \right)$ برابر است. ت) اگر تابع f در $x = a$ پیوسته.....، آنگاه f در $x = a$ مشتق پذیر نیست.	۲
۱/۵	در چند جمله ای $P(x) = x^۳ + ax^۲ + b$ مقادیر a و b را چنان بیابید که باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x+۲$ برابر -۱ و $P(x)$ بر $x-۱$ بخش پذیر باشد.	۳
۱	عبارت $\frac{x^۵+1}{x+1}$ را ساده کنید.	۴
۱	نمودار تابع $f(x) = a + \cos bx$ به صورت زیر است. حاصل $a+b$ را به دست آورید. ($b > 0$) 	۵
۱/۵	معادله مثلثاتی $\cos ۲x - \cos x + ۱ = 0$ را در بازه $0 \leq x \leq \pi$ حل کنید.	۶
۱/۵	الف) اگر $\lim_{x \rightarrow ۳^+} \frac{ax-۳}{(۲-x)^۳} = +\infty$ باشد، حدود a را تعیین کنید. ب) مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{x-۴x^۳}{x^۳+۵}$ را به دست آورید.	۷

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲	ساعت شروع:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:
رشته: ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۲
نوبت دی			

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است.	نمره
------	---	------

۸	کدام شکل وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{2[x]}{4-x}$ ، در نزدیکی مجانب قائم آن است؟ دلیل خود را بنویسید.	۱/۲۵
۹	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ را در نقطه ای به طول $x = 0$ واقع بر نمودار تابع بنویسید.	۱
۱۰	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = \sqrt{7x}(3x^2 + 2)$ ب) $g(x) = \cos^3(2x) - \frac{1}{x}$	۲/۲۵
۱۱	با توجه به نمودار تابع f ، نمودار f' را با ذکر دلیل مشخص کنید.	۰/۷۵
۱۲	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t$ گرم است. در چه لحظه ای، آهنگ رشد جرم توده باکتری برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه زمانی $0 \leq t \leq 4$ می شود؟	۱/۵
۱۳	یک مستطیل در یک نیم دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.	۱/۲۵
۱۴	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ را رسم کنید.	۲/۲۵
۱۵	فرض کنید $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، محل تقاطع مجانب های آن، نقطه $(2, 1)$ است. اگر این تابع از نقطه $(-1, 0)$ بگذرد، ضابطه تابع را به دست آورید.	۱
۲۰	جمع نمرات	« موفق و سربلند باشید. »

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲	ساعت شروع:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:
رشته: ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحات: ۲
نوبت دی			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست ص ۱۰ ب) درست ص ۱۴ پ) درست ص ۱۷ ت) نادرست ص ۱۰۱ هر کدام (۰/۲۵)	۱
۲	الف) صفر (۰/۲۵) ص ۱۶ ب) π و ۳ (۰/۵) ص ۲۷ پ) صفر (۰/۲۵) ص ۵۳ ت) نباشد (۰/۲۵) ص ۸۶	۱/۲۵
۳	صفحه ۲۲ (۰/۵) $\Rightarrow a = \frac{8}{3}, b = -\frac{11}{3}$ (۰/۵) $\Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 7 \\ a + b = -1 \end{cases}$ (۰/۵) $\Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -1 \\ p(1) = 0 \end{cases}$	۱/۵
۴	صفحه ۲۰ (۰/۲۵) $\frac{x^5 + 1}{x + 1} = \frac{(x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)}{x + 1} = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$	۱
۵	صفحه ۳۴ (۰/۲۵) $a + b = 4$ (۰/۲۵) $a = 3$ (۰/۲۵) $b = 1$ (۰/۲۵) $T = 2\pi$ (۰/۲۵)	۱
۶	صفحه ۴۴ (۰/۲۵) $\cos x (2 \cos x - 1) = 0$ (۰/۲۵) $2 \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \end{cases}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۷	صفحه ۵۳ و ۶۹ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 3}{(2 - x)^2} = \frac{2a - 3}{0^-} = +\infty \Rightarrow 2a - 3 < 0 \Rightarrow a < \frac{3}{2}$ (الف) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x - 4x^2}{x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4x^2}{x^2} = -4 \Rightarrow y = -4$ (ب)	۱/۵
۸	گزینه پ صحیح است. (۰/۲۵) صفحه ۵۷ $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2[x]}{4 - x} = \frac{8}{0^+} = +\infty$ (۰/۵) $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2[x]}{4 - x} = \frac{6}{0^-} = -\infty$ (۰/۵)	۱/۲۵
۹	معادله مماس قائم: $x = 0$ (۰/۲۵) $A(0, 0)$ (۰/۲۵) $f'(0) = m = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x} - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = +\infty$ (۰/۵)	۱
۱۰	صفحه ۹۷ (۰/۵) الف) $f'(x) = \frac{7}{2\sqrt{7x}} (3x^2 + 2) + \sqrt{7x} (6x)$ (۰/۵) ب) $g'(x) = 3(-2 \sin 2x)(\cos^2 2x) - \left(-\frac{1}{x^2}\right)$ (۰/۷۵)	۲/۲۵

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲	ساعت شروع:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:
رشته: ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۲
نوبت دی			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																															
۱۱	گزینه ت صحیح است. (۰/۲۵) مشتق سهمی، تابع خطی (غیر ثابت) است. (۰/۲۵) چون طول نقطه مینیمم، منفی است پس f' محور x ها را در ناحیه $x < 0$ قطع می کند. (۰/۲۵) صفحه ۱۰۰	۰/۷۵																															
۱۲	$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2$ (۰/۵) $\frac{10-0}{4-0} = \frac{5}{2}$ (۰/۵) $\frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 = \frac{5}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \sqrt{t} = 1 \Rightarrow t = 1$ (۰/۲۵) صفحه ۱۰۹	۱/۵																															
۱۳	$y^2 = 16 - x^2 \Rightarrow S(x) = 2x(\sqrt{16 - x^2})$ (۰/۲۵) $S'(x) = \frac{32 - 4x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0$ (۰/۵) $x = \sqrt{4}, y = \sqrt{4}$ طول $2\sqrt{4}$ ، عرض $\sqrt{4}$ (۰/۵) صفحه ۱۲۶	۱/۲۵																															
۱۴	رسم نمودار (۰/۷۵) و جدول (۱) نمره $f'(x) = x^2 - 4x + 3$ (۰/۲۵) $f''(x) = 2x - 4$ (۰/۲۵) <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>۰</td><td>-</td><td>-</td><td>۰</td><td>+</td></tr><tr><td>$f''(x)$</td><td>∩</td><td>∩</td><td>∪</td><td>∪</td><td>∪</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$\nearrow \frac{4}{3}$</td><td>$\searrow \frac{2}{3}$</td><td>$\nearrow 0$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td></td><td></td><td>Max نسبی</td><td>نقطه عطف</td><td>Min نسبی</td><td></td></tr></table> صفحه ۱۳۹	x	$-\infty$	۱	۲	۳	$+\infty$	$f'(x)$	+	۰	-	-	۰	+	$f''(x)$	∩	∩	∪	∪	∪	$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow \frac{4}{3}$	$\searrow \frac{2}{3}$	$\nearrow 0$	$+\infty$			Max نسبی	نقطه عطف	Min نسبی		۲/۲۵
x	$-\infty$	۱	۲	۳	$+\infty$																												
$f'(x)$	+	۰	-	-	۰	+																											
$f''(x)$	∩	∩	∪	∪	∪																												
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow \frac{4}{3}$	$\searrow \frac{2}{3}$	$\nearrow 0$	$+\infty$																												
		Max نسبی	نقطه عطف	Min نسبی																													
۱۵	$cx + d = 0 \Rightarrow d = -2c$ (۰/۲۵) $(-1, 0) \Rightarrow \frac{-a+b}{-c+d} = 0 \Rightarrow a = b$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{cx} = 1 \Rightarrow a = c$ (۰/۲۵) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ (۰/۲۵) صفحه ۱۴۴	۱																															
۲۰	در نهایت نظر همکاران محترم صائب است.																																