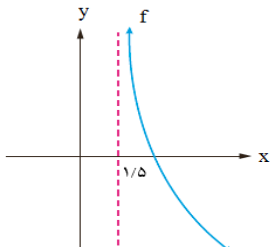
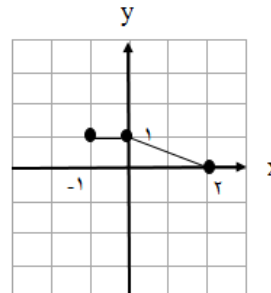


|                                   |                       |                              |                     |
|-----------------------------------|-----------------------|------------------------------|---------------------|
| سوالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲ | ساعت شروع:            | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | نام و نام خانوادگی: |
| رشته: ریاضی و فیزیک               | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | تاریخ امتحان:                | تعداد صفحه: ۲       |
| نوبت دی                           |                       |                              |                     |

|      |                                        |      |
|------|----------------------------------------|------|
| ردیف | استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است | نمره |
|------|----------------------------------------|------|

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |   |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| ۱ | <p>جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) اگر <math>f'(5) = 2</math> و <math>g'(5) = -1</math> در این صورت <math>(2f - g)'(5)</math> برابر با ..... است.</p> <p>ب) با توجه به نمودار تابع <math>f</math>، حاصل <math>\lim_{x \rightarrow (1/5)^+} f(x)</math> برابر با ..... است.</p>  | ۱ |
| ۲ | <p>نمودار تابع <math>y = f(x)</math> به صورت زیر است. نمودار <math>g(x) = f(x-1) + 2</math> را رسم کرده و دامنه تابع <math>g(x)</math> را تعیین کنید.</p>                                                                                                                                                 | ۲ |
| ۳ | <p>ابتدا نمودار تابع <math>f(x) =  x-1 </math> را رسم کنید، سپس تعیین کنید که تابع در چه بازه ای اکیداً صعودی و در چه بازه ای اکیداً نزولی است.</p>                                                                                                                                                                                                                                        | ۳ |
| ۴ | <p>مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را طوری تعیین کنید که چند جمله ای <math>p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2</math> بر <math>(x+2)</math> و <math>(x-1)</math> بخش پذیر باشد.</p>                                                                                                                                                                                                          | ۴ |
| ۵ | <p>ضابطه تابعی به فرم <math>y = a \cos bx + c</math> را بنویسید که دوره تناوب آن ۲ و مقدار ماکزیمم آن ۴ و مقدار مینیمم آن -۲ باشد.</p>                                                                                                                                                                                                                                                     | ۵ |
| ۶ | <p>معادله <math>\cos^2 x - \cos x + 1 = 0</math> را حل کنید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ۶ |
| ۷ | <p>حدهای زیر را در صورت وجود بیابید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{[x] - 2}{ 3x - 1 }</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{4x + 2}{5 - x} - \frac{8}{x} \right)</math></p>                                                                                                                                                          | ۷ |
| ۸ | <p>مجانبات های قائم و افقی منحنی تابع <math>f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}</math> را در صورت وجود بیابید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                    | ۸ |
| ۹ | <p>در تابع <math>f(x) = \begin{cases} x^2 &amp; x &lt; -1 \\ x + 2 &amp; x \geq -1 \end{cases}</math> نشان دهید <math>f'_+(-1)</math> و <math>f'_-(-1)</math> موجودند، ولی <math>f'(-1)</math> موجود نیست.</p>                                                                                                                                                                             | ۹ |

|                                   |                       |                              |                     |
|-----------------------------------|-----------------------|------------------------------|---------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲ | ساعت شروع:            | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | نام و نام خانوادگی: |
| رشته: ریاضی و فیزیک               | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | تاریخ امتحان:                | تعداد صفحه: ۲       |
| نوبت دی                           |                       |                              |                     |

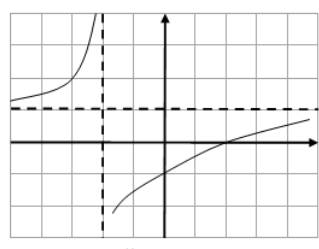
| ردیف                 | استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است                                                                                                                                                      | نمره |
|----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱۰                   | برای تابع $f$ در شکل مقابل داریم: $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 25$<br>با توجه به شکل مختصات نقاط $B$ و $C$ را بیابید.                                                                            | ۱    |
| ۱۱                   | مشتق توابع زیر را به دست آورید. ( ساده کردن مشتق الزامی نیست. )<br>الف) $f(x) = (x^2 - 6)^2 \left(\frac{1}{4}x + 1\right)$ ب) $g(x) = \sin^2(5x)$ پ) $h(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^3 - 2x + 1}$ | ۲/۲۵ |
| ۱۲                   | دوچرخه سواری طبق معادله $d(t) = \frac{1}{3}t^3 + 10t$ حرکت می کند. که در آن $0 \leq t \leq 6$ بر حسب ثانیه است.<br>سرعت لحظه ای در $t = 2$ چقدر است.                                        | ۱    |
| ۱۳                   | مقادیر $a$ و $b$ و $c$ را در تابع $f(x) = ax^2 + bx^2 + c$ طوری به دست آورید که در شرایط زیر صدق کند.<br>$f(0) = 1$ و $f(1) = 2$ و $x = \frac{1}{2}$ طول نقطه عطف نمودار تابع $f$ باشد.     | ۱/۵  |
| ۱۴                   | مقادیر اکسترمم مطلق تابع $g(x) = x^3 + 2x - 5$ را در بازه $[-2, 1]$ در صورت وجود تعیین کنید.                                                                                                | ۱    |
| ۱۵                   | جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$ را رسم کنید.                                                                                                                              | ۲    |
| موفق و سربلند باشید. |                                                                                                                                                                                             |      |
| جمع نمره             |                                                                                                                                                                                             |      |
| ۲۰                   |                                                                                                                                                                                             |      |

|                      |                              |                       |                                    |
|----------------------|------------------------------|-----------------------|------------------------------------|
| نام و نام خانوادگی : | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | ساعت شروع :           | سوالات امتحان نهایی درس : حسابان ۲ |
| تعداد صفحه: ۲        | تاریخ امتحان:                | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | رشته: ریاضی و فیزیک                |
| نوبت دی              |                              |                       |                                    |

| ردیف                      | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | نمره |
|---------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱                         | الف) ۵ (تمرین ۱۲ صفحه ۱۰۱ کتاب) (۰/۵) ب) $+\infty$ (صفحه ۴۸ کتاب) (۰/۵)                                                                                                                                                                                                                                                                | ۱    |
| ۲                         | (مشابه تمرین ۳ صفحه ۸ کتاب) $D_g = [0, 3]$ (۰/۲۵) (رسم شکل ۰/۷۵)                                                                                                                                                                                                                                                                       | ۱    |
| ۳                         | (مشابه کاردرکلاس ۱ صفحه ۱۷ کتاب) اکیداً صعودی $(0, 25)$ اکیداً نزولی $(-\infty, 1)$ (۰/۲۵) (رسم شکل ۰/۵)                                                                                                                                                                                                                               | ۱    |
| ۴                         | (مشابه تمرین ۷ صفحه ۲۲ کتاب) $-8 + 4a - 2b + 2 = 0 \Rightarrow 4a - 2b = 6$ (۰/۵) $a = 0$ (۰/۲۵) $1 + a + b + 2 = 0 \Rightarrow a + b = -3$ (۰/۵) $b = -3$ (۰/۲۵)                                                                                                                                                                      | ۱/۵  |
| ۵                         | (مشابه تمرین ۳ صفحه ۳۴ کتاب) $\frac{2\pi}{ b } = 2 \Rightarrow  b  = \pi$ (۰/۵) $\begin{cases}  a  + c = 4 \\ - a  + c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases}  a  = 3 \\ c = 1 \end{cases}$ (۰/۲۵) هر یک از توابع $y = 3 \cos(-\pi x) + 1$ و یا $y = 3 \cos(\pi x) + 1$ یا $y = -3 \cos(\pi x) + 1$ نوشته شود مورد قبول است. (۰/۵) | ۱/۵  |
| ۶                         | (تمرین ۱ صفحه ۴۴ کتاب) $2 \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \cos x (2 \cos x - 1) = 0$ (۰/۲۵) $\cos x = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ (۰/۲۵) $\cos x = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ (۰/۲۵)                                    | ۱/۵  |
| ۷                         | (مشابه کار در کلاس صفحه ۵۳ کتاب) الف) $\frac{-2}{0^+} = -\infty$ (۰/۵) ب) $-4$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۵۴ کتاب)                                                                                                                                                                                                                         | ۱    |
| ۸                         | (مشابه تمرین ۴ صفحه ۶۹) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y = 0$ (۰/۵) مجانب افقی $x^2 - 9 = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \pm 3$ (۰/۵) مجانب های قائم                                                                                                  | ۱/۵  |
| ادامه پاسخ ها در صفحه بعد |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |

|                                    |                       |                              |                      |
|------------------------------------|-----------------------|------------------------------|----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان ۲ | ساعت شروع:            | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | نام و نام خانوادگی : |
| رشته : ریاضی و فیزیک               | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | تاریخ امتحان:                | تعداد صفحه: ۲        |
| نوبت دی                            |                       |                              |                      |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|
|------|---------------|------|

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |           |           |      |           |      |  |     |     |     |     |           |     |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|------|-----------|------|--|-----|-----|-----|-----|-----------|-----|
| ۹    | (مشابه کار در کلاس صفحه ۸۵ کتاب )<br>$f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x+2-1}{x+1} = 1 \quad (۰/۵)$<br>$f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2-1}{x+1} = -2 \quad (۰/۵)$<br>$\Rightarrow f'_+(-1) \neq f'_-(-1) \quad (۰/۲۵)$<br>(در صورت استفاده از فرمول بارم به تناسب داده شود.)<br>$f'(-1)$ موجود نیست.                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |           |           |      |           |      |  |     |     |     |     |           |     |
| ۱۰   | (تمرین ۸ صفحه ۸۳ کتاب)<br>$A(4,25) \Rightarrow 1/5 = \frac{y_B-25}{5-4} \quad (۰/۵)$<br>$B(5,26/5) \quad (۰/۲۵) \quad , \quad C(3,23/5) \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |           |           |      |           |      |  |     |     |     |     |           |     |
| ۱۱   | $f'(x) = 3(2x)(x^2-6)^2 \left( \frac{1}{4}x+1 \right) + \frac{1}{4}(x^2-6)^2$ (الف)<br>$h'(x) = \frac{\overbrace{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(x^2-2x+1)}^{(۰/۲۵)} - \overbrace{(3x^2-2)(\sqrt{x})}^{(۰/۲۵)}}{\underbrace{(x^2-2x+1)^2}_{(۰/۲۵)}}$ (ب)<br>$g'(x) = \underbrace{15}_{(۰/۲۵)} \underbrace{\sin^2(\Delta x)}_{(۰/۲۵)} \underbrace{\cos(\Delta x)}_{(۰/۲۵)}$ (ب)<br>(فرمول های مشتق گیری از صفحه ۹۲ تا صفحه ۹۷)                                                                                                                                                                                                           |           |           |      |           |      |  |     |     |     |     |           |     |
| ۱۲   | (مشابه تمرین صفحه ۱۱۰ کتاب)<br>$d'(t) = t^2 + 10 \quad (۰/۵) \Rightarrow d'(2) = 14 \quad (۰/۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |           |           |      |           |      |  |     |     |     |     |           |     |
| ۱۳   | (تمرین صفحه ۱۳۶ کتاب)<br>$f(0) = 1 \Rightarrow c = 1 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow f(x) = ax^2 + bx^2 + 1$<br>$f(1) = 2 \Rightarrow a + b + 1 = 2 \Rightarrow a + b = 1 \quad (۰/۲۵)$<br>$f''\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow 3a + 2b = 0 \quad (۰/۵) \Rightarrow \begin{matrix} a = -2 \\ b = 3 \end{matrix} \quad (۰/۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |           |           |      |           |      |  |     |     |     |     |           |     |
| ۱۴   | (مشابه تمرین ۶ صفحه ۱۲۵ کتاب)<br>$g'(x) = 3x^2 + 2 \neq 0 \quad (۰/۵)$<br>$g(-2) = -8 - 4 - 5 = -17 \quad \min \quad (۰/۲۵) \quad , \quad g(1) = 1 + 2 - 5 = -2 \quad \max \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |           |           |      |           |      |  |     |     |     |     |           |     |
| ۱۵   | (مشابه تمرین ۱ صفحه ۱۴۴)<br>$x = -2 \quad \text{مجانِب قائم} \quad (۰/۲۵)$<br>$y = 1 \quad \text{مجانِب افقی} \quad (۰/۲۵)$<br>$y' = \frac{4}{(x+2)^2} > 0 \quad (۰/۲۵)$<br><table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-2</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'</math></td><td></td><td><math>+</math></td><td><math>+</math></td></tr><tr><td><math>f</math></td><td><math>1</math></td><td><math>+\infty</math></td><td><math>1</math></td></tr></table><br>جدول (۰/۵)<br>رسم شکل (۰/۵)<br> | $x$       | $-\infty$ | $-2$ | $+\infty$ | $f'$ |  | $+$ | $+$ | $f$ | $1$ | $+\infty$ | $1$ |
| $x$  | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | $-2$      | $+\infty$ |      |           |      |  |     |     |     |     |           |     |
| $f'$ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | $+$       | $+$       |      |           |      |  |     |     |     |     |           |     |
| $f$  | $1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | $+\infty$ | $1$       |      |           |      |  |     |     |     |     |           |     |
| ۲۰   | جمع بارم<br>« همکاران گرامی لطفا به راه حل های صحیح دیگر به تناسب نمره دهید . »                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |           |           |      |           |      |  |     |     |     |     |           |     |