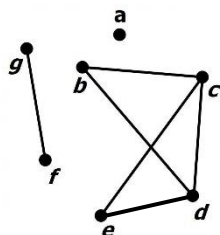


|                            |                        |                              |                      |
|----------------------------|------------------------|------------------------------|----------------------|
| امتحان درس : ریاضیات گسسته | تعداد صفحه: ۲          | نوبت دی ماه                  | رشته : ریاضی - فیزیک |
| تاریخ امتحان               | ساعت شروع:             | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | مدت امتحان: دقیقه    |
| نام و نام خانوادگی :       | نام آموزشگاه و محل مهر |                              |                      |

|                                                           |      |
|-----------------------------------------------------------|------|
| ردیف                                                      | نمره |
| (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.) |      |

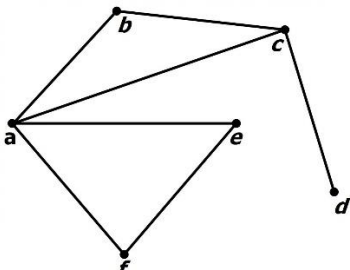
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱ | درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید:<br>الف) اگر $x$ یک عدد گنگ باشد، $\frac{1}{x}$ نیز عددی گنگ است.<br>ب) اگر $a b+c$ آنگاه $a b$ یا $a c$ .<br>پ) برای مقادیر حقیقی و نا صفر $a$ و $b$ به شرط آنکه $a+b \neq 0$ تساوی $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ برقرار است.<br>ت) دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۶ وجود ندارد.                                  | ۱    |
| ۲ | در جاهای خالی عبارت های مناسب بنویسید .<br>الف) حاصل $([m^2, m], m^5)$ برابر با ..... است .<br>ب) اگر برای دو عدد صحیح و نا صفر $a$ و $b$ داشته باشیم $(a, b) = 1$ ، می گوییم $a$ و $b$ ..... هستند.<br>پ) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از راس هایش دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر ..... می نامیم.<br>ت) تعداد یال های گراف $K_7$ برابر ..... است.                  | ۱    |
| ۳ | گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید:<br>« برای هر دو عدد حقیقی $x$ و $y$ داریم: $y^2 + 1 \geq -2x(y + x + 1)$ »                                                                                                                                                                                                                                        | ۱    |
| ۴ | اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و دو عدد $(4m + 5)$ و $(6m + 5)$ بر $a$ بخشپذیر باشند ثابت کنید $a = \pm 1$ .                                                                                                                                                                                                                                                                      | ۱/۲۵ |
| ۵ | اگر $a$ و $b$ عددی صحیح و فرد باشد و در این صورت باقیمانده تقسیم عدد $(a^2 + b^2 + 5)$ را بر ۸ بیابید.                                                                                                                                                                                                                                                                      | ۱    |
| ۶ | باقی مانده تقسیم عدد $20! + 19! + 18! + 17! + 16! + 15! + 14! + 13! + 12! + 11! + 10! + 9! + 8! + 7! + 6! + 5! + 4! + 3! + 2! + 1!$ بر ۱۵ بدست آورید. (! نماد فاکتوریل می باشد)                                                                                                                                                                                             | ۱/۵  |
| ۷ | معادله همنهشتی $4x^6 \equiv 10$ را در صورت امکان حل کرده و مجموعه جواب آن به دست آورید.                                                                                                                                                                                                                                                                                     | ۱    |
| ۸ | در هر مورد، عبارت صحیح را از داخل پرانتز انتخاب کنید.<br>الف) تعداد رئوس یک گراف را ( اندازه ، مرتبه ) می نامیم.<br>ب) گرافی را همبند می نامیم که بین هر دو رأس آن یک ( مسیر ، یال ) وجود داشته باشد.<br>پ) اگر $G$ یک گراف $n$ رأسی باشد، مقدار $q(G) + q(\bar{G})$ برابر با $(n(n-1))$ ، $\frac{n(n-1)}{2}$ ( است.<br>ت) گراف $C_n$ تنها یک ( دور ، مسیر ) $n$ رأسی دارد. | ۲    |
| ۹ | گراف $G$ (شکل مقابل) را در نظر بگیرید:<br>الف) $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید.<br>ب) دوری به طول ۴ بنویسید.<br>پ) دو مسیر به طول ۳ با شروع از راس $b$ بنویسید .<br>ت) $N_G(f)$ را با اعضا مشخص کنید.                                                                                                                                                                | ۱/۵  |



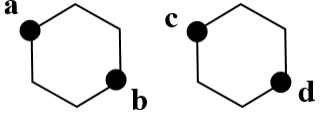
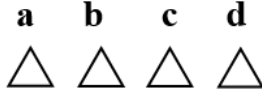
«ادامه سؤالات در صفحه دوم»

|                      |                              |                        |                            |
|----------------------|------------------------------|------------------------|----------------------------|
| رشته : ریاضی - فیزیک | نوبت دی ماه                  | تعداد صفحه: ۲          | امتحان درس : ریاضیات گسسته |
| مدت امتحان: دقیقه    | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | ساعت شروع:             | تاریخ امتحان               |
| نام و نام خانوادگی : |                              | نام آموزشگاه و محل مهر |                            |

|      |      |                                                            |
|------|------|------------------------------------------------------------|
| ردیف | نمره | ( استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.) |
|------|------|------------------------------------------------------------|

|    |                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                   |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| ۱۰ | عدد احاطه گری را برای گراف زیر مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.                                                                                                                                                   |  |
| ۱۱ | یک گراف ۲-منتظم ۱۲ راسی بکشید که عدد احاطه گری آن کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.                                                                                                                              | ۱                                                                                 |
| ۱۲ | می خواهیم ۸ نفر را که دو به دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم . اگر بخواهیم هر نفر روبه روی برادرش بنشیند ، این کار را به چند روش می توان انجام داد؟                                    | ۱                                                                                 |
| ۱۳ | به چند روش می توان از بین ۵ نوع گل ۱۶ شاخه گل انتخاب کرد به طوریکه ، از گل نوع سوم فقط ۳ شاخه و از گل نوع چهارم دست کم سه شاخه و از گل نوع پنجم بیش از چهار شاخه انتخاب کنیم؟                                   | ۱/۷۵                                                                              |
| ۱۴ | قرار است سه مدرس $T_1, T_2, T_3$ در سه جلسه متوالی در سه کلاس $C_1, C_2, C_3$ به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند. برای این منظور، با استفاده از مربع لاتین، برنامه ریزی کنید. | ۱/۲۵                                                                              |
| ۱۵ | چند عضو از مجموعه $S = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 630\}$ نه بر ۳ و نه بر ۵ بخشپذیرند؟                                                                                                                | ۱/۵                                                                               |
| ۱۶ | هفت نقطه درون مستطیلی به ابعاد ۴ و ۶ انتخاب می کنیم، ثابت کنید حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از $\sqrt{8}$ است.                                                                                    | ۱/۲۵                                                                              |
|    | "موفق باشید"                                                                                                                                                                                                    | جمع نمره ۲۰                                                                       |

|                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                            |  |                        |  |                      |  |
|----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|--|------------------------|--|----------------------|--|
| امتحان درس : ریاضیات گسسته |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | تعداد صفحه: ۲                                              |  | نوبت دی ماه            |  | رشته : ریاضی - فیزیک |  |
| تاریخ امتحان               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | ساعت شروع:                                                 |  | پایه دوازدهم           |  | مدت امتحان: دقیقه    |  |
| نام و نام خانوادگی :       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                            |  | نام آموزشگاه و محل مهر |  |                      |  |
| ردیف                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | ( استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.) |  |                        |  |                      |  |
| ردیف                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | راهنمای تصحیح                                              |  |                        |  |                      |  |
| ۱                          | الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) ت) درست (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | ۱                                                          |  |                        |  |                      |  |
| ۲                          | الف) $m'$ (۰/۲۵) ب)نسب به هم اول (۰/۲۵) (ص ۱۳) پ)مینیمال (۰/۲۵) (ص ۴۶) ت) ۲۱ (۰/۲۵) (ص ۳۸)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | ۱                                                          |  |                        |  |                      |  |
| ۳                          | (۰/۲۵) $y^2 + 1 \geq -2x(y + x + 1) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2xy + x^2 + 2x + 1 \geq 0$ (۰/۲۵)<br>(ص ۷ و ۸) (۰/۲۵) این رابطه بازگشتی همواره بدیهی است $\Rightarrow$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (x + 1)^2 + (x + y)^2 \geq 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | ۱                                                          |  |                        |  |                      |  |
| ۴                          | (ص ۱۱) (۰/۲۵) $a = \pm 1 \Rightarrow a \mid 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow a \mid 5(6m + 5) - 6(5m + 4)$ (۰/۲۵) $\rightarrow a \mid 6(5m + 4)$ (۰/۲۵)<br>$a \mid 5(6m + 5)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | ۱/۲۵                                                       |  |                        |  |                      |  |
| ۵                          | می دانیم مربع هر عدد فرد، به صورت $8k + 1$ می باشد (۰/۲۵) $(k \in \mathbb{Z})$ پس داریم (ص ۱۶)<br>$\begin{cases} a^2 = 8k + 1 \\ b^2 = 8k' + 1 \end{cases} \quad (۰/۲۵) \rightarrow a^2 + b^2 + 5 = 8k + 1 + 8k' + 1 + 5 = 8k'' + 7 \rightarrow r = 7 \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | ۱                                                          |  |                        |  |                      |  |
| ۶                          | میدانیم $1! \equiv 1$ و $2! \equiv 2$ و $3! \equiv 6$ و $4! \equiv 24$ و $5! \equiv 120$ و ..... پس داریم (ص ۲۹)<br>$1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 20! \equiv 1 + 2 + 6 + 24 + \dots + 20! \equiv 3 \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | ۱/۵                                                        |  |                        |  |                      |  |
| ۷                          | چون $20 \mid (12, 8)$ معادله جواب دارد (۰/۲۵) (ص ۳۰)<br>$4x \equiv 10 \rightarrow 4x \equiv 4 \quad (۰/۲۵) \rightarrow x \equiv 1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow x = 3k + 1 \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | ۱                                                          |  |                        |  |                      |  |
| ۸                          | الف) مرتبه (۰/۵) ب)مسیر (۰/۵) پ) $\frac{n(n-1)}{2}$ (۰/۵) ت) دور (۰/۵) (ص ۳۵ و ۳۸)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | ۲                                                          |  |                        |  |                      |  |
| ۹                          | الف) $\delta(G) = 0, \Delta(G) = 3$ (۰/۵) ب) $b c e d b$ (۰/۲۵) پ) $b d c e$ یا $b c e d$ یا $b d e c$ دو مورد هر کدام (۰/۲۵) ت) $N_G(f) = \{g\}$ (۰/۲۵) (ص ۴۱)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | ۱/۵                                                        |  |                        |  |                      |  |
| ۱۰                         | روش اول می دانیم $\left  \frac{n}{\Delta + 1} \right  \leq \gamma(G)$ پس داریم (۰/۲۵) $\left\lceil \frac{6}{5} \right\rceil \leq \gamma(G)$ بنابراین (۰/۲۵) $2 \leq \gamma(G)$ و با توجه به $\{a, d\}$ داریم (۰/۲۵) $\gamma(G) \leq 2$ و لذا (۰/۲۵) $\gamma(G) = 2$<br>روش دیگر: این گراف با مجموعه دو عضوی $\{a, d\}$ احاطه می شود. پس عدد احاطه گری این گراف کوچکتر یا مساوی ۲ است یعنی $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵). اما اگر $\gamma(G) = 1$ یعنی گراف یک رأس دارد که تمام رئوس را احاطه می کند یعنی رأس از درجه ۵ باید در گراف وجود داشته باشد که چنین رأسی وجود ندارد. (۰/۲۵) و لذا $\gamma(G) > 1$ (۰/۲۵) بنابراین $1 < \gamma(G) \leq 2$ و لذا (۰/۲۵) $\gamma(G) = 2$ (ص ۳۹) | ۱                                                          |  |                        |  |                      |  |
| « ادامه در صفحه ۲ »        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                            |  |                        |  |                      |  |

|                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                        |  |              |  |                      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|--|--------------|--|----------------------|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| امتحان درس : ریاضیات گسسته                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | تعداد صفحه: ۲          |  | نوبت دی ماه  |  | رشته : ریاضی - فیزیک |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| تاریخ امتحان                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | ساعت شروع:             |  | پایه دوازدهم |  | دوره دوم متوسطه      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| نام و نام خانوادگی :                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | نام آموزشگاه و محل مهر |  |              |  |                      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ( استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.) |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                        |  |              |  |                      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ردیف                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | راهنمای تصحیح          |  |              |  |                      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| نمره                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                        |  |              |  |                      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۱۱                                                         | رسم شکل با مشخص کردن نقاط احاطه گری آن (نمره)<br><br><br>(ص۵۳)<br>(به شکل های دیگر نیز نمره داده شود). مانند:                                                                                                                                                             |                        |  |              |  |                      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۱۲                                                         | $4! \times 2^4 = 384 (۰/۲۵)$<br>(ص۷۱)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                        |  |              |  |                      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۱۳                                                         | $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 16 \quad x_2 = 3 \quad x_4 \geq 3, x_5 \geq 5 (۰/۵) \xrightarrow{x_2=3, x_4=y_4+3, x_5=y_5+5}$<br>$x_1 + x_2 + 3 + y_4 + 3 + y_5 + 5 = 16 (۰/۲۵) \quad x_1 + x_2 + y_4 + y_5 = 5 \quad x_i \geq 0, y_i \geq 0 (۰/۲۵) \rightarrow$<br>$\binom{5+4-1}{4-1} = 56 (۰/۷۵)$<br>(ص۷۱)                                                                                                                               |                        |  |              |  |                      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۱۴                                                         | فرض کنیم هر سطر نشان دهنده هر کلاس و اعداد ۱، ۲ و ۳ در مربع لاتین نمایانگر مدرس های حاضر در کلاس باشند.<br>(۰/۲۵) طبق مربع لاتین $3 \times 3$ زیر هر مدرس در هر جلسه در یک کلاس حاضر می شود و در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس دارد. (۰/۲۵) (ص۶۲)<br><table border="1" data-bbox="180 1095 365 1252"><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr></table><br>(۰/۷۵) |                        |  |              |  |                      |  | ۱ | ۲ | ۳ | ۳ | ۱ | ۲ | ۲ | ۳ | ۱ |
| ۱                                                          | ۲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ۳                      |  |              |  |                      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۳                                                          | ۱                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ۲                      |  |              |  |                      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۲                                                          | ۳                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ۱                      |  |              |  |                      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۱۵                                                         | $ \overline{A \cup B}  =  s  -  A \cup B  =  s  -  A  -  B  +  A \cap B  (۰/۲۵)$<br>$ s  = 630 (۰/۲۵),  A  = 210 (۰/۲۵),  B  = 126 (۰/۲۵),  A \cap B  = 42 (۰/۲۵)$ (ص۸۳)<br>$\Rightarrow  \overline{A \cup B}  = 336 (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                                                |                        |  |              |  |                      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۱۶                                                         | ابتدا مستطیل مورد نظر را به ۶ مربع به ضلع ۲ تقسیم می کنیم و هر قسمت را یک لانه فرض می کنیم و هفت نقطه را<br>هفت کبوتر در نظر می گیریم (۰/۲۵) طبق اصل لانه کبوتری دست کم یک لانه وجود دارد که شامل دو کبوتر است<br>(۰/۲۵) با توجه به قضیه فیثاغورس داریم:<br>(ص۸۴)<br>$AB^2 = AC^2 + BC^2 \rightarrow AB^2 < 2^2 + 2^2 (۰/۲۵) \Rightarrow AB^2 < 8 (۰/۲۵) \Rightarrow AB < \sqrt{8} (۰/۲۵)$                                                  |                        |  |              |  |                      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۲۰                                                         | جمع نمره                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                        |  |              |  |                      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |